

TOÁN 10	CÁC HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VÀ GIẢI TAM GIÁC
0H2-3	

MỤC LỤC

PHẦN A. CÂU HỎI.....	1
DẠNG 1. ĐỊNH LÝ COSIN, ÁP DỤNG ĐỊNH LÝ COSIN ĐỂ GIẢI TAM GIÁC.....	1
DẠNG 2. ĐỊNH LÝ SIN, ÁP DỤNG ĐỊNH LÝ SIN ĐỂ GIẢI TAM GIÁC.....	3
DẠNG 3. DIỆN TÍCH TAM GIÁC, BÁN KÍNH ĐƯỜNG TRÒN.....	4
DẠNG 4. ỨNG DỤNG THỰC TẾ.....	6
PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO.....	7
DẠNG 1. ĐỊNH LÝ COSIN, ÁP DỤNG ĐỊNH LÝ COSIN ĐỂ GIẢI TOÁN.....	7
DẠNG 2. ĐỊNH LÝ SIN, ÁP DỤNG ĐỊNH LÝ SIN ĐỂ GIẢI TOÁN.....	11
DẠNG 3. DIỆN TÍCH TAM GIÁC, BÁN KÍNH ĐƯỜNG TRÒN.....	12
DẠNG 4. ỨNG DỤNG THỰC TẾ.....	17

PHẦN A. CÂU HỎI

DẠNG 1. ĐỊNH LÝ COSIN, ÁP DỤNG ĐỊNH LÝ COSIN ĐỂ GIẢI TAM GIÁC

Câu 1. Cho tam giác ABC , mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$ **B.** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$
C. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos C$ **D.** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos B$

Câu 2. Cho tam giác ABC , có độ dài ba cạnh là $BC = a, AC = b, AB = c$. Gọi m_a là độ dài đường trung tuyến kẻ từ đỉnh A , R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác và S là diện tích tam giác đó. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** $m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$ **B.** $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$
C. $S = \frac{abc}{4R}$ **D.** $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

Câu 3. Cho tam giác ABC có $a=8, b=10$, góc C bằng 60° . Độ dài cạnh c là?

- A.** $c = 3\sqrt{21}$ **B.** $c = 7\sqrt{2}$ **C.** $c = 2\sqrt{11}$ **D.** $c = 2\sqrt{21}$

Câu 4. Cho $\triangle ABC$ có $b=6, c=8, A=60^\circ$. Độ dài cạnh a là:

- A.** $2\sqrt{13}$ **B.** $3\sqrt{12}$ **C.** $2\sqrt{37}$ **D.** $\sqrt{20}$

Câu 5. Cho $\triangle ABC$ có $B=60^\circ, a=8, c=5$. Độ dài cạnh b bằng:

- A.** 7 **B.** 129 **C.** 49 **D.** $\sqrt{129}$

Câu 6. Cho $\triangle ABC$ có $AB=9, BC=8, B=60^\circ$. Tính độ dài AC .

- A.** $\sqrt{73}$ **B.** $\sqrt{217}$ **C.** 8 **D.** $\sqrt{113}$

Câu 7. Cho tam giác ABC có $AB=2, AC=1$ và $A=60^\circ$. Tính độ dài cạnh BC .

- A. $BC = \sqrt{2}$. B. $BC = 1$. C. $BC = \sqrt{3}$. D. $BC = 2$.
- Câu 8.** Tam giác ABC có $a = 8, c = 3, \angle B = 60^\circ$. Độ dài cạnh b bằng bao nhiêu?
A. 49. B. $\sqrt{97}$ C. 7. D. $\sqrt{61}$.
- Câu 9.** (LẦN 01_VĨNH YÊN_VĨNH PHÚC_2019) Tam giác ABC có $\angle C = 150^\circ, BC = \sqrt{3}, AC = 2$. Tính cạnh AB ?
A. $\sqrt{13}$ B. $\sqrt{3}$ C. 10 D. 1.
- Câu 10.** Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của tam giác ABC . Biết $b = 7; c = 5; \cos A = \frac{4}{5}$. Tính độ dài của a .
A. $3\sqrt{2}$ B. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{23}{8}$ D. 6.
- Câu 11.** Cho $\angle Oxy = 30^\circ$. Gọi A, B là 2 điểm di động lần lượt trên Ox, Oy sao cho $AB = 2$. Độ dài lớn nhất của OB bằng bao nhiêu?
A. 4. B. 3. C. 6. D. 2.
- Câu 12.** Cho a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác. Mệnh đề nào sau đây không đúng?
A. $a^2 < ab + ac$ B. $a^2 + c^2 < b^2 + 2ac$ C. $b^2 + c^2 > a^2 + 2bc$ D. $ab + bc > b^2$.
- Câu 13.** Cho tam giác ABC có $AB = 4 \text{ cm}, BC = 7 \text{ cm}, AC = 9 \text{ cm}$. Tính $\cos A$.
A. $\cos A = -\frac{2}{3}$ B. $\cos A = \frac{1}{2}$ C. $\cos A = \frac{1}{3}$ D. $\cos A = \frac{2}{3}$.
- Câu 14.** Cho tam giác ABC có $a^2 + b^2 - c^2 > 0$. Khi đó:
A. Góc $C > 90^\circ$ B. Góc $C < 90^\circ$
C. Góc $C = 90^\circ$ D. Không thể kết luận được gì về góc C .
- Câu 15.** Cho tam giác ABC thỏa mãn: $b^2 + c^2 - a^2 = \sqrt{3}bc$. Khi đó:
A. $A = 30^\circ$ B. $A = 45^\circ$ C. $A = 60^\circ$ D. $A = 75^\circ$.
- Câu 16.** Cho các điểm $A(1;1), B(2;4), C(10;-2)$. Góc $\angle BAC$ bằng bao nhiêu?
A. 90° B. 60° C. 45° D. 30° .
- Câu 17.** Cho tam giác ABC , biết $a = 24, b = 13, c = 15$. Tính góc A ?
A. $33^\circ 34'$ B. $117^\circ 49'$ C. $28^\circ 37'$ D. $58^\circ 24'$.
- Câu 18.** Cho tam giác ABC , biết $a = 13, b = 14, c = 15$. Tính góc B ?
A. $59^\circ 49'$ B. $53^\circ 7'$ C. $59^\circ 29'$ D. $62^\circ 22'$.
- Câu 19.** (TH&TT LẦN 1 – THÁNG 12) Cho tam giác ABC biết độ dài ba cạnh BC, CA, AB lần lượt là a, b, c và thỏa mãn hệ thức $b(b^2 - a^2) = c(c^2 - a^2)$ với $b \neq c$. Khi đó, góc $\angle BAC$ bằng
A. 45° B. 60° C. 90° D. 120° .
- Câu 20.** (KSCL lần 1 lớp 11 Yên Lạc-Vĩnh Phúc-1819) Tam giác ABC có $AB = c, BC = a, CA = b$. Các cạnh a, b, c liên hệ với nhau bởi đẳng thức $b(b^2 - a^2) = c(a^2 - c^2)$. Khi đó góc $\angle BAC$ bằng bao nhiêu độ?
A. 30° B. 60° C. 90° D. 45° .
- Câu 21.** (THPT KINH MÔN - HD - LẦN 2 - 2018) Cho tam giác ABC vuông cân tại A và M là điểm nằm trong tam giác ABC sao cho $MA : MB : MC = 1 : 2 : 3$ khi đó góc $\angle AMB$ bằng bao nhiêu?

