BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

STRONG TEAM TOÁN VD-VDC

KỲ THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

(Đề thi có 50 câu trắc nghiệm)

Họ và tên: ……………………..………………………SBD:……………………..

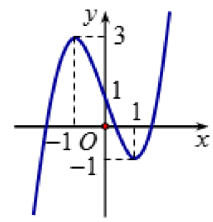
Mã đề thi: 112

PHẦN I: ĐỀ BÀI

Câu 1. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(1;+\infty\right)$.

C. $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(0;3\right)$.



Câu 2. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $\left(P\right):2x+4y-z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của $\left(P\right)$?

A. $\overrightarrow{n_4}=\left(-2;4;1\right)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=\left(2;4;1\right)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=\left(2;4;-1\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=\left(2;-4;1\right)$.

Câu 3. **[Mức độ 1]** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=8a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $8a^3$. **B.** $\frac{8}{3}a^3$. **C.** $\frac{4}{3}a^3$. **D.** $4a^3$.

Câu 4. **[Mức độ 1]** Nếu $\int\limits_1^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x=4$ và $\int\limits_1^4 g\left(x\right)\mathrm{d}x=-3$ thì $\int\limits_1^4\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** -7. **C.** -1. **D.** 7.

Câu 5. **[Mức độ 1]** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A\left(2;-1;4\right)$. Toạ độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là:

A. $\left(2;-1;4\right)$. **B.** $\left(2;1;4\right)$. **C.** $\left(-2;1;-4\right)$. **D.** $\left(-2;1;4\right)$.

Câu 6. **[Mức độ 1]** Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a\sqrt[5]{a}$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** $-\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 7. **[Mức độ 1]** Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $8a^3$. **D.** $4a^3$.

Câu 8. **[Mức độ 1]** Nghiệm của phương trình $\log_2\left(5x\right)=3$ là:

A. $x=\frac{8}{5}$. **B.** $x=\frac{9}{5}$. **C.** $x=9$. **D.** $x=8$.

Câu 9. **[Mức độ 1]** Tập xác định của hàm số $y=8^x$ là:

A. $\mathbb{R}\backslash\left\{0\right\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\left(0;+\infty\right)$. **D.** $\left[0;+\infty\right)$.

Câu 10. **[Mức độ 1]** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x>5$ là:

A. $\left(\log_5 2;+\infty\right)$. **B.** $\left(\log_2 5;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\log_2 5\right)$. **D.** $\left(-\infty;\log_5 2\right)$.

Câu 11. **[Mức độ 1]** Cho hai số phức $z=3+2i$ và $w=1-4i$. Số phức $z+w$ bằng

A. $2+6i$. **B.** $-2-6i$. **C.** $4+2i$. **D.** $4-2i$.

Câu 12. **[Mức độ 1]** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=\frac{4}{3}\pi R^2$. **B.** $S=\pi R^2$. **C.** $S=4\pi R^2$. **D.** $S=16\pi R^2$.

Câu 13. **[Mức độ 1]** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-4;3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

A. $z_1=-4+3i$. **B.** $z_2=4+3i$. **C.** $z_3=4-3i$. **D.** $z_4=-4-3i$.

Câu 14. **[Mức độ 1]** Đồ thị của hàm số $y=-2x^3+3x^2-5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 0. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -5.

Câu 15. **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I\left(-1;3;0\right)$ và bán kính $R=2$. Phương trình của (S) là

A. $\left(x-1\right)^2+\left(y+3\right)^2+z^2=4$. **B.** $\left(x+1\right)^2+\left(y-3\right)^2+z^2=4$

C. $\left(x+1\right)^2+\left(y-3\right)^2+z^2=2$. **D.** $\left(x-1\right)^2+\left(y+3\right)^2+z^2=2$

Câu 16. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 0.

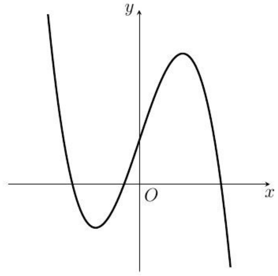
Câu 17. **[Mức độ 1]** Cho khối trụ có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 15π. **B.** 25π. **C.** 75π. **D.** 45π.

Câu 18. **[Mức độ 1]** Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_1=2$ và $u_2=10$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 5. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** -8. **D.** 8.

Câu 19. **[Mức độ 1]** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x+1$.
B. $y=x^4+4x^2+1$.
C. $y=-x^3+3x+1$.
D. $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 20. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 21. **[Mức độ 1]** Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n\ge 3$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^3=\dfrac{3!}{(n-3)!}$. **B.** $A_n^3=\dfrac{(n-3)!}{n!}$. **C.** $A_n^3=\dfrac{n!}{3!(n-3)!}$. **D.** $A_n^3=\dfrac{n!}{(n-3)!}$.

Câu 22. **[Mức độ 1]** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 23. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x+4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x-4x+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{x-4}+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+4x+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$.

Câu 24. **[Mức độ 1]** Cho hàm số $f(x)=x^2+2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+2x+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=2x+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+2x+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+2x+C$.

Câu 25. **[Mức độ 2]** Phần thực của số phức $z=4-2i$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** -2. **D.** -4.

Câu 26. **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1;5;-2)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;-6;1)$. Phương trình của d là:

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=5+6t\\z=-2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=5-6t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+t\\y=-6+5t\\z=1-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=5-6t\\z=-2+t\end{cases}$.

Câu 27. **[Mức độ 2]** Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{3}}$ là:

A. $y'=\frac{3}{5}x^{\frac{2}{3}}$. **B.** $y'=\frac{5}{3}x^{-\frac{2}{3}}$. **C.** $y'=\frac{3}{8}x^{\frac{8}{3}}$. **D.** $y'=\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 28. **[Mức độ 2]** Nếu $\int_0^3 f(x)\,dx=3$ thì $\int_0^3 4f(x)\,dx$ bằng

A. 12. **B.** 36. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 29. **[Mức độ 2]** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3+\log_2 b=5$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3+b=32$. **B.** $a^3b=25$. **C.** $a^3+b=25$. **D.** $a^3b=32$.

Câu 30. **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(3;2;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $2x+2y+z-2=0$. **B.** $4x+2y+z-17=0$.

