

Trả lời ngắn

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 6$ trên khoảng $(-1; 1)$.**Lời giải**

Đáp án: $-\frac{158}{27}$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$, ta chỉ xét trên khoảng $(-1; 1)$.

$$y' = 3x^2 - 4x + 1; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Đạo hàm:

Bảng biến thiên:

x	-1	$\frac{1}{3}$	1	
y'		+	0	-
y	-10	$-\frac{158}{27}$	-6	

$$\max_{(-1; 1)} y = -\frac{158}{27} = y\left(\frac{1}{3}\right)$$

Từ bảng biến thiên ta có

Đáp án: [!m:\$mathtype_3\$]

Câu 2. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{x}{4+x^2}$ trên $\mathbb{R}$.**Lời giải**

Đáp án: $\frac{1}{4}$

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$, ta chỉ xét trên nửa khoảng $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

$$f'(x) = x^2(1-x)(3-5x); f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 1, x = \frac{3}{5}$$

Đạo hàm:

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	0		

$$\forall y \min_{\mathbb{R}} f(x) = f(-2) = -\frac{1}{4} \text{ và } \max_{\mathbb{R}} f(x) = f(2) = \frac{1}{4}.$$

Đáp án: [!m:\$mathtype_11\$]

Câu 3. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = \sqrt{x + \frac{1}{x}}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.A. $m = \sqrt{2}$. B. $m = 0$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.**Lời giải**

Đáp án: $\sqrt{2}$

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		0	+
$f(x)$	$+\infty$	$\sqrt{2}$	$+\infty$

$$f'(x) = \frac{1 - \frac{1}{x^2}}{2\sqrt{x + \frac{1}{x}}} = \frac{x^2 - 1}{2x^2\sqrt{x + \frac{1}{x}}} \rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin (0; +\infty) \\ x = 1 \in (0; +\infty) \end{cases}$$

Đạo hàm

Bảng biến thiên

Từ bảng biến thiên ta tìm được giá trị nhỏ nhất của hàm số là $f(1) = \sqrt{2}$.

Đáp án: [!m:\$\mathtt{type_24}\$]

Câu 4. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$.

A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = 4$.

Lời giải

Đáp án: 3

Đạo hàm $f'(x) = 2x - \frac{2}{x^2} = \frac{2(x^3 - 1)}{x^2} \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in (0; +\infty)$.

Lập bảng biến thiên & dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\min_{(0; +\infty)} f(x) = f(1) = 3$.

Đáp án: 3

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{mx - 1}{x + m}$. Tìm m để hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[1; 4]$ bằng 1.

Lời giải

Đáp án: $\frac{5}{3}$

Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Ta có: $y' = \frac{m^2 + 1}{(x + m)^2} > 0, \forall x \in D$ nên hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

Do đó hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = 4$, tức là

$$\frac{4m - 1}{4 + m} = 1 \Leftrightarrow 4m - 1 = 4 + m \Leftrightarrow m = \frac{5}{3}.$$

Thử lại ta thấy $m = \frac{5}{3}$ là giá trị thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Đáp án: [!m:\$\mathtt{type_41}\$]

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = m\sqrt{x - 1}$. Gọi m_1, m_2 là hai giá trị của m thỏa mãn $\min_{[2; 5]} f(x) + \max_{[2; 5]} f(x) = m^2 - 10$. Tính $m_1 + m_2$.

Lời giải

Đáp án: 3

Với mọi $x \in [2; 5]$ có $f'(x) = \frac{m}{2\sqrt{x - 1}}$. Ta thấy dấu của $f'(x)$ phụ thuộc vào dấu của m .

$\forall m \neq 0$ thì $f(x)$ đơn điệu trên $[2; 5] \Rightarrow \min_{[2; 5]} f(x) + \max_{[2; 5]} f(x) = f(2) + f(5) = m + 2m$

$$m^2 - 10 = m + 2m \Leftrightarrow m^2 - 3m - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -2 \end{cases} \text{ Vậy } m_1 + m_2 = 3.$$

Từ giả thiết ta được

Đáp án: 3

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = x^3 + (m^2 + 1)x + m^2 - 2$ với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị thực dương m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0; 2]$ bằng 7.