- A. 135° . B. 90° . C. 150° . D. 120° .

Câu 22. Cho tam giác ABC , chọn công thức đúng trong các đáp án sau:

- A. $m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} + \frac{a^2}{4}$. B. $m_a^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}$.
C. $m_a^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$. D. $m_a^2 = \frac{2c^2 + 2b^2 - a^2}{4}$.

Câu 23. Tam giác ABC có $AB = 9$ cm, $BC = 15$ cm, $AC = 12$ cm. Khi đó đường trung tuyến AM của tam giác có độ dài là

- A. 10 cm. B. 9 cm. C. 7,5 cm. D. 8 cm.

Câu 24. Cho tam giác ABC có $AB = 3$, $BC = 5$ và độ dài đường trung tuyến $BM = \sqrt{13}$. Tính độ dài AC .

- A. $\sqrt{11}$. B. 4. C. $\frac{9}{2}$. D. $\sqrt{10}$.

Câu 25. Cho $\triangle ABC$ vuông ở A , biết $\angle C = 30^\circ$, $AB = 3$. Tính độ dài trung tuyến AM ?

- A. 3. B. 4. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 26. Tam giác ABC có $a = 6$, $b = 4\sqrt{2}$, $c = 2$. M là điểm trên cạnh BC sao cho $BM = 3$. Độ dài đoạn AM bằng bao nhiêu?

- A. $\sqrt{9}$. B. 9. C. 3. D. $\frac{1}{2}\sqrt{108}$.

Câu 27. Gọi $S = m_a^2 + m_b^2 + m_c^2$ là tổng bình phương độ dài ba trung tuyến của tam giác ABC . Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng?

- A. $S = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$. B. $S = a^2 + b^2 + c^2$.
C. $S = \frac{3}{2}(a^2 + b^2 + c^2)$. D. $S = 3(a^2 + b^2 + c^2)$.

Câu 28. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 2$; $AC = 3$; $\angle A = 60^\circ$. Tính độ dài đường phân giác trong góc A của tam giác ABC .

- A. $\frac{12}{5}$. B. $\frac{6\sqrt{2}}{5}$. C. $\frac{6\sqrt{3}}{5}$. D. $\frac{6}{5}$.

DẠNG 2. ĐỊNH LÝ SIN, ÁP DỤNG ĐỊNH LÝ SIN ĐỂ GIẢI TAM GIÁC

Câu 29. Cho tam giác ABC . Tìm công thức sai:

- A. $\frac{a}{\sin A} = 2R$. B. $\sin A = \frac{a}{2R}$. C. $b \sin B = 2R$. D. $\sin C = \frac{c \sin A}{a}$.

Câu 30. Cho $\triangle ABC$ với các cạnh $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$. Gọi R, r, S lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp và diện tích của tam giác ABC . Trong các phát biểu sau, phát biểu nào sai?

- A. $S = \frac{abc}{4R}$. B. $R = \frac{a}{\sin A}$.

$$\text{C. } S = \frac{1}{2}ab \sin C \quad \text{D. } a^2 + b^2 - c^2 = 2ab \cos C$$

Câu 31. Cho tam giác ABC có góc $\widehat{BAC} = 60^\circ$ và cạnh $BC = \sqrt{3}$. Tính bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$\text{A. } R = 4 \quad \text{B. } R = 1 \quad \text{C. } R = 2 \quad \text{D. } R = 3$$

Câu 32. Trong mặt phẳng, cho tam giác ABC có $AC = 4 \text{ cm}$, góc $\widehat{A} = 60^\circ$, $\widehat{B} = 45^\circ$. Độ dài cạnh BC là

$$\text{A. } 2\sqrt{6} \quad \text{B. } 2 + 2\sqrt{3} \quad \text{C. } 2\sqrt{3} - 2 \quad \text{D. } \sqrt{6}$$

Câu 33. Cho $\triangle ABC$ có $AB = 5$, $\widehat{A} = 40^\circ$, $\widehat{B} = 60^\circ$. Độ dài BC gần nhất với kết quả nào?

$$\text{A. } 3,7 \quad \text{B. } 3,3 \quad \text{C. } 3,5 \quad \text{D. } 3,1$$

Câu 34. Cho tam giác ABC thỏa mãn hệ thức $b + c = 2a$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

$$\text{A. } \cos B + \cos C = 2 \cos A \quad \text{B. } \sin B + \sin C = 2 \sin A$$

$$\text{C. } \sin B + \sin C = \frac{1}{2} \sin A \quad \text{D. } \sin B + \cos C = 2 \sin A$$

Câu 35. Tam giác ABC có $a = 16,8$, $\widehat{B} = 56^\circ 13'$, $\widehat{C} = 71^\circ$. Cạnh c bằng bao nhiêu?

$$\text{A. } 29,9 \quad \text{B. } 14,1 \quad \text{C. } 17,5 \quad \text{D. } 19,9$$

Câu 36. Tam giác ABC có $\widehat{A} = 68^\circ 12'$, $\widehat{B} = 34^\circ 44'$, $AB = 117$. Tính AC ?

$$\text{A. } 68 \quad \text{B. } 168 \quad \text{C. } 118 \quad \text{D. } 200$$

DẠNG 3. DIỆN TÍCH TAM GIÁC, BÁN KÍNH ĐƯỜNG TRÒN

Câu 37. Chọn công thức đúng trong các đáp án sau:

$$\text{A. } S = \frac{1}{2}bc \sin A \quad \text{B. } S = \frac{1}{2}ac \sin A \quad \text{C. } S = \frac{1}{2}bc \sin B \quad \text{D. } S = \frac{1}{2}bc \sin B$$