C. $2x+2y+z-11=0$. **D.** $4x+2y+z-4=0$.

Câu 31. **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và $(P):3x+2y-z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

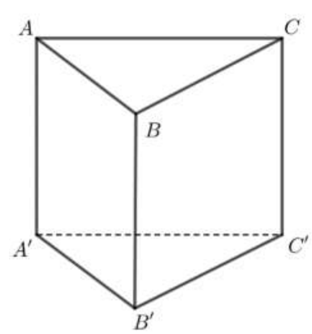
A. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{1}$. **B.** $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{-1}$. **D.** $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$.

Câu 32. **[Mức độ 2]** Trên đoạn $[-1;2]$, hàm số $y=x^3+3x^2+1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=0$.

Câu 33. **[Mức độ 2]** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên).



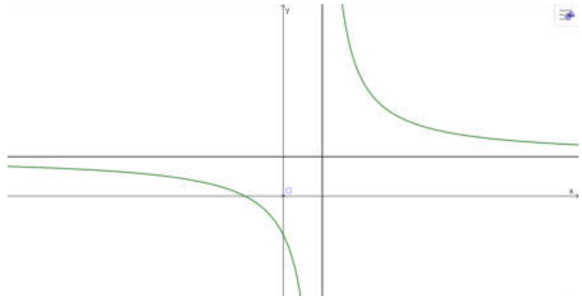
Góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng

A. 45°. **B.** 60°. **C.** 90°. **D.** 30°.

Câu 34. **[Mức độ 2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=4a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $2a$. **B.** $2\sqrt{2}a$. **C.** $4a$. **D.** $4\sqrt{2}a$.

Câu 35. **[Mức độ 2]** Biết hàm số $y=\dfrac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước, $a\neq -1$) có đồ thị như hình vẽ sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'>0,\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $y'>0,\forall x\neq 1$.

C. $y'<0,\forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $y'<0,\forall x\neq 1$.

Câu 36. **[Mức độ 2]** Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

A. $\dfrac{7}{44}$. **B.** $\dfrac{1}{22}$. **C.** $\dfrac{2}{7}$. **D.** $\dfrac{5}{12}$.

Câu 37: **[Mức độ 2]** Cho số phức z thỏa mãn $iz=4+3i$. Số phức liên hợp của z:

A. $\overline{z}=3+4i$. **B.** $\overline{z}=-3+4i$. **C.** $\overline{z}=-3-4i$. **D.** $\overline{z}=3-4i$.

Câu 38: **[Mức độ 2]** Nếu $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$ thì $\int\limits_0^2\left[2f(x)-1\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 10 **B.** 6. **C.** 7 **D.** 8.

Câu 39. **[Mức độ 3]** Cho $f(x)=\begin{cases}2x+2 & khi\, x\geq 1\\ 3x^2+1 & khi\, x<1\end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

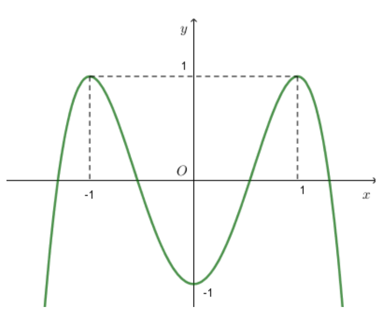
A. 9. **B.** 20. **C.** 24. **D.** 18.

Câu 40. **[Mức độ 3]** Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn

$$\left(2^{x^2}-4^x\right).\left(\log_3(x+25)-3\right)\leq 0\ .\ (1)$$

A. 25. **B.** 26. **C.** 24. **D.** Vô số.

Câu 41. **[Mức độ 3]** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(f(x))=0$ là



A. 4. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 42. **[Mức độ 4]** Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x \in \left(\frac{1}{3};6\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{18x}$

A. 21. **B.** 18. **C.** 20. **D.** 19.

Câu 43.[Mức độ 3] Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+2=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình:

A. $\frac{x}{-2}=\frac{y}{4}=\frac{z+1}{3}$. **B.** $\frac{x}{-2}=\frac{y}{4}=\frac{z-1}{3}$. **C.** $\frac{x}{14}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{8}$. **D.** $\frac{x}{14}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{8}$.

Câu 44. [Mức độ 3] Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng $30°$, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $\sqrt{13}\pi a^2$. **B.** $\sqrt{7}\pi a^2$. **C.** $2\sqrt{13}\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{7}\pi a^2$.

Câu 45. [Mức độ 2] Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng $60°$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $16\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $48\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 46. [Mức độ 3] Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=6$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 47. [Mức độ 3] Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a,b,c là các số thực. Biết hàm số

$g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai cực trị là -5 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $\ln 3$. **B.** $\ln 10$. **C.** $3\ln 2$. **D.** $\ln 7$.

Câu 48. [Mức độ 4] Xét các số phức z,w thỏa mãn $|z|=1$ và $|\mathrm{w}|=2$. Khi $|z+i.\overline{\mathrm{w}}+6+8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-\mathrm{w}|$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{29}}{5}$. **C.** 3. **D.** $\frac{\sqrt{221}}{5}$.

Câu 49. [Mức độ 4] Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-9)(x^2-16), \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f(|x^3+7x|+m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 16. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 4.

Câu 50. [Mức độ 4] Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;-3)$ và $B(1;-3;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN=3$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

A. $\sqrt{65}$. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** $\sqrt{91}$. **D.** $\sqrt{26}$.

PHẦN II: BẢNG ĐÁP ÁN

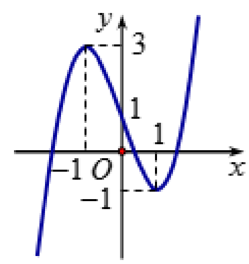
1.C	2.C	3.B	4.D	5.A	6.D	7.C	8.A	9.B	10.B
11.D	12.C	13.A	14.D	15.B	16.B	17.C	18.A	19.C	20.C
21.D	22.B	23.C	24.D	25.B	26.D	27.D	28.A	29.D	30.A
31.C	32.D	33.A	34.C	35.D	36.B	37.A	38.B	39.D	40.B
41.C	42.C	43.C	44.A	45.A	46.B	47.C	48.B	49.B	50.A

PHẦN III: LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. [2D1-1.2-1] **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(1;+\infty\right)$.

