|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH TUYÊN QUANG**  **ĐỀ THI CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN**  **NĂM HỌC 2022-2023**  **Môn : TOÁN CHUYÊN**  *Thời gian làm bài : 150 phút* |

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. Rút gọn biểu thức 
2. Cho là các số thực dương thỏa mãn . Chứng minh rằng :



**Câu 2. (3,0 điểm)**

1. Cho phương trình 
2. Giải phương trình (\*) khi 
3. Tìm các giá trị của để phương trình (\*) có 2 nghiệm phân biệt
4. Giải hệ phương trình: 

**Câu 3. (3,0 điểm)** Cho tam giác nhọn nội tiếp đường tròn tâm O, đường kính Các đường cao và CF cắt nhau tại H . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của và . Tiếp tuyến của (O) tại A cắt BE tại T. Chứng minh rằng :

1. 
2. Hai đường thẳng vuông góc
3. Các đường thẳng đồng quy

**Câu 4. (1,0 điểm)**

a) Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa mãn 

b) Cho là các số nguyên dương thỏa mãn . Chứng minh rằng không thể là một số chính phương.

**Câu 5. (1,0 điểm)**

Đầu tiên, thầy giáo viết lên bảng 23 số tự nhiên liên tiếp 1,2,3…,22,23 thành một hàng ngang. Thầy cho mỗi học sinh thực hiện trò chơi **đổi số** như sau: Mỗi lần **đổi số ,** người chơi xóa hai số bất kỳ và thay bằng số mới là . Sau 22 lần **đổi số**  như trên, bạn Phong thu được một số nguyên tố 

1. Xác định 
2. Em hãy chỉ ra một quy trình biến đổi 23 số trên để được số 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. **Rút gọn biểu thức **

****

1. **Cho là các số thực dương thỏa mãn . Chứng minh rằng :**

****

Áp dụng bất đẳng thức : . Dấu bẳng xảy ra khi 

Ta có :

(1)

Chứng minh tương tự :



Cộng (1), (2), (3) theo vế ta được :

. Dấu bằng xảy ra khi 

**Câu 2. (3,0 điểm)**

1. **Cho phương trình **
2. **Giải phương trình (\*) khi **

Thay vào (\*) ta được phương trình 

Ta có 

Vậy khi thì phương trình đã cho có hai nghiệm 

1. **Tìm các giá trị của để phương trình (\*) có 2 nghiệm phân biệt**

Ta có 

Phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt không âm. Khi đó, ta có :



Vậy khi thì phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt

1. **Giải hệ phương trình: **

Điều kiện : . Biến đổi phương trình (1) ta có :







Vậy hệ đã cho có hai nghiệm 

**Câu 3. (3,0 điểm) Cho tam giác nhọn nội tiếp đường tròn tâm O, đường kính Các đường cao và CF cắt nhau tại H . Gọi I, K lần lượt là trung điểm của và . Tiếp tuyến của (O) tại A cắt BE tại T. Chứng minh rằng :**

****

1. ****

Xét tứ giác ta có :  
suy ra 4 điểm nằm trên cùng một đường tròn

là tứ giác nội tiếp mà do đó :  


1. **Hai đường thẳng vuông góc**

Xét có I là trung điểm của AH suy ra 

Xét có I là trung điểm của AH nên   
Từ (1) và (2) suy ra cân tại I mà do đó KI là đường cao của 

Hay 

Ta có (cmt) , mặt khác (so le trong) (4)

Từ (3) và (4) suy ra 

1. **Các đường thẳng đồng quy**

Ta có (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn), suy ra mà do đó 

Cmtt ta cũng có 

Từ (5) và (6) suy ra tứ giác là hình bình hành

Do đó BC cắt tại trung điểm mỗi đường (7)

Gọi ta có 

Mà I là trung điểm của AH nên trung điểm của HP (8)

Từ (7) và (8) suy ra đồng quy tại trung điểm M của BC

**Câu 4. (1,0 điểm)**

1. **Tìm tất cả các cặp số nguyên** **thỏa mãn** 

Ta có 

Vì nên mà chia 3 dư 1 nên :



Vậy các cặp số nguyên thỏa mãn là 

**b) Cho là các số nguyên dương thỏa mãn . Chứng minh rằng không thể là một số chính phương.**

Ta có: Vì 

Mà 

Do đó suy ra P không là số chính phương

**Câu 5. (1,0 điểm)**

**Đầu tiên, thầy giáo viết lên bảng 23 số tự nhiên liên tiếp 1,2,3…,22,23 thành một hàng ngang. Thầy cho mỗi học sinh thực hiện trò chơi đổi số như sau: Mỗi lần đổi số , người chơi xóa hai số bất kỳ và thay bằng số mới là . Sau 22 lần đổi số như trên, bạn Phong thu được một số nguyên tố **

1. **Xác định **
2. **Em hãy chỉ ra một quy trình biến đổi 23 số trên để được số **
3. Xét tổng 

Vì sau mỗi lần xóa hai số bất kỳ và thay bằng số nên mỗi bước tổng A sẽ thay đổi là 

+) Nếu thì 

+) Nếu thì 

Nhận xét sau mỗi lần đổi số thì B luôn là số chẵn (do A=256, 2a, 2b cũng là số chẵn). Do đó sau 22 lần đổi số bạn Phong thu được một số nguyên tố thì .

Vậy 

+Từ lần đổi số 1 đến lần đổi số 8 ta xóa lần lượt các cặp số . Ta thu được 8 số 1

+Từ lần đổi số thứ 9 đến lần đổi số thứ 15 ta thực hiện với 8 số 1 đã thu được sau 8 lần đổi đầu, ta nhận được 1 số 0

+Với các lầm đổi số thứ 16 ta thực hiện với cặp ta thu được số 1

+Với lần đổi thứ 17;18;19 ta thực hiện lần lượt với các cặp số ta thu được các số 

+Với lần đổi số thứ 20,21 ta thực hiện với các cặp ta thu được hai số là 2 và 0

+Với lần đổi số thứ 22 ta thực hiện với cặp số ta thu được số nguyên tố cuối cùng là 2. Vậy số nguyên tố còn lại sau 22 lần đổi là 2