Câu 38. Cho hình thoi $ABCD$ có cạnh bằng a . Góc $\widehat{BAD} = 30^\circ$. Diện tích hình thoi $ABCD$ là

$$\text{A. } \frac{a^2}{4} \quad \text{B. } \frac{a^2}{2} \quad \text{C. } \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} \quad \text{D. } a^2$$

Câu 39. Tính diện tích tam giác ABC biết $AB = 3$, $BC = 5$, $CA = 6$.

$$\text{A. } \sqrt{56} \quad \text{B. } \sqrt{48} \quad \text{C. } 6 \quad \text{D. } 8$$

Câu 40. Cho $\triangle ABC$ có $a = 6$, $b = 8$, $c = 10$. Diện tích S của tam giác trên là:

$$\text{A. } 48 \quad \text{B. } 24 \quad \text{C. } 12 \quad \text{D. } 30$$

Câu 41. Cho $\triangle ABC$ có $a = 4$, $c = 5$, $\widehat{B} = 150^\circ$. Diện tích của tam giác là:

$$\text{A. } 5\sqrt{3} \quad \text{B. } 5 \quad \text{C. } 10 \quad \text{D. } 10\sqrt{3}$$

Câu 42. Một tam giác có ba cạnh là $13, 14, 15$. Diện tích tam giác bằng bao nhiêu?

$$\text{A. } 84 \quad \text{B. } \sqrt{84} \quad \text{C. } 42 \quad \text{D. } \sqrt{168}$$

Câu 43. Cho các điểm $A(1; -2)$, $B(-2; 3)$, $C(0; 4)$. Diện tích $\triangle ABC$ bằng bao nhiêu?

$$\text{A. } \frac{13}{2} \quad \text{B. } 13 \quad \text{C. } 26 \quad \text{D. } \frac{13}{4}$$

Câu 44. Cho tam giác ABC có $A(1; -1)$, $B(3; -3)$, $C(6; 0)$. Diện tích $\triangle ABC$ là

$$\text{A. } 12 \quad \text{B. } 6 \quad \text{C. } 6\sqrt{2} \quad \text{D. } 9$$

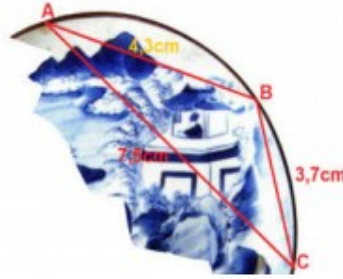
- Câu 45.** Cho tam giác ABC có $a=4, b=6, c=8$. Khi đó diện tích của tam giác là:
- A. $9\sqrt{15}$. B. $3\sqrt{15}$. C. 105. D. $\frac{2}{3}\sqrt{15}$.
- Câu 46.** Cho tam giác ABC . Biết $AB=2$; $BC=3$ và $\angle ABC=60^\circ$. Tính chu vi và diện tích tam giác ABC .
- A. $5+\sqrt{7}$ và $\frac{3}{2}$. B. $5+\sqrt{7}$ và $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.
C. $5\sqrt{7}$ và $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. D. $5+\sqrt{19}$ và $\frac{3}{2}$.
- Câu 47.** Tam giác ABC có các trung tuyến $m_a=15$, $m_b=12$, $m_c=9$. Diện tích S của tam giác ABC bằng
- A. 72. B. 144. C. 54. D. 108.
- Câu 48.** Cho tam giác ΔABC có $b=7; c=5; \cos A=\frac{3}{5}$. Độ dài đường cao h_a của tam giác ΔABC là.
- A. $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. B. 8. C. $8\sqrt{3}$. D. $80\sqrt{3}$.
- Câu 49.** Cho tam giác ABC có $AB=2a$; $AC=4a$ và $\angle BAC=120^\circ$. Tính diện tích tam giác ABC ?
- A. $S=8a^2$. B. $S=2a^2\sqrt{3}$. C. $S=a^2\sqrt{3}$. D. $S=4a^2$.
- Câu 50.** Cho tam giác ABC đều cạnh a . Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 51.** Cho tam giác ABC có chu vi bằng 12 và bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1. Diện tích của tam giác ABC bằng
- A. 12. B. 3. C. 6. D. 24.
- Câu 52.** (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019) Cho tam giác ABC đều cạnh $2a$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
- A. $\frac{2a}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{4a}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{8a}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{6a}{\sqrt{3}}$.
- Câu 53.** Cho tam giác ABC có $BC=\sqrt{6}$, $AC=2$ và $AB=\sqrt{3}+1$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng:
- A. $\sqrt{5}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{2}$. D. 2.
- Câu 54.** Cho tam giác ABC có $AB=3$, $AC=4$, $BC=5$. Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác bằng
- A. 1. B. $\frac{8}{9}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{3}{4}$.
- Câu 55.** Cho ΔABC có $S=84, a=13, b=14, c=15$. Độ dài bán kính đường tròn ngoại tiếp R của tam giác trên là:
- A. 8,125. B. 130. C. 8. D. 8,5.
- Câu 56.** Cho ΔABC có $S=10\sqrt{3}$, nửa chu vi $p=10$. Độ dài bán kính đường tròn nội tiếp r của tam giác trên là:
- A. 3. B. 2. C. $\sqrt{2}$. D. $\sqrt{3}$.
- Câu 57.** Một tam giác có ba cạnh là 26, 28, 30. Bán kính đường tròn nội tiếp là:

- A. 16. B. 8. C. 4. D. $4\sqrt{2}$.
- Câu 58.** Một tam giác có ba cạnh là 52, 56, 60. Bán kính đường tròn ngoại tiếp là:
A. $\frac{65}{8}$. B. 40. C. 32, 5. D. $\frac{65}{4}$.
- Câu 59.** Tam giác với ba cạnh là 5; 12; 13 có bán kính đường tròn ngoại tiếp là?
A. 6. B. 8. C. $\frac{13}{2}$. D. $\frac{11}{2}$.
- Câu 60.** Tam giác với ba cạnh là 5; 12; 13 có bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó bằng bao nhiêu?
A. 2. B. $2\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{3}$. D. 3.
- Câu 61.** Tam giác với ba cạnh là 6; 8; 10 có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng bao nhiêu?
A. 5. B. $4\sqrt{2}$. C. $5\sqrt{2}$. D. 6.
- Câu 62.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có cạnh $AB = 4, BC = 6$, M là trung điểm của BC , N là điểm trên cạnh CD sao cho $ND = 3NC$. Khi đó bán kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN bằng
A. $3\sqrt{5}$. B. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. C. $5\sqrt{2}$. D. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.
- Câu 63.** Cho tam giác đều ABC ; gọi D là điểm thỏa mãn $\overline{DC} = 2\overline{BD}$. Gọi R và r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác ADC . Tính tỉ số $\frac{R}{r}$.
A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{5+7\sqrt{7}}{9}$. C. $\frac{7+5\sqrt{5}}{9}$. D. $\frac{7+5\sqrt{7}}{9}$.