C. $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(0;3\right)$.



Lời giải

FB tác giả: Hưng Trần

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

Câu 2. [2H3-2.2-1] **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $\left(P\right):2x+4y-z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của $\left(P\right)$?

A. $\overrightarrow{n_4}=\left(-2;4;1\right)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=\left(2;4;1\right)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=\left(2;4;-1\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=\left(2;-4;1\right)$.

Lời giải

FB tác giả: Hưng Trần

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right):2x+4y-z-1=0$ là $\overrightarrow{n_3}=\left(2;4;-1\right)$.

Câu 3. [2H1-3.2-1] **[Mức độ 1]** Cho khối chóp có diện tích đáy $B=8a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $8a^3$. **B.** $\frac{8}{3}a^3$. **C.** $\frac{4}{3}a^3$. **D.** $4a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Hưng Trần

Thể tích của khối chóp là $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{8a^3}{3}$.

Câu 4. [2D3-2.1-1] **[Mức độ 1]** Nếu $\int_1^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x=4$ và $\int_1^4 g\left(x\right)\mathrm{d}x=-3$ thì $\int_1^4\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** -7. **C.** -1. **D.** 7.

Lời giải

FB tác giả: Hưng Trần

Ta có: $\int_1^4 \left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x = \int_1^4 f(x)\mathrm{d}x - \int_1^4 g(x)\mathrm{d}x = 4-(-3)=7$.

Câu 5. **[2H3-1.1-1]** **[Mức độ 1]** Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;4)$. Toạ độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là:

A. $(2;-1;4)$. **B.** $(2;1;4)$. **C.** $(-2;1;-4)$. **D.** $(-2;1;4)$.

Lời giải

Fb tác giả: Minh Nguyen

Ta có $A(2;-1;4)$ và $O(0;0;0)$ nên $\overrightarrow{OA}=(2;-1;4)$.

Câu 6. **[2D2-3.2-1]** **[Mức độ 1]** Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[5]{a}$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** $-\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Fb tác giả: Minh Nguyen

Với $a>0$ và $a\neq 1$, ta có $\log_a \sqrt[5]{a} = \log_a\left(a^{\frac{1}{5}}\right) = \frac{1}{5}.\log_a a = \frac{1}{5}$.

Câu 7. **[2H1-3.2-1]** **[Mức độ 1]** Thể tích của khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $8a^3$. **D.** $4a^3$.

Lời giải

Fb tác giả: Minh Nguyen

Khối lập phương cạnh $2a$ có thể tích là: $V=(2a)^3=8a^3$.

Câu 8. **[2D2-5.1-1]** **[Mức độ 1]** Nghiệm của phương trình $\log_2(5x)=3$ là:

A. $x=\frac{8}{5}$. **B.** $x=\frac{9}{5}$. **C.** $x=9$. **D.** $x=8$.

Lời giải

Fb tác giả: Minh Nguyen

Ta có $\log_2(5x)=3 \Leftrightarrow 5x=2^3 \Leftrightarrow x=\frac{8}{5}$.

Câu 9. **[2D2-4.1-1]** **[Mức độ 1]** Tập xác định của hàm số $y=8^x$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $[0;+\infty)$.

Lời giải

FB tác giả: Đào Kiểm

Tập xác định của hàm số $y=8^x$ là $D=\mathbb{R}$.

Câu 10. **[2D2-6.1-1]** **[Mức độ 1]** Tập nghiệm của bất phương trình $2^x>5$ là:

A. $(\log_5 2;+\infty)$. **B.** $(\log_2 5;+\infty)$. **C.** $(-\infty;\log_2 5)$. **D.** $(-\infty;\log_5 2)$.

Lời giải

FB tác giả: Đào Kiểm

Ta có $2^x > 5 \Leftrightarrow \log_2 2^x > \log_2 5 \Leftrightarrow x > \log_2 5$.

Câu 11. [2D4-2.1-1] **[Mức độ 1]** Cho hai số phức $z = 3 + 2i$ và $w = 1 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

A. $2 + 6i$. **B.** $-2 - 6i$. **C.** $4 + 2i$. **D.** $4 - 2i$.

Lời giải

FB tác giả: Đào Kiểm

Ta có $z + w = 3 + 2i + 1 - 4i = 4 - 2i$.

Câu 12. [2H2-2.1-1] **[Mức độ 1]** Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \frac{4}{3}\pi R^2$. **B.** $S = \pi R^2$. **C.** $S = 4\pi R^2$. **D.** $S = 16\pi R^2$.

Lời giải

FB tác giả: Đào Kiểm

Ta có diện tích của mặt cầu bán kính R là $S = 4\pi R^2$.

Câu 13. [2D4-1.2-1] **[Mức độ 1]** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-4;3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

A. $z_1 = -4 + 3i$. **B.** $z_2 = 4 + 3i$. **C.** $z_3 = 4 - 3i$. **D.** $z_4 = -4 - 3i$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Bình

Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-4;3)$ là điểm biểu diễn của số phức $z_1 = -4 + 3i$.

Câu 14. [2D1-5.4-1] **[Mức độ 1]** Đồ thị của hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 0. **B.** -1. **C.** 2. **D.** -5.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Bình

Đồ thị của hàm số $y = -2x^3 + 3x^2 - 5$ cắt trục tung tại điểm có $x = 0 \Rightarrow y = -5$.

Câu 15. [2H3-1.3-1] **[Mức độ 1]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính $R = 2$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 4$. **B.** $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$

C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 2$. **D.** $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 2$

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Bình

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;0)$ và bán kính $R = 2$ phương trình là $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$.

Câu 16. **[2D1-2.2-1]** **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 0.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Văn Bình

Từ bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 1.

Câu 17. **[2H2-1.1-1]** **[Mức độ 1]** Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 5$ và chiều cao $h = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 15π. **B.** 25π. **C.** 75π. **D.** 45π.

Lời giải

FB tác giả: Thu Hằng

Ta có thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi.5^2.3 = 75\pi$.