A. $m = \pm 1$. B. $m = \pm\sqrt{7}$. C. $m = \pm\sqrt{2}$. D. $m = \pm 3$.

Lời giải

Đáp án: 3

Đạo hàm $f'(x) = 3x^2 + m^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên $[0; 2] \Rightarrow \min_{[0; 2]} f(x) = f(0) = m^2 - 2$.

$$\min_{[0; 2]} f(x) = 7 \Leftrightarrow m^2 - 2 = 7 \Leftrightarrow m = \pm 3.$$

Theo bài ra:

Ta chọn $m = 3$

Đáp án: 3

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	2	3	2	$+\infty$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x+3)$ trên đoạn $[0; 2]$ là

A. 64. B. 65. C. 66. D. 67.

Lời giải

Đáp án: 66

Hàm số có dạng $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$. Từ bảng biến thiên ta có

$$\begin{cases} f(0) = 3 \\ f(1) = 2 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ a + b + c = 2 \\ 4a + 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ b = -2 \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$$

Đặt $t = x + 3, x \in [0; 2] \Leftrightarrow t \in [3; 5]$

Dựa vào đồ thị, hàm số $y = f(t)$ đồng biến trên đoạn $[3; 5]$.

Do đó $\min_{[0; 2]} f(x+3) = \min_{[3; 5]} f(t) = f(3) = 66$

Đáp án: 66

Câu 9. Cho hàm $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-4; 4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	-4	-3	-2	1	2	3	4
$f(x)$	0	-2	5	-6	4	-5	3

Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m thuộc đoạn $[-4; 4]$ để hàm số $g(x) = |f(x^3 + 2x) + 3f(m)|$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 8?

A. 12. B. 11. C. 9. D. 10.

Lời giải

Đáp án: 11

Cách 1:

Đặt $t = f(x^3 + 2x)$. Vì $x \in [-1; 1]$ nên $t \in [-6; 5]$. Khi đó, $g(x) = |t + n|$ với $n = 3f(m)$.

$$\max_{[-1; 1]} g(x) = \max \{|n+5|; |n-6|\} = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} |n+5| = 8 \\ |n+5| \geq |n-6| \end{cases} \Leftrightarrow n = 3$$

$$\begin{cases} |n-6| = 8 \\ |n-6| > |n+5| \end{cases} \Leftrightarrow n = -2$$

Do đó,

Với $n = 3 \Leftrightarrow 3.f(m) = 3 \Leftrightarrow f(m) = 1$, suy ra có 5 giá trị của m .

Với $n = -2 \Leftrightarrow 3.f(m) = -2 \Leftrightarrow f(m) = -\frac{2}{3}$, suy ra có 6 giá trị của m .

Vậy có 11 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Cách 2:

Vì $x \in [-1; 1]$ nên $-3 \leq x^3 + 3x \leq 3 \Rightarrow -6 \leq f(x^3 + 3x) \leq 5$.

Ta có: $|f(x^3 + 3x) + 3f(m)| \leq 8, \forall x \in [-1; 1] \Leftrightarrow -8 \leq f(x^3 + 3x) + 3f(m) \leq 8, \forall x \in [-1; 1]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(x^3 + 3x) \leq 8 - 3f(m) \\ -8 - 3f(m) \leq f(x^3 + 3x) \end{cases} \forall x \in [-1; 1] \Rightarrow \begin{cases} 5 \leq 8 - 3f(m) \\ -8 - 3f(m) \leq -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(m) \leq 1 \\ f(m) \geq -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\max |f(x^3 + 3x) + 3f(m)| = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} f(m) = 1 \\ f(m) = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Do đó

Với $f(m) = 1$, có 5 giá trị của m . Với $f(m) = -\frac{2}{3}$, có 6 giá trị của m .

Vậy có 11 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Đáp án: 11

Câu 10. Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $F(x) = \frac{1}{40}x^2(30-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân. Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là ?

Lời giải

Đáp án: 20

Xét hàm số: $F(x) = \frac{1}{40}x^2(30-x) \quad (x > 0)$

$$\Rightarrow F'(x) = \frac{1}{40} \cdot 2x(30-x) - \frac{1}{40}x^2 = \frac{1}{40}(-3x^2 + 60x)$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{40}(-3x^2 + 60x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (loại)} \\ x = 20 \end{cases}$$

BBT.

x	0	2	$+\infty$
y'		0	-
y		25	

Dựa vào BBT ta thấy để huyết áp giảm nhiều nhất thì liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân là $x = 20$.