DẠNG 4. ỨNG DỤNG THỰC TẾ

- Câu 64.** Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $78^\circ 24'$. Biết $CA = 250m, CB = 120m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?
A. 266m. B. 255m. C. 166m. D. 298m.
- Câu 65.** Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ $30km/h$, tàu thứ hai chạy với tốc độ $40km/h$. Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km ?
A. 13. B. $20\sqrt{13}$. C. $10\sqrt{13}$. D. 15.
- Câu 66.** Từ một đỉnh tháp chiều cao $CD = 80m$, người ta nhìn hai điểm A và B trên mặt đất dưới các góc nhìn là $72^\circ 12'$ và $34^\circ 26'$. Ba điểm A, B, D thẳng hàng. Tính khoảng cách AB ?
A. 71m. B. 91m. C. 79m. D. 40m.
- Câu 67.** Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc $56^\circ 16'$. Biết $CA = 200m, CB = 180m$. Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?
A. 180m. B. 224m. C. 112m. D. 168m.
- Câu 68.** Trong khi khai quật một ngôi mộ cổ, các nhà khảo cổ học đã tìm được một chiếc đĩa cổ hình tròn bị vỡ, các nhà khảo cổ muốn khôi phục lại hình dạng chiếc đĩa này. Để xác định bán kính của chiếc đĩa,

các nhà khảo cổ lấy 3 điểm trên chiếc đĩa và tiến hành đo đạc thu được kết quả như hình vẽ ($AB = 4,3 \text{ cm}$; $BC = 3,7 \text{ cm}$; $CA = 7,5 \text{ cm}$). Bán kính của chiếc đĩa này bằng (kết quả làm tròn tới hai chữ số sau dấu phẩy).



- A. 5,73 cm. B. 6,01cm. C. 5,85cm. D. 4,57cm.

Câu 69. (THI HK1 LỚP 11 THPT VIỆT TRÌ 2018 - 2019) Giả sử $CD = h$ là chiều cao của tháp trong đó C là chân tháp. Chọn hai điểm A, B trên mặt đất sao cho ba điểm A, B, C thẳng hàng. Ta đo được $AB = 24 \text{ m}$, $\angle ADB = 63^\circ$; $\angle BDC = 48^\circ$. Chiều cao h của khối tháp gần với giá trị nào sau đây?
A. 61,4 m. B. 18,5 m. C. 60 m. D. 18 m.

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

DẠNG 1. ĐỊNH LÝ COSIN, ÁP DỤNG ĐỊNH LÝ COSIN ĐỂ GIẢI TOÁN

Câu 1. Chọn B

Theo định lý cosin trong tam giác ABC , ta có $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$.

Câu 2. Chọn B

Theo định lý hàm số cosin trong tam giác ta có $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

Câu 3. Chọn D.

Ta có: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 8^2 + 10^2 - 2 \cdot 8 \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ = 84 \Rightarrow c = 2\sqrt{21}$.

Câu 4. Chọn A.

Ta có: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 36 + 64 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \cos 60^\circ = 52 \Rightarrow a = 2\sqrt{13}$.

Câu 5. Chọn A.

Ta có: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B = 8^2 + 5^2 - 2 \cdot 8 \cdot 5 \cdot \cos 60^\circ = 49 \Rightarrow b = 7$.

Câu 6. Chọn A

Theo định lý cosin có:

$$AC^2 = BA^2 + BC^2 - 2BA \cdot BC \cdot \cos \angle ABC = 73 \Rightarrow AC = \sqrt{73}$$

Vậy $AC = \sqrt{73}$.

Câu 7. Chọn C

Theo định lý cosin ta có: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos 60^\circ}$
 $= \sqrt{2^2 + 1^2 - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{3}$.

Câu 8. Chọn C.

Ta có: $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B = 8^2 + 3^2 - 2 \cdot 8 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 49 \Rightarrow b = 7$.

Câu 9. Chọn A

Theo định lý cosin trong $\triangle ABC$ ta có:

$$AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CA.CB.\cos C = 13 \Rightarrow AB = \sqrt{13}. \text{ Chọn } \mathbf{A}.$$

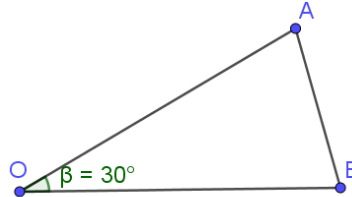
Câu 10. Chọn A

Áp dụng định lí cosin cho tam giác ABC ta có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A = 7^2 + 5^2 - 2.7.5.\frac{4}{5} = 18$$

$$\text{Suy ra: } a = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}.$$

Câu 11. Chọn A



$$\text{Áp dụng định lí cosin: } AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA.OB.\cos 30^\circ \Leftrightarrow 4 = OA^2 + OB^2 - 2OA.OB.\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Leftrightarrow OA^2 - \sqrt{3}.OB.OA + OB^2 - 4 = 0 (*)$$

Coi phương trình (*) là một phương trình bậc hai ẩn OA . Để tồn tại giá trị lớn nhất của OB

$$\text{thì } \Delta(*) \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{3}OB)^2 - 4(OB^2 - 4) \geq 0 \Leftrightarrow OB^2 \leq 16 \Leftrightarrow OB \leq 4$$

$$\text{Vậy } \max OB = 4.$$

Câu 12. Chọn C

$$\text{Do } b^2 + c^2 - a^2 = 2bc.\cos A \leq 2bc \Rightarrow b^2 + c^2 \leq a^2 + 2bc \text{ nên mệnh đề C sai.}$$

$$\text{Áp dụng bất đẳng thức tam giác ta có } a < b + c \Rightarrow a^2 < ab + ac; \text{ đáp án A đúng.}$$

$$\text{Tương tự } a + c > b \Rightarrow ab + bc > b^2; \text{ mệnh đề D đúng.}$$

$$\text{Ta có: } a^2 + c^2 - b^2 = 2ac.\cos B < 2ac \Rightarrow a^2 + c^2 < b^2 + 2ac; \text{ mệnh đề B đúng.}$$

Câu 13. Chọn D

$$\text{Ta có } \cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2.AB.AC} = \frac{4^2 + 9^2 - 7^2}{2.4.9} = \frac{2}{3}$$

Câu 14. Chọn B.

$$\text{Ta có: } \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

$$\text{Mà: } a^2 + b^2 - c^2 > 0 \text{ suy ra: } \cos C > 0 \Rightarrow C < 90^\circ$$

Câu 15. Chọn A.

$$\text{Ta có: } \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{\sqrt{3}bc}{2bc} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A = 30^\circ.$$

Câu 16. Chọn A.