Câu 18. **[1D3-4.1-1]** **[Mức độ 1]** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 10$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

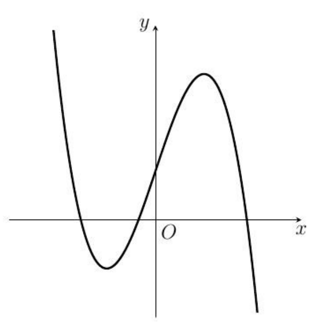
A. 5. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** -8. **D.** 8.

Lời giải

FB tác giả: Thu Hằng

Ta có $u_2 = u_1.q$ nên $q = \frac{u_2}{u_1} = 5$.

Câu 19. **[2D1-5.1-1]** **[Mức độ 1]** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = x^4 + 4x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Lời giải

FB tác giả: Thu Hằng

Đường cong trong câu hỏi này là hình ảnh của đồ thị hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên $a<0$.

Câu 20. **[2D1-2.2-1]** **[Mức độ 1]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

FB tác giả: Thu Hằng

Ta thấy $f'\left(x\right)$ đều đổi dấu khi đi qua mỗi giá trị $-2;-1;2;4$ nên hàm số $y=f\left(x\right)$ có 4 điểm cực trị.

Câu 21. **[1D2-2.1-1]** **[Mức độ 1]** Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n\ge 3$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^3=\dfrac{3!}{\left(n-3\right)!}$. **B.** $A_n^3=\dfrac{\left(n-3\right)!}{n!}$. **C.** $A_n^3=\dfrac{n!}{3!\left(n-3\right)!}$. **D.** $A_n^3=\dfrac{n!}{\left(n-3\right)!}$.

Lời giải

FB tác giả: Phuc Bui

Theo công thức tính số chỉnh hợp, với n là số nguyên dương bất kỳ, $n\ge 3$, ta có $A_n^3=\dfrac{n!}{\left(n-3\right)!}$.

Câu 22. **[2D1-4.1-1]** **[Mức độ 1]** Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

FB tác giả: Phuc Bui

Ta có $\lim\limits_{x\to(-2)^+} y=\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{x-1}{x+2}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to(-2)^-} y=\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{x-1}{x+2}=+\infty$.

Nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-2$.

Câu 23. **[2D3-1.1-1]** **[Mức độ 1]** Cho hàm số $f\left(x\right)=\mathrm{e}^x+4$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x-4x+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^{x-4}+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+4x+C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$.

Lời giải

FB tác giả: Phuc Bui

Ta có: $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(\mathrm{e}^x+4\right)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+4x+C$.

Câu 24. **[2D3-1.1-1]** **[Mức độ 1]** Cho hàm số $f(x)=x^2+2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+2x+C$.
B. $\int f(x)\mathrm{d}x=2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+2x+C$.
D. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+2x+C$.

Lời giải

FB tác giả: Phuc Bui

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(x^2+2\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+2x+C$.

Câu 25.[2D4-1.1-1] **[Mức độ 2]** Phần thực của số phức $z=4-2i$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** –2. **D.** –4.

Lời giải

FB tác giả: Ycdiyturb Thanh Hảo

Phần thực của số phức $z=4-2i$ bằng 4.

Câu 26. **[2H3-3.2-1]** **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d đi qua điểm $M(1;5;-2)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;-6;1)$. Phương trình của d là:

A. $\begin{cases}x=1+3t\\y=5+6t\\z=-2+t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=1+3t\\y=5-6t\\z=2+t\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=3+t\\y=-6+5t\\z=1-2t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=1+3t\\y=5-6t\\z=-2+t\end{cases}$.

Lời giải

FB tác giả: Ycdiyturb Thanh Hảo

Phương trình đường thẳng d đi qua điểm $M(1;5;-2)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;-6;1)$ là:

$$\begin{cases}x=1+3t\\y=5-6t\\z=-2+t\end{cases}.$$

Câu 27. **[2D2-2.2-1]** **[Mức độ 2]** Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{3}}$ là:

A. $y'=\dfrac{3}{5}x^{\frac{2}{3}}$.
B. $y'=\dfrac{5}{3}x^{-\frac{2}{3}}$.
C. $y'=\dfrac{3}{8}x^{\frac{8}{3}}$.
D. $y'=\dfrac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

FB tác giả: Ycdiyturb Thanh Hảo

Đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{3}}$ là: $y'=\dfrac{5}{3}x^{\frac{5}{3}-1}=\dfrac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 28. **[2D3-2.1-1]** **[Mức độ 2]** Nếu $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int\limits_0^3 4f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 36. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

FB tác giả: Ycdiyturb Thanh Hảo

Nếu $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 3$ thì $\int_0^3 4f(x)\mathrm{d}x = 4\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 4.3 = 12$.

Câu 29. **[2D2-3.2-2]** **[Mức độ 2]** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 5$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3 + b = 32$. **B.** $a^3 b = 25$. **C.** $a^3 + b = 25$. **D.** $a^3 b = 32$.

Lời giải

FB tác giả: Hoàng Huệ

Ta có $\log_2 a^3 + \log_2 b = 5 \Leftrightarrow \log_2 a^3 b = 5 \Leftrightarrow a^3 b = 32$**.**

Câu 30. **[2H3-2.3-2]** **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$ và $B(3;2;1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $2x + 2y + z - 2 = 0$. **B.** $4x + 2y + z - 17 = 0$.

C. $2x + 2y + z - 11 = 0$. **D.** $4x + 2y + z - 4 = 0$.

Lời giải

FB tác giả: Hoàng Huệ

Mặt phẳng qua $A(1;0;0)$ và có VTPT $\overrightarrow{AB} = (2;2;1)$.

Vì vậy ta có phương trình mặt phẳng đó là $2(x-1) + 2y + z = 0 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 2 = 0$.

Câu 31. **[2H3-3.2-2]** **[Mức độ 2]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;-2)$ và $(P): 3x + 2y - z + 1 = 0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{1}$. **B.** $\dfrac{x+2}{3} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{1}$.

C. $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+2}{3} = \dfrac{y+1}{2} = \dfrac{z-2}{-1}$.

Lời giải

FB tác giả: Hoàng Huệ

Đường thẳng đi qua $M(2;1;-2)$ và nhận VTCP $\vec{u} = \overrightarrow{n_{(P)}} = (3;2;-1)$.