Đáp án: 20

Câu 11. Sau khi phát hiện ra dịch bệnh vi rút Zika, các chuyên gia sở y tế TP.HCM ước tính số người nhiễm bệnh kể từ khi xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 15t^2 - t^3$. Ta xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh tại thời điểm t . Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 5

Ta có: $f(t) = 15t^2 - t^3$

$$f'(t) = 30t - 3t^2 = -3(t-5)^2 + 75 \leq 75$$

Suy ra $f'(t)_{\max} = 75 \Leftrightarrow t = 5$

Đáp án: 5

Câu 12. Một người bán gạo muốn đóng một thùng tôn đựng gạo có thể tích không đổi bằng 8 m^3 , thùng tôn hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, không nắp. Trên thị trường, giá tôn làm đáy thùng là $100000/\text{m}^2$, giá tôn làm thành xung quanh thùng là $50000/\text{m}^2$. Hỏi người bán gạo đó cần đóng thùng đựng gạo với cạnh đáy là bao nhiêu để chi phí mua nguyên liệu là nhỏ nhất?

Lời giải

Đáp án: 2

Gọi cạnh đáy và cạnh bên của thùng tôn là a và b .

Ta có thể tích thùng tôn là: $V = a^2b = 8$. Suy ra: $b = \frac{8}{a^2}$.

Chi phí để sản xuất thùng tôn là: $4ab \cdot 50000 + 100000a^2 = \frac{1600000}{a} + 100000a^2$

Khảo sát hàm $y = \frac{1600000}{a} + 100000a^2$ với $a > 0$.

Suy ra: $y' = -\frac{1600000}{a^2} + 200000a = 0 \Leftrightarrow a = 2$. Khi đó, ta có bảng biến thiên sau:

Dựa vào bảng biến thiên ta có $y_{\min} \Leftrightarrow a = 2$.

Đáp án: 2

Câu 13. Người ta muốn mạ vàng cho một cái hộp có đáy hình vuông không nắp có thể tích là 4 lít. Tìm kích thước của hộp đó để lượng vàng dùng mạ là ít nhất. Giả sử độ dày của lớp mạ tại mọi nơi trên mặt ngoài hộp là như nhau

Lời giải

Đáp án: 2

Gọi x là cạnh của đáy hộp.

h là chiều cao của hộp.

$S(x)$ là diện tích phần hộp cần mạ.

Khi đó, khối lượng vàng dùng mạ tỉ lệ thuận với S .

Ta có: $S(x) = x^2 + 4xh(1)$; $V = x^2h = 4 \Rightarrow h = 4/x^2(2)$.

Từ và , ta có $S(x) = x^2 + \frac{16}{x}$.

Dựa vào BBT, ta có $S(x)$ đạt GTNN khi $x=2$.

Đáp án: 2

Câu 14. Giám đốc một nhà hát A đang phân vân trong việc xác định mức giá vé xem các chương trình được trình chiếu trong nhà hát. Việc này rất quan trọng nó sẽ quyết định nhà hát thu được bao nhiêu lợi nhuận từ các buổi trình chiếu. Theo những cuốn sổ ghi chép của mình, ông ta xác định được rằng: nếu giá vé vào cửa là 20 USD/người thì trung bình có 1000 người đến xem. Nhưng nếu tăng thêm 1 USD/người thì sẽ mất 100 khách hàng hoặc giảm đi 1 USD/người thì sẽ có thêm 100 khách hàng trong số trung bình. Biết rằng, trung bình, mỗi khách hàng còn đem lại 2 USD lợi nhuận cho nhà hát trong các dịch vụ đi kèm. Hãy giúp giám đốc nhà hát này xác định xem cần tính giá vé vào cửa là bao nhiêu để thu nhập là lớn nhất?