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (1; 3), \overrightarrow{AC} = (9; -3)$$

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = 0 \Rightarrow \widehat{BAC} = 90^\circ.$$

Suy ra:

Câu 17. Chọn B.

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{13^2 + 15^2 - 24^2}{2.13.15} = -\frac{7}{15} \Rightarrow A \simeq 117^\circ 49'.$$

Ta có:

Câu 18. Chọn C.

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{13^2 + 15^2 - 14^2}{2.13.15} = \frac{33}{65} \Rightarrow B \simeq 59^\circ 29'.$$

Ta có:

Câu 19. Chọn D

$$\text{Ta có } b(b^2 - a^2) = c(c^2 - a^2) \Leftrightarrow b^3 - ba^2 = c^3 - ca^2 \Leftrightarrow b^3 - c^3 - a^2(b - c) = 0$$

Ta có

$$\Leftrightarrow (b - c)(b^2 + bc + c^2 - a^2) = 0 \Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 = -bc$$

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{-bc}{2bc} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BAC} = 120^\circ$$

Mặt khác

Câu 20.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Theo bài ra, ta có: } b(b^2 - a^2) = c(a^2 - c^2) \Leftrightarrow b^3 - a^2b = a^2c - c^3 = 0 \Leftrightarrow b^3 + c^3 - a^2b - a^2c = 0$$

Theo bài ra, ta có:

$$\Leftrightarrow (b + c)(b^2 - bc + c^2) - a^2(b + c) = 0 \Leftrightarrow (b + c)(b^2 - bc + c^2 - a^2) = 0 \Leftrightarrow b^2 - bc + c^2 - a^2 = 0$$

(do $b + c \neq 0$)

$$\Leftrightarrow b^2 + c^2 - a^2 = bc \Leftrightarrow \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BAC} = 60^\circ$$

Câu 21. $MB = x \Leftrightarrow MA = 2x; MC = 3x$ với $0 < x < BC = \sqrt{2}$.

$$\text{Ta có } \cos \widehat{BAM} = \frac{1 + 4x^2 - x^2}{2.1.2x} = \frac{3x^2 + 1}{4x}$$

Ta có

$$\cos \widehat{MAC} = \frac{1 + 4x^2 - 9x^2}{4x} = \frac{1 - 5x^2}{4x}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3x^2 + 1}{4x} \right)^2 + \left(\frac{1 - 5x^2}{4x} \right)^2 = 1 \Rightarrow 9x^4 + 6x^2 + 1 + 1 - 10x^2 + 25x^4 = 16$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{5 + 2\sqrt{2}}{17} > \frac{1}{5} (I) \\ x^2 = \frac{5 - 2\sqrt{2}}{17} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 34x^4 - 20x^2 + 2 = 0$$

$$\Rightarrow \cos \widehat{AMB} = \frac{AM^2 + BM^2 - AB^2}{2AM.BM} = \frac{4x^2 + x^2 - 1}{2.2x.x}$$

$$= \frac{5x^2 - 1}{4x^2} = \left(\frac{25 - 10\sqrt{2}}{17} - 1 \right) : \frac{20 - 8\sqrt{2}}{17} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

Vậy $\widehat{AMB} = 135^\circ$.

Câu 22. Chọn D.

$$m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} = \frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4}.$$

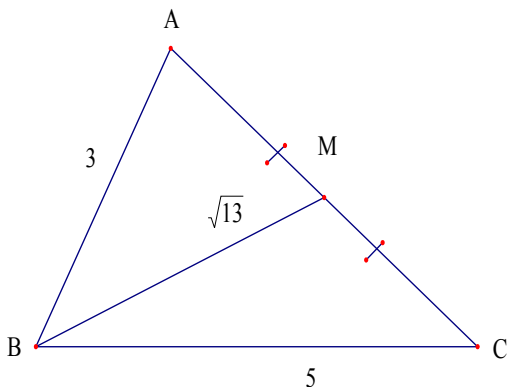
Ta có:

Câu 23. Chọn C

$$AM^2 = \frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4} = \frac{9^2 + 12^2}{2} - \frac{15^2}{4} = \frac{225}{4} \Rightarrow AM = \frac{15}{2}.$$

Ta có

Câu 24. Chọn B



Theo công thức tính độ dài đường trung tuyến; ta có:

$$BM^2 = \frac{BA^2 + BC^2}{2} - \frac{AC^2}{4} \Leftrightarrow (\sqrt{13})^2 = \frac{3^2 + 5^2}{2} - \frac{AC^2}{4} \Leftrightarrow AC = 4$$

Câu 25. Chọn A

AM là trung tuyến ứng với cạnh huyền nên $AM = \frac{1}{2}BC = BM = MC$

Xét $\triangle BAC$ có $\angle B = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

Xét tam giác ABM có $BM = AM$ và $\angle B = 60^\circ$ suy ra $\triangle ABM$ là tam giác đều.
 $\Rightarrow AM = AB = 3$.

Câu 26. Chọn C.

Ta có: Trong tam giác ABC có $a = 6 \Rightarrow BC = 6$ mà $BM = 3$ suy ra M là trung điểm BC .

$$AM^2 = m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} = 9 \Rightarrow AM = 3$$

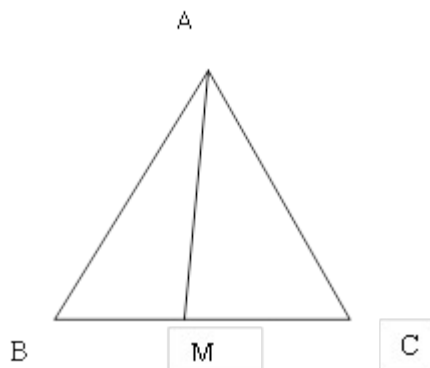
Suy ra:

Câu 27. Chọn A.

$$S = m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} + \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4} + \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4} = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2).$$

Ta có:

Câu 28. Chọn C



Gọi M là chân đường phân giác góc **A.**

Ta có $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A = 7 \Rightarrow BC = \sqrt{7}$.