Vậy phương trình đường thẳng đó là $\dfrac{x-2}{3} = \dfrac{y-1}{2} = \dfrac{z+2}{-1}$.

Câu 32. **[2D1-3.1-2]** **[Mức độ 2]** Trên đoạn $[-1;2]$, hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 0$.

Lời giải

FB tác giả: Hoàng Huệ

Ta có $y' = 3x^2 + 6x$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \quad (n) \\ x = -2 \ (l) \end{array}\right.$

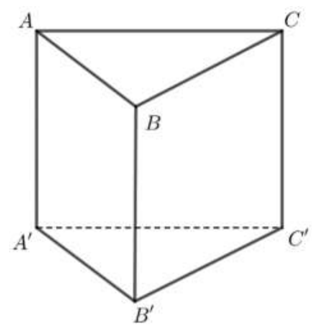
$y(0) = 1$

$y(-1) = 3$

$y(2) = 21$

Vậy $\min\limits_{[-1;2]} y = 1$ khi $x = 0$.

Câu 33. [1H3-2.3-2] **[Mức độ 2]** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình bên).

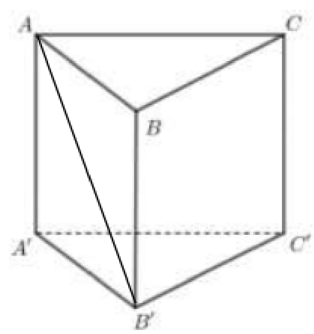


Góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Út



Ta có: $CC' // BB'$ nên góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' là góc giữa hai đường thẳng BB' và AB' và bằng góc $\widehat{BB'A}$ (do $\widehat{BB'A}$ nhọn).

Tam giác $BB'A$ vuông cân tại B nên $\widehat{BB'A} = 45°$.

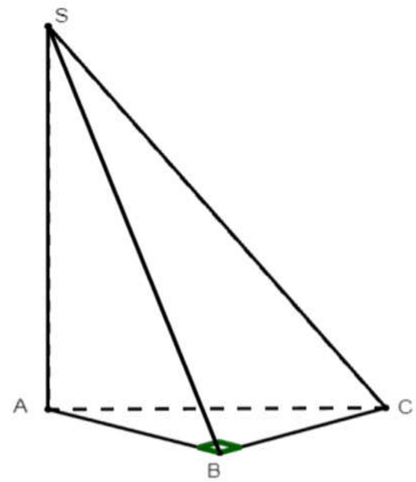
Vậy góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng $45°$.

Câu 34. [1H3-5.3-2] **[Mức độ 2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB = 4a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $2a$. **B.** $2\sqrt{2}a$. **C.** $4a$. **D.** $4\sqrt{2}a$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Út

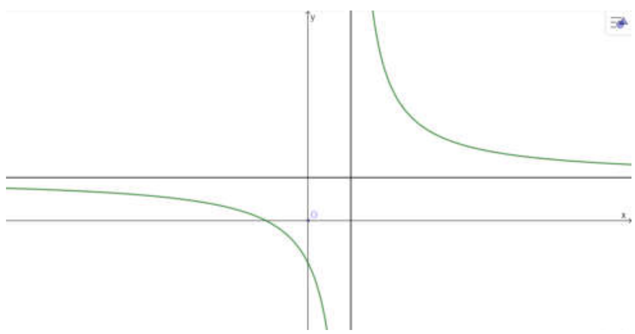


$SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp CB$.

Ta có $\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp SA \\ SA, AB \subset (SAB) \\ SA \cap AB = \{B\} \end{cases} \Rightarrow CB \perp (SAB)$.

Do đó $d(C,(SAB)) = CB = AB = 4a$.

Câu 35. **[2D1-5.8-2]** **[Mức độ 2]** Biết hàm số $y = \dfrac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như hình vẽ sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

B. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

D. $y' < 0, \forall x \neq 1$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Út

Hàm số đã cho có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

Do đó $y' < 0, \forall x \neq 1$.

Câu 36. **[1D2-5.2-2]** **[Mức độ 2]** Từ một hộp chứa 12 quả bóng gồm 5 quả màu đỏ và 7 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

A. $\dfrac{7}{44}$.

B. $\dfrac{1}{22}$.

C. $\dfrac{2}{7}$.

D. $\dfrac{5}{12}$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Út

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_{12}^3=220$.

Gọi A là biến cố: "Lấy được 3 quả màu đỏ". Ta có $n(A)=C_5^3=10$.

Vậy xác suất của biến cố A là : $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{10}{220}=\dfrac{1}{22}$.

Câu 37: [2D4-3.2-2] [Mức độ 2] Cho số phức z thỏa mãn $iz=4+3i$. Số phức liên hợp của z:

A. $\overline{z}=3+4i$. **B.** $\overline{z}=-3+4i$. **C.** $\overline{z}=-3-4i$. **D.** $\overline{z}=3-4i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $iz=4+3i\Rightarrow z=\dfrac{4+3i}{i}=\dfrac{(4+3i)i}{i^2}=\dfrac{(4+3i)i}{-1}=\dfrac{4i-3}{-1}=3-4i$

$\Rightarrow \overline{z}=3+4i$.

Câu 38: [2D3-2.1-2] [Mức độ 2] Nếu $\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$ thì $\int\limits_0^2 [2f(x)-1]\,\mathrm{d}x$ bằng

A. 10 **B.** 6. **C.** 7 **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int\limits_0^2 [2f(x)-1]\,\mathrm{d}x=\int\limits_0^2 2f(x)\,\mathrm{d}x-\int\limits_0^2 \mathrm{d}x=2\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x-x\big|_0^2=2.4-(2-0)=6$.

Câu 39. [2D3-1.1-3] [Mức độ 3] Cho $f(x)=\begin{cases}2x+2 & khi\ x\ge 1\\ 3x^2+1 & khi\ x<1\end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)+2F(2)$ bằng

A. 9. **B.** 20. **C.** 24. **D.** 18.

Lời giải

- Có $F(x)=\begin{cases}x^2+2x+C_1 & khi\ x\ge 1 \quad (1)\\ x^3+x+C_2 & khi\ x<1 \quad (2)\end{cases}$.
- Có $F(0)=2$ thay vào (2) ta được $C_2=2$, khi đó $F(x)=x^3+x+2\ \ khi\ \ x<1$.