Lời giải

Đáp án: 14

Gọi giá vé sau khi điều chỉnh là $20 + x$ ($x + 20 > 0$)

Số khách là: $1000 - 100x$

Tổng thu nhập $f(x) = (20 + x \cdot 1 + 2)(1000 - 100x) = (22 + x)(1000 - 100x) = -100x^2 - 1200x + 22000$

Bảng biến thiên

x	-20	-6	$+\infty$
$f'(x)$		+	0
$f(x)$		$f(-6)$	

$\max_{(-20; +\infty)} f(x) = f(-6)$

Suy ra giá vé là: $x + 20 = 20 - 6 = 14$ USD

Đáp án: 14

Câu 15. Một người bán buôn Thanh Long Đồ ở Lập Thạch – Vĩnh Phúc nhận thấy rằng: Nếu bán với giá 20000 nghìn /kg thì mỗi tuần có 90 khách đến mua và mỗi khách mua trung bình 60 kg. Cứ tăng giá 2000 nghìn /kg thì khách mua hàng tuần giảm đi 1 và khi đó khách lại mua ít hơn mức trung bình 5 kg, và như vậy cứ giảm giá 2000 nghìn /kg thì số khách mua hàng tuần tăng thêm 1 và khi đó khách lại mua nhiều hơn mức trung bình 5 kg. Hỏi người đó phải bán với giá mỗi kg là bao nhiêu để lợi nhuận thu được hàng tuần là lớn nhất, biết rằng người đó phải nộp tổng các loại thuế là 2200 nghìn /kg.

Lời giải

Đáp án: 22000

Gọi $2000x$ nghìn /kg là mức giá thay đổi tăng hoặc giảm so với giá bán bình quân.

Giá bán sau khi thay đổi là $20000 + 2000x$ nghìn /kg.

Số lượng người mua sau khi thay đổi giá là $90 - x$.

Khối lượng khách mua trung bình sau khi giảm giá là $60 - 5x$ kg.

Số tiền thuế phải nộp sau khi thay đổi giá: $2200(90 - x)(60 - 5x)$.

Số tiền thu được sau khi thay đổi giá là $T(x) = (90 - x)(60 - 5x)(20000 + 2000x) - 2200(90 - x)(60 - 5x)$
 $= (17800 + 2000x)(90 - x)(60 - 5x) = (10x^3 - 931x^2 + 1722x + 96120) \cdot 1000$

Điều kiện $\begin{cases} x \leq 90 \\ x \leq 12 \\ x \geq 8,9 \Leftrightarrow 8,9 \leq x \leq 12 \end{cases}$

Ta có $T'(x) = (30x^2 - 1862x + 1722) \cdot 1000$

$$T'(x)=0 \Leftrightarrow 15x^2 - 931x + 861 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x \approx 0,94 (N) \\ x \approx 61,13 (L) \end{cases}$$

$$T\left(\frac{89}{10}\right) = T(12) = 0, \quad T(0,94) = 96924000$$

Do đó $x \approx 1$ thì lợi nhuận cao nhất.

Do đó giá bán tốt nhất là 22000 nghìn /kg.

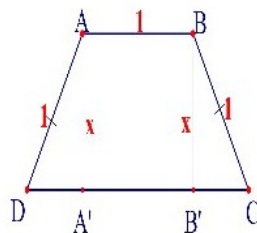
Đáp án: 22000

Câu 16. Cho hình thang cân có độ dài đáy nhỏ và hai cạnh bên đều bằng 1 mét. Khi đó hình thang đã cho có diện tích lớn nhất bằng?.

Lời giải

$$\frac{3\sqrt{3}}{4}$$

Đáp án:



Kí hiệu x là độ dài đường cao suy ra $0 < x \leq 1$. Tính được đáy lớn bằng $1 + 2\sqrt{1-x^2}$.

Diện tích hình thang $S = (1 + \sqrt{1-x^2})x$. Xét hàm số $f(x) = (1 + \sqrt{1-x^2})x$ trên $(0;1]$.

$$f'(x) = \frac{-2x^2 + 1 + \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}}$$

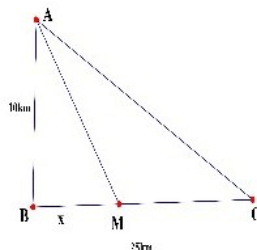
Ta có:

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \max_{(0;1]} f(x) = f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

Lập bảng biến thiên. Suy ra

Đáp án: [!m:\$mathtype_230\$]

Câu 17. Nhà của ba bạn A, B, C nằm ở ba vị trí tạo thành một tam giác vuông tại B như hình vẽ, biết $AB = 10 \text{ km}$, $BC = 25 \text{ km}$ và ba bạn tổ chức họp mặt tại nhà bạn C . Bạn B hẹn chờ bạn A tại vị trí M trên đoạn đường BC . Giả sử luôn có xe buýt đi thẳng từ A đến M . Từ nhà bạn A đi xe buýt thẳng đến điểm hẹn M với tốc độ 30 km/h và từ M hai bạn A, B di chuyển đến nhà bạn C theo đoạn đường MC bằng xe máy với vận tốc 50 km/h . Hỏi $5MB + 3MC$ bằng bao nhiêu km để bạn A đến nhà bạn C nhanh nhất?.