Lại có $\frac{BM}{CM} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$.

$$BM = \frac{2\sqrt{7}}{5}.$$

Suy ra

Áp dụng định lý cosin trong tam giác ABM ta được:

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB.BM.\cos \angle ABC = AB^2 + BM^2 - 2AB.BM.\frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2AB.BC} = \frac{108}{25}.$$

$$\Rightarrow AM = \frac{6\sqrt{3}}{5}.$$

CÁCH 2

Gọi M là chân đường phân giác trong của góc A .

Vì đoạn thẳng AM chia tam giác ABC thành hai phần nên ta có:

$$S_{ABC} = S_{ABM} + S_{ACM} \Leftrightarrow \frac{1}{2}AB.AC.\sin \angle BAC = \frac{1}{2}AB.AM.\sin \angle BAM + \frac{1}{2}AC.AM.\sin \angle MAC$$

$$\Leftrightarrow AM = \frac{AB.AC.\sin 60^\circ}{(AB+AC).\sin 30^\circ}.$$

$$\Leftrightarrow AM = \frac{6\sqrt{3}}{5}.$$

$$AM = \frac{6\sqrt{3}}{5}.$$

Vậy

DẠNG 2. ĐỊNH LÝ SIN, ÁP DỤNG ĐỊNH LÝ SIN ĐỂ GIẢI TOÁN

Câu 29. Chọn C.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R.$$

Ta có:

Câu 30. Chọn B.

$$\text{Theo định lí Sin trong tam giác, ta có } \frac{a}{\sin A} = 2R.$$

Câu 31. Chọn B

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R \Leftrightarrow R = \frac{BC}{2\sin A} = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 1$$

Ta có:

Câu 32. Chọn A

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Leftrightarrow BC = \frac{4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2\sqrt{6}$$

Ta có

Câu 33. Chọn B

$$\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 80^\circ$$

Áp dụng định lý sin: $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow BC = \frac{AB}{\sin C} \cdot \sin A = \frac{5}{\sin 80^\circ} \sin 40^\circ \approx 3,3$

Câu 34. Chọn B.

Ta có:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \frac{\frac{b+c}{2}}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Leftrightarrow \frac{b+c}{2\sin A} = \frac{b+c}{\sin B + \sin C} \Leftrightarrow \sin B + \sin C = 2\sin A.$$

Câu 35. Chọn D.

Ta có: Trong tam giác ABC : $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - 71^\circ - 56^\circ 13' = 52^\circ 47'$.

Mặt khác $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow c = \frac{a \cdot \sin C}{\sin A} = \frac{16,8 \cdot \sin 71^\circ}{\sin 52^\circ 47'} \approx 19,9.$

Câu 36. Chọn A.

Ta có: Trong tam giác ABC : $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - 68^\circ 12' - 34^\circ 44' = 77^\circ 4'$.

Mặt khác $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{AC}{\sin B} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin B}{\sin C} = \frac{117 \cdot \sin 34^\circ 44'}{\sin 77^\circ 4'} \approx 68.$

DẠNG 3. DIỆN TÍCH TAM GIÁC, BÁN KÍNH ĐƯỜNG TRÒN

Câu 37. Chọn A.

Ta có: $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$

Câu 38. Chọn B

Ta có $S_{ABCD} = AB \cdot AD \cdot \sin \hat{BAD} = a \cdot a \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2}a^2$

Câu 39. Chọn A

Ta có: $p = \frac{AB + AC + BC}{2} = \frac{3 + 5 + 6}{2} = 7$

Vậy diện tích tam giác ABC là:

$$S = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)} = \sqrt{7(7-3)(7-6)(7-5)} = \sqrt{56}$$

Câu 40. Chọn B.

Ta có: Nửa chu vi ΔABC : $p = \frac{a+b+c}{2}$

Áp dụng công thức Hê-rông: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{12(12-6)(12-8)(12-10)} = 24$

Câu 41. Chọn B.

Ta có: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}ac \sin B = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sin 150^\circ = 5.$

Câu 42. Chọn A.

Ta có: $p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+14+15}{2} = 21$

Suy ra: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = 84$

Câu 43. Chọn A.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-3; 5) \Rightarrow AB = \sqrt{34}$, $\overrightarrow{AC} = (-1; 6) \Rightarrow AC = \sqrt{37}$, $\overrightarrow{BC} = (2; 1) \Rightarrow BC = \sqrt{5}$.

$$p = \frac{AB + AC + BC}{2} = \frac{\sqrt{37} + \sqrt{34} + \sqrt{5}}{2}$$

Mặt khác

$$S = \sqrt{p(p - AB)(p - AC)(p - BC)} = \frac{13}{2}.$$

Suy ra:

Câu 44. Chọn B.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; -2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}$, $\overrightarrow{AC} = (5; 1) \Rightarrow AC = \sqrt{26}$, $\overrightarrow{BC} = (3; 3) \Rightarrow BC = 3\sqrt{2}$.

Mặt khác $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Rightarrow AB \perp BC$.

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = 6.$$

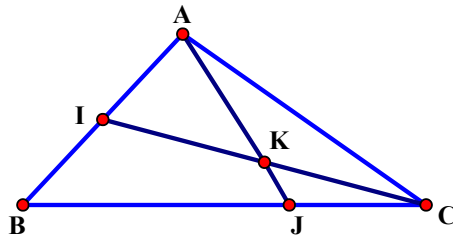
Suy ra:

Câu 45. Chọn B.

$$p = \frac{a + b + c}{2} = \frac{4 + 6 + 8}{2} = 9.$$

Ta có:

Suy ra: $S = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)} = 3\sqrt{15}.$



Câu 46.

Chọn B

Ta có: $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \angle ABC = 4 + 9 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \cos 60^\circ = 13 - 6 = 7.$

Suy ra $AC = \sqrt{7}.$

Chu vi tam giác ABC là $AB + AC + BC = 2 + 3 + \sqrt{7}.$

Diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \angle ABC = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ (đvdt).