  Vậy $F(-1)=0$.
- Do $f(x)$ liên tục tại $x=1$ nên $F(x)$ cũng liên tục tại $x=1$ nên ta có

  $\lim\limits_{x\to 1^+} F(x)=\lim\limits_{x\to 1^-} F(x)\Leftrightarrow 3+C_1=2+C_2\Rightarrow C_1=1$.

  Vậy $F(x)=x^2+2x+1 \quad khi\ x\ge 1$.

  Khi đó $F(2)=9\Rightarrow F(-1)+2F(2)=18$.

Câu 40. [2D2-6.2-3] [Mức độ 3] Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn

$$\left(2^{x^2}-4^x\right).\left(\log_3(x+25)-3\right)\le 0\ .\ (1)$$

A. 25. **B.** 26. **C.** 24. **D.** Vô số.

Lời giải

Điều kiện xác định : $x>-25$.

Ta có:

$$(1)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}2^{x^2}-4^x\geq 0\\ \log_3\left(x+25\right)-3\leq 0\end{cases}\\ \begin{cases}2^{x^2}-4^x\leq 0\\ \log_3\left(x+25\right)-3\geq 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2\geq 2x\\ x+25\leq 27\end{cases}\\ \begin{cases}x^2\leq 2x\\ x+25\geq 27\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\geq 2\\ x\leq 0\end{array}\right.\\ x\leq 2\end{cases}\\ \begin{cases}0\leq x\leq 2\\ x\geq 2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}x\leq 0\\ x=2\end{array}\right.\\ x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\leq 0\\ x=2\end{array}\right..$$

Đối chiếu điều kiện ta có $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}-25<x\leq 0\\ x=2\end{array}\right.\\ x\in\mathbb{Z}\end{cases}\Leftrightarrow x\in\left\{-24;-23;.....;0;2\right\}$.

Tổng số 26 giá trị x thỏa mãn.

Đề xuất cách 2:

Điều kiện xác định : $x>-25$.

Ta có $2^{x^2}-4^x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=2\end{array}\right.$

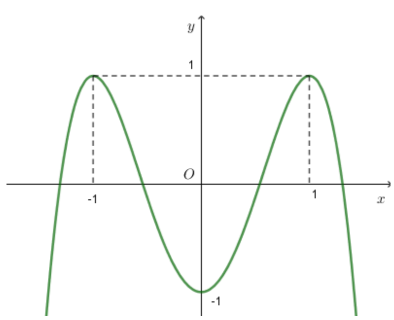
$$\log_3\left(x+25\right)-3=0\Leftrightarrow x=2$$

Bảng xét dấu vế trái :

x		-25		0		2		$+\infty$
$2^{x^2}-4^x$			+	0	-	0	+	
$\log_3(x+25)-3$			-	-	-	0	+	
VT			-	0	+	0	+	

Từ bảng biến thiên suy ra $x\in\left\{-24;-23;.....;0;2\right\}$.

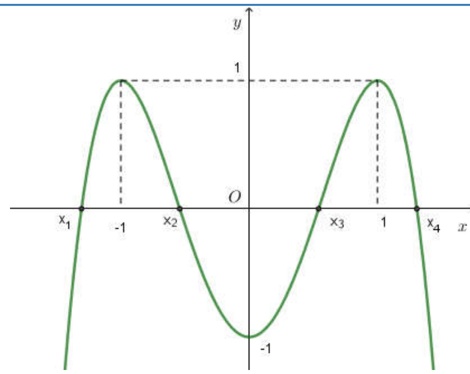
Câu 41. **[2D1-5.4-3]** **[Mức độ 3]** Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(f(x))=0$ là



A. 4. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

FB tác giả: Khanh Ly Vu



$$f(f(x))=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f(x)=x_1<-1 & (1) \\ f(x)=x_2\in(-1;0) & (2) \\ f(x)=x_3\in(0;1) & (3) \\ f(x)=x_4>1 & (4) \end{array}\right.$$

Phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

Phương trình (2) có 4 nghiệm phân biệt

Phương trình (3) có 4 nghiệm phân biệt

Phương trình (4) có vô nghiệm

Do đó phương trình $f(f(x))=0$ có 10 nghiệm phân biệt.

Chọn C.

Câu 42. **[2D2-5.5-4]** **[Mức độ 4]** Có bao nhiêu số nguyên y sao cho tồn tại $x\in\left(\frac{1}{3};6\right)$ thỏa mãn $27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{18x}$

A. 21. **B.** 18.

C. 20. **D.** 19.

Lời giải

FB tác giả: Khanh Ly Vu

$27^{3x^2+xy}=(1+xy)27^{18x} \Leftrightarrow 27^{3x^2-18x+xy}-(1+xy)=0$

Đặt $f(x)=27^{3x^2-18x+xy}-(1+xy)$

Nhận xét $1+xy>0 \Rightarrow xy>-1 \Rightarrow y>\frac{-1}{x}$ $(x>0)$

Vì $x>\frac{1}{3}$ nên $\frac{-1}{x}>-3 \Rightarrow y>-3$

- Trường hợp $y\le 0$

Với $y=0$: PT vô nghiệm

Với $y=-2$: $f(\frac{1}{3}), f(6)<0$, mà $f(x)$ liên tục trên $\left(\frac{1}{3};6\right)$ nên PT $f(x)=0$ có nghiệm trên $\left(\frac{1}{3};6\right)$.

Với $y=-3$: tương tự.