Lời giải

$$\frac{3\sqrt{3}}{4}$$

Đáp án:

Đặt $BM = x$, $0 < x < 25$.

Ta có: $AM = \sqrt{100 + x^2}$; $MC = 25 - x$.

Thời gian bạn A đi từ nhà đến nhà bạn C là: $T = \frac{\sqrt{100+x^2}}{30} + \frac{(25-x)}{50}$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{100+x^2}}{30} + \frac{(25-x)}{50}$, với $0 < x < 25$.

Ta có $f'(x) = \frac{1}{30} \cdot \frac{x}{\sqrt{100+x^2}} - \frac{1}{50}$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{15}{2}$$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = \frac{15}{2}$.

$$\text{Do đó } 5MB + 3MC = 5 \cdot \frac{15}{2} + 3 \cdot \frac{35}{2} = 90$$

Đáp án: [!m:\$\mathtt{type_264}\$]

Câu 18. Một công ty muốn làm một đường ống dẫn dầu từ một kho A ở trên bờ biển đến một vị trí B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6 km. Gọi C là điểm trên bờ sao cho BC vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến C là 9 km. Người ta cần xác định một vị trí D trên AC để lắp ống dẫn theo đường gấp khúc ADB. Tính khoảng cách AD để số tiền chi phí thấp nhất, biết rằng giá để lắp đặt mỗi km đường ống trên bờ là 100.000.000 đồng và dưới nước là 260.000.000 đồng.....

Lời giải

Đáp án: 6,5

Đặt $AD = x$ km, $x > 0$. $CD = 9 - x$; $BD = \sqrt{36 + (9 - x)^2}$

Giá thành lắp đặt là: $100 \cdot 10^6 x + \sqrt{36 + (9 - x)^2} \cdot 260 \cdot 10^6 = 10^7 [10x + 26\sqrt{36 + (9 - x)^2}]$

Xét hàm số $f(x) = 10x + \sqrt{36 + (9 - x)^2} \cdot 26$ ($0 < x < 9$)

$$f'(x) = 10 - 26 \cdot \frac{9 - x}{\sqrt{36 + (9 - x)^2}} = 0 \Leftrightarrow 10\sqrt{36 + (9 - x)^2} - 26(9 - x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 9 \\ -576x^2 + 10368x - 43056 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{13}{2}$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên $(0; 9)$ ta thấy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = \frac{13}{2}$.

Vậy $AD = 6.5$ km.

Đáp án: 6,5

Câu 19. Một sợi dây kim loại dài 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a , đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn đường kính r . Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{a}{r}$ là?

Lời giải

Đáp án: 2

Độ dài đoạn dây bằng 60cm, cạnh hình vuông bằng a , bán kính đường tròn bằng r nên ta có: $4a + 2\pi r = 60$
 $\Leftrightarrow r = \frac{30 - 2a}{\pi}$ (1)

Gọi S là tổng diện tích của hình vuông và hình tròn, suy ra $S = a^2 + \pi r^2$ (2).

Thay (1) vào (2) ta được $S = a^2 + \frac{(30 - 2a)^2}{\pi}$.

Khi đó $S' = 2a - \frac{4(30 - 2a)}{\pi} = \frac{(2\pi + 8)a - 120}{\pi}$.

Cho $S' = 0 \Leftrightarrow a = \frac{60}{\pi + 4}$.

Bảng biến thiên.

x	0	$\frac{60}{\pi+4}$	60
S'	—	0	+
S			

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy S nhỏ nhất khi $a = \frac{60}{\pi+4} \Rightarrow r = \frac{30}{\pi+4}$. Vậy $\frac{a}{r} = 2$.
 Đáp án: 2

---HẾT---

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com
<https://www.vnteach.com>