Câu 47. Chọn A

Theo bài toán ta có

$$\begin{cases} m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} = 15^2 \\ m_b^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4} = 12^2 \\ m_c^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4} = 9^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b^2 + 2c^2 - a^2 = 900 \\ 2a^2 + 2c^2 - b^2 = 576 \\ 2a^2 + 2b^2 - c^2 = 324 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 4\sqrt{13} \\ c = 2\sqrt{73} \end{cases}$$

Ta có $p = \frac{a + b + c}{2} = 5 + 2\sqrt{13} + \sqrt{73}$

, áp dụng công thức He-rong ta có

$$S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)} = 72.$$

Cách 2:

Đặt $BC = a, CA = b, AB = c$,

Theo định lý trung tuyến có:

$$\begin{cases} 4m_a^2 + a^2 = 2(b^2 + c^2) \\ 4m_b^2 + b^2 = 2(a^2 + c^2) \\ 4m_c^2 + c^2 = 2(b^2 + a^2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a^2 + 2b^2 + 2c^2 = 900 \\ 2a^2 - b^2 + 2c^2 = 576 \\ 2a^2 + 2b^2 - c^2 = 324 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 100 \\ b^2 = 208 \\ c^2 = 291 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 100 \\ b^2 = 208 \\ c^2 = 292 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = 4\sqrt{13} \\ c = 2\sqrt{73} \end{cases}$$

Có $S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$ Suy ra $S_{ABC} = 72$

Câu 48. Chọn A

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos A} = \sqrt{7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5}} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$\sin^2 A = 1 - \cos^2 A = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25} \quad \text{Suy ra} \quad \begin{cases} \sin A = \frac{4}{5} \\ \sin A = -\frac{4}{5} \end{cases} \quad \text{vì } 0 \leq A \leq 180^\circ \text{ nên } \sin A = \frac{4}{5}$$

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{4}{5} = 14 \quad \text{mà} \quad S = \frac{1}{2}a \cdot h_a \Leftrightarrow 14 = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} \cdot h_a \Leftrightarrow h_a = \frac{7\sqrt{2}}{2}$$

Câu 49. Chọn B

Diện tích của tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 4a \cdot \sin 120^\circ = 2a^2\sqrt{3}$ (đvdt).

Câu 50. Chọn B

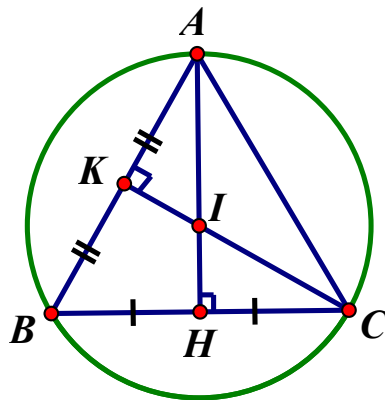
Gọi G là trọng tâm ABC . Bán kính đường tròn ngoại tiếp $R = AG = \frac{2}{3} \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 51. Chọn C

Theo đề bài tam giác ABC có chu vi bằng 12 nên nửa chu vi là $p = \frac{12}{2}$; bán kính đường tròn nội tiếp bằng 1, tức là ta có: $r = 1$.

Diện tích tam giác ABC là: $S = pr = 6 \cdot 1 = 6$.

Câu 52. Chọn A



Gọi H, K lần lượt là trung điểm cạnh AB, BC ;
I là giao điểm của AH và CK .

Lúc đó, I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$AH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$$

Ta có:

$$R = AI = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3}a\sqrt{3} = \frac{2a}{\sqrt{3}}.$$

Do đó:

Câu 53. Chọn C

Áp dụng định lý cosin ta có $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{1}{2}$ suy ra $A = 60^\circ$.

Áp dụng định lý sin ta có $R = \frac{a}{2\sin A} = \sqrt{2}$.

Câu 54. Chọn A

Vì $AB^2 + AC^2 = BC^2$ nên tam giác ABC vuông tại A .

$$r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{1}{2}AB \cdot AC}{\frac{1}{2}(AB + AC + BC)} = \frac{3 \cdot 4}{3 + 4 + 5} = 1$$

Do đó bán kính đường tròn nội tiếp

Câu 55. Chọn A.

$$S_{\Delta ABC} = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R} \Leftrightarrow R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4S} = \frac{13 \cdot 14 \cdot 15}{4 \cdot 84} = \frac{65}{8}$$

Ta có:

Câu 56. Chọn D.

$$S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{10\sqrt{3}}{10} = \sqrt{3}.$$

Ta có:

Câu 57. Chọn B.

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{26+28+30}{2} = 42.$$

Ta có:

$$S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{p} = \frac{\sqrt{42(42-26)(42-28)(42-30)}}{42} = 8.$$

Câu 58. Chọn C.

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{52+56+60}{2} = 84.$$

Ta có:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{84(84-52)(84-56)(84-60)} = 1344$$

Suy ra:

$$S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{52 \cdot 56 \cdot 60}{4 \cdot 1344} = \frac{65}{2}$$

Mà

Câu 59. Chọn C.

$$5^2 + 12^2 = 13^2 \Rightarrow R = \frac{13}{2}.$$

Ta có:

(Tam giác vuông bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $\frac{1}{2}$ cạnh huyền).

Câu 60. Chọn A.

$$p = \frac{5+12+13}{2} = 15 \quad 5^2 + 12^2 = 13^2 \Rightarrow S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30.$$

Ta có:

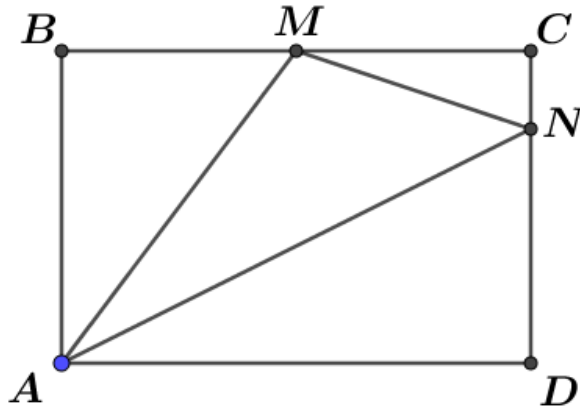
$$S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = 2.$$

Mặt khác

Câu 61. Chọn A.

Ta có: $6^2 + 8^2 = 10^2 \Rightarrow R = \frac{10}{2} = 5$. (Tam giác vuông bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $\frac{1}{2}$ cạnh huyền).