Vậy $y \in \{-2,-1\}$ phương trình có nghiệm trên $\left(\frac{1}{3};6\right)$

- Trường hợp $y \geq 1$

Áp dụng bđt Bernoulli: $(1+x)^n \geq 1+nx \ \ \forall n \in R,\ x>-1$ ta được:

$$f(x)=27^{3x^2-18x+xy}-(1+xy)=(1+26)^{3x^2-18x+xy}-(1+xy)\geq 1+26(3x^2-18x+xy)-(1+xy) \quad (1)$$
$$\geq 78x^2-468x+25xy$$

x		$\frac{468-25y}{156}$		$\frac{1}{3}$
$h(x)=78x^2-468x+25xy$	$\searrow$		$\nearrow$	

$$\begin{cases} \dfrac{468-25y}{3} \leq \dfrac{1}{3} \\ h\left(\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{-442}{3}+\dfrac{25y}{3}\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq 18,68 \\ y>17,68 \end{cases} \Rightarrow \forall y \geq 19: 78x^2-468x+25xy>0 \ \ (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $f(x)>0\ \forall x \in \left(\frac{1}{3};6\right),\ \forall y \geq 19$

Suy ra phương trình $f(x)=0$ vô nghiệm $x \in \left(\frac{1}{3};6\right),\ \forall y \geq 19$

Xét $\forall y: 1 \leq y \leq 18$

$$f\left(\frac{1}{3}\right).f(6)=\left(27^{\frac{-17}{3}+\frac{y}{3}}-1-\frac{y}{3}\right)\left(27^{54+6y}-1-6y\right)<0 \ \ \forall y \in [1;18] \text{ (Dùng TABLE)}$$

$f(x)=0$ luôn có nghiệm trên $x \in \left(\frac{1}{3};6\right),\ \forall y \in [1;18]$: 18 giá trị y nguyên

Vậy có 20 giá trị y nguyên thỏa yêu cầu bài toán.

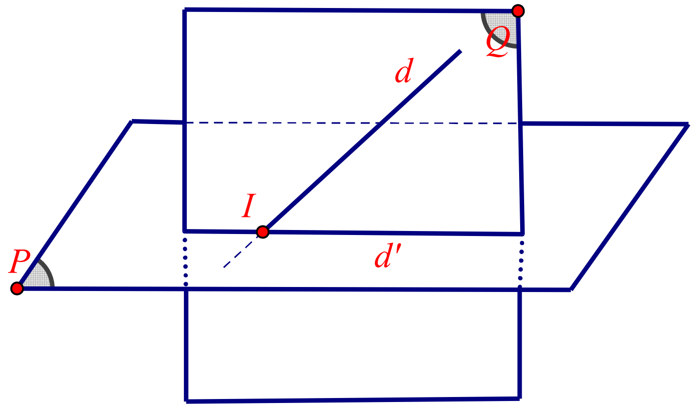
Chọn C.

Câu 43. [2H3-3.2-3] **[Mức độ 3]** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+2=0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) có phương trình:

A. $\frac{x}{-2}=\frac{y}{4}=\frac{z+1}{3}$. **B.** $\frac{x}{-2}=\frac{y}{4}=\frac{z-1}{3}$. **C.** $\frac{x}{14}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{8}$. **D.** $\frac{x}{14}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{8}$.

Lời giải

FB tác giả: Bùi Nguyên Sơn



Ta có: $\overrightarrow{u_d}(1;-1;2)$ là một véc tơ chỉ phương d và $\overrightarrow{n_P}(1;2;-2)$ là một véc tơ pháp tuyến của (P).

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (P). Khi đó một vec tơ pháp tuyến của (Q) là: $\overrightarrow{n_Q}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_P}\right]=(-2;4;3)$.

Gọi d' là hình chiếu của d trên (P), khi đó $d'=(P)\cap(Q)$. Một véc tơ chỉ phương của d' là: $\overrightarrow{u_{d'}}=\left[\overrightarrow{n_Q},\overrightarrow{n_P}\right]=(14;1;8)$.

Gọi $I=d\cap(P)$, vì $I\in d$ nên tọa độ $I(t;-t;1+2t)$, $t\in\mathbb{R}$. Vì $I\in(P)$ nên: $t+2(-t)-2(1+2t)+2=0\Leftrightarrow t=0$. Khi đó $I(0;0;1)$

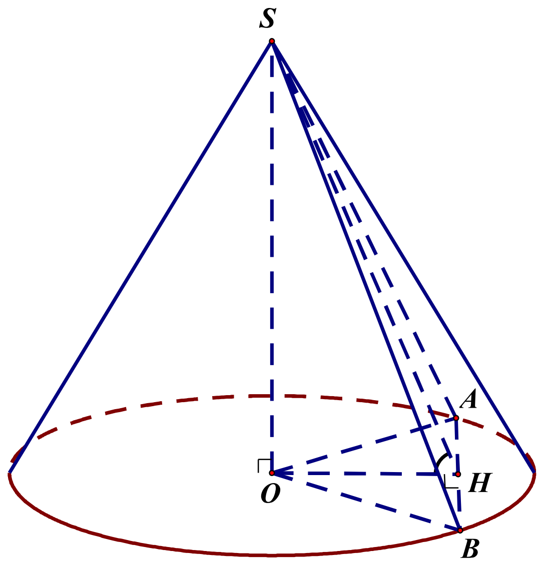
Phương trình đường thẳng d' qua $I(0;0;1)$ và có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_{d'}}=(14;1;8)$ là: $\dfrac{x}{14}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{8}$.

Câu 44. [2H2-1.2-3] **[Mức độ 3]** Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng $30°$, ta được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $\sqrt{13}\pi a^2$. **B.** $\sqrt{7}\pi a^2$. **C.** $2\sqrt{13}\pi a^2$. **D.** $2\sqrt{7}\pi a^2$.

Lời giải

FB tác giả:



Xét hình nón (N) và mặt phẳng (SAB) đi qua đỉnh cắt (O) tại A, B.

Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Tam giác SAB đều nên $SH=\frac{AB\sqrt{3}}{2}=\frac{2a.\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}a$.

Ta có $\begin{cases}(SAB)\cap(OAB)=AB\\ SH\perp AB\\ OH\perp AB\end{cases}\Rightarrow((SAB),(OAB))=(SH,OH)=\widehat{SHO}=30^\circ$.

$\sin\widehat{SHO}=\frac{SO}{SH}\Rightarrow SO=SH.\sin 30^\circ=\frac{\sqrt{3}a}{2}$.

$OB=\sqrt{SB^2-SO^2}=\sqrt{(2a)^2-\left(\frac{\sqrt{3}a}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{13}a}{2}$.

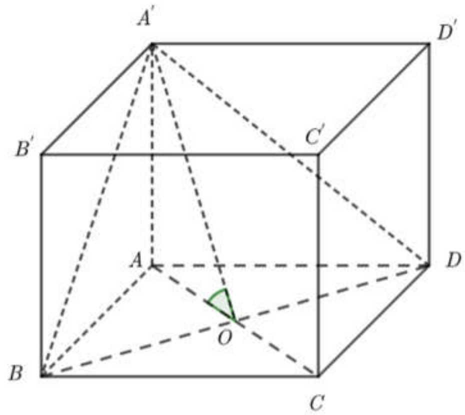
Vậy $S_{xq}=\pi.OB.SB=\pi.\frac{\sqrt{13}a}{2}.2a=\sqrt{13}\pi a^2$.

Câu 45. [2H1-3.2-3] **[Mức độ 2]** Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=4a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng 60°. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $16\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{16\sqrt{3}}{9}a^3$. **C.** $48\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}a^3$.

Lời giải

FB tác giả: Nguyễn Duy Nam



Ta có đáy $ABCD$ là hình vuông, $BD = 4a \Rightarrow AB = 2a\sqrt{2}$.

Diện tích đáy $ABCD$ là: $S_{ABCD} = AB^2 = \left(2a\sqrt{2}\right)^2 = 8a^2$.

Gọi $AC \cap BD = O$. Khi đó $\widehat{\left((A'BD);(ABCD)\right)} = \widehat{A'OA} = 60°$.

Suy ra $AA' = AO.\tan\widehat{A'OA} = 2a.\tan 60° = 2a\sqrt{3}$.

Khi đó thể tích của khối hộp chữ nhật là: $V = AA'.S_{ABCD} = 2a\sqrt{3}.8a^2 = 16\sqrt{3}a^3$.

Câu 46. **[2D4-4.4-3]** Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực).

Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 6$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

FB tác giả: Johnson Do

Phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (1) có $\Delta' = 2m+1$.

Trường hợp 1: $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$.

Phương trình (1) có nghiệm z_o thỏa mãn $|z_o| = 6$ suy ra $z_o = 6$ hoặc $z_o = -6$.

Nếu $z_o = 6$ suy ra $36 - 12(m+1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 12m + 24 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 6 + 2\sqrt{3} \\ m = 6 - 2\sqrt{3} \end{array}\right.$ (nhận)

Nếu $z_o = -6$ suy ra $36 + 12(m+1) + m^2 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 12m + 48 = 0$ vô nghiệm.

Trường hợp 2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$. Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm phức $z_1; z_2$ thỏa mãn $z_o = z_1 = \overline{z_2}$.

Suy ra $|z_o| = 6 \Leftrightarrow z_o\overline{z_o} = 36 \Leftrightarrow z_1.z_2 = 36 \Leftrightarrow m^2 = 36 \Leftrightarrow m = \pm 6$.

Kết hợp điều kiện $m < -\frac{1}{2}$ suy ra $m = -6$.

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 47. [2D3-3.1-4] Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ với a,b,c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai cực trị là -5 và 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ bằng

A. $\ln 3$. **B.** $\ln 10$. **C.** $3\ln 2$. **D.** $\ln 7$.

FB tác giả: Hồng Nhung Trần

Lời giải

Ta có: $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)\Rightarrow g'(x)=f'(x)+f''(x)+f'''(x)$

Mà $f'''(x)=6\Rightarrow g'(x)=f'(x)+f''(x)+6$

Giả sử $x_1,x_2\,(x_1<x_2)$ là hai cực trị của hàm số $g(x)$

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$ và -5 và 2 là hai giá trị cực trị của hàm số nên $\begin{cases}g(x_1)=2\\g(x_2)=-5\end{cases}$

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường thẳng: $\dfrac{f(x)}{g(x)+6}=1\Leftrightarrow f(x)=g(x)+6\Leftrightarrow f'(x)+f''(x)+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\\x=x_2\end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+6}$ và $y=1$ là

$$S=\int_{x_1}^{x_2}\left|1-\frac{f(x)}{g(x)+6}\right|dx=\left|\int_{x_1}^{x_2}\frac{g(x)+6-f(x)}{g(x)+6}dx\right|=\left|\int_{x_1}^{x_2}\frac{f'(x)+f''(x)+6}{g(x)+6}dx\right|$$

$$\left|\int_{x_1}^{x_2}\frac{g'(x)}{g(x)+6}dx\right|=\left|\ln\left|g(x)+6\right|\Big|_{x_1}^{x_2}\right|=\left|\ln\left|g(x_2)+6\right|-\ln\left|g(x_1)+6\right|\right|=\ln 8=3\ln 2.$$

Câu 48. [2D4-5.1-4] **[Mức độ 4]** Xét các số phức z,w thỏa mãn $|z|=1$ và $|\mathrm{w}|=2$. Khi $|z+i.\overline{\mathrm{w}}+6+8i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z-\mathrm{w}|$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{29}}{5}$. **C.** 3. **D.** $\dfrac{\sqrt{221}}{5}$.

FB tác giả: Phạm Thu Hà, Nguyễn Văn Hòa

Lời giải

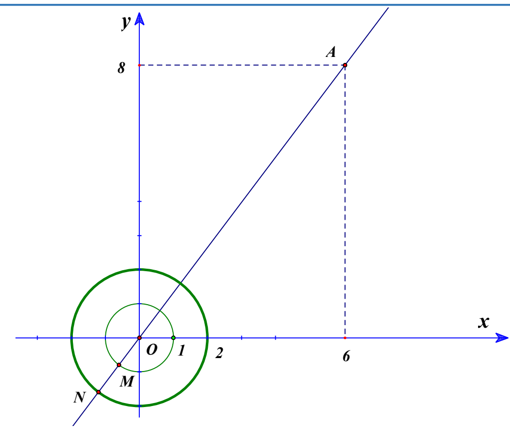
Trong mặt phẳng Oxy:

Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z $\Rightarrow OM=1$ $\Rightarrow$ M thuộc đường tròn (C_1) tâm O bán kính $R_1=1$.

Gọi N là điểm biểu diễn của số phức $i.\overline{\mathrm{w}}$ $\Rightarrow ON=2$ $\Rightarrow$ N thuộc đường tròn (