Câu 62. Chọn D



Ta có

$$MC = 3, NC = 1 \Rightarrow MN = \sqrt{10}$$

$$BM = 3, AB = 4 \Rightarrow AM = 5$$

$$AD = 6, ND = 3 \Rightarrow AN = \sqrt{45}$$

$$p = \frac{AM + AN + MN}{2} = \frac{\sqrt{10} + 5 + \sqrt{45}}{2}$$

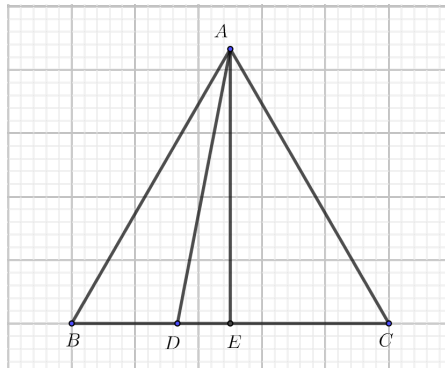
$$S_{AMN} = \sqrt{p(p - AM)(p - AN)(p - MN)} = \frac{15}{2}$$

$$R = \frac{AM \cdot AN \cdot MN}{4S_{AMN}} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

Bán kính của đường tròn ngoại tiếp của tam giác AMN là:

Câu 63. Chọn B

Ta có $\overline{DC} = 2\overline{BD} \Leftrightarrow \overline{DC} = -2\overline{DB}$. Do đó $DC = 2DB$.



Gọi S là diện tích của tam giác ACD và E là trung điểm của BC .

$$\left\{ \begin{array}{l} S = \frac{2}{3} S_{ABC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{6} \\ AD = \sqrt{AE^2 + ED^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{6}\right)^2} = \frac{2a\sqrt{7}}{6} \end{array} \right.$$

Đặt $AB = a$. Suy ra

$$\begin{cases} S = \frac{AD+DC+AC}{2} \cdot r = \frac{5+\sqrt{7}}{6} \cdot ar \Rightarrow S^2 = \frac{(5+\sqrt{7})ar \cdot 2a^3\sqrt{7}}{6 \cdot 36R} = \frac{\sqrt{7}(5+\sqrt{7})a^4r}{108R} \\ S = \frac{AD \cdot DC \cdot BC}{4R} = \frac{2a^3\sqrt{7}}{36R} \end{cases}$$

Hơn nữa

$$\frac{a^4}{12} = \frac{\sqrt{7}(5+\sqrt{7})a^4r}{108R} \Leftrightarrow \frac{R}{r} = \frac{\sqrt{7}(5+\sqrt{7}) \cdot 12}{108} \Leftrightarrow \frac{R}{r} = \frac{\sqrt{7}(5+\sqrt{7})}{9}$$

Hay

DẠNG 4. ỨNG DỤNG THỰC TẾ

Câu 64. Chọn B.

Ta có: $AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CB \cdot CA \cdot \cos C = 250^2 + 120^2 - 2 \cdot 250 \cdot 120 \cdot \cos 78^\circ 24' \approx 64835 \Rightarrow AB \approx 255$.

Câu 65. Chọn B.

Ta có: Sau $2h$ quãng đường tàu thứ nhất chạy được là: $S_1 = 30 \cdot 2 = 60 \text{ km}$.

Sau $2h$ quãng đường tàu thứ hai chạy được là: $S_2 = 40 \cdot 2 = 80 \text{ km}$.

Vậy: sau $2h$ hai tàu cách nhau là: $S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 - 2S_1 \cdot S_2 \cdot \cos 60^\circ} = 20\sqrt{13}$.

Câu 66. Chọn B.

Ta có: Trong tam giác vuông CDA : $\tan 72^\circ 12' = \frac{CD}{AD} \Rightarrow AD = \frac{CD}{\tan 72^\circ 12'} = \frac{80}{\tan 72^\circ 12'} \approx 25,7$.

Trong tam giác vuông CDB : $\tan 34^\circ 26' = \frac{CD}{BD} \Rightarrow BD = \frac{CD}{\tan 34^\circ 26'} = \frac{80}{\tan 34^\circ 26'} \approx 116,7$.

Suy ra: khoảng cách $AB = 116,7 - 25,7 = 91 \text{ m}$.

Câu 67. Chọn A.

Ta có: $AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CB \cdot CA \cdot \cos C = 200^2 + 180^2 - 2 \cdot 200 \cdot 180 \cdot \cos 56^\circ 16' \approx 32416 \Rightarrow AB \approx 180$.

Câu 68. Chọn A

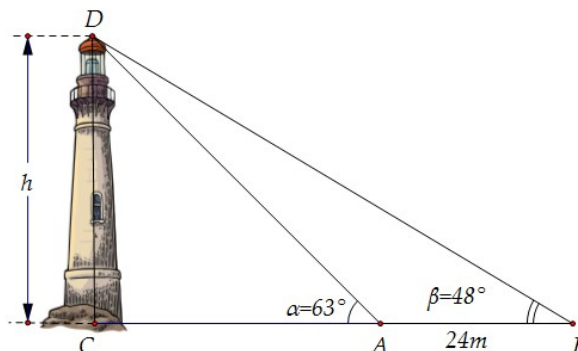
Bán kính R của chiếc đĩa bằng bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Nửa chu vi của tam giác ABC là: $p = \frac{AB+BC+CA}{2} = \frac{4,3+3,7+7,5}{2} = \frac{31}{2} \text{ cm}$.

Diện tích tam giác ABC là: $S = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-CA)} \approx 5,2 \text{ cm}^2$.

Mà $S = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4R} \Rightarrow R = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4S} \approx 5,73 \text{ cm}$.

Câu 69. Chọn A



Ta có $\angle ADB = 63^\circ \Rightarrow \angle BAD = 117^\circ \Rightarrow \angle ADB = 180^\circ - (117^\circ + 48^\circ) = 15^\circ$

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABD ta có: $\frac{AB}{\sin \angle ADB} = \frac{BD}{\sin \angle BAD} \Rightarrow BD = \frac{AB \cdot \sin \angle BAD}{\sin \angle ADB}$

Tam giác BCD vuông tại C nên có: $\sin \angle CBD = \frac{CD}{BD} \Rightarrow CD = BD \cdot \sin \angle CBD$

Vậy $CD = \frac{AB \cdot \sin \angle BAD \cdot \sin \angle CBD}{\sin \angle ADB} = \frac{24 \cdot \sin 117^\circ \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} = 61,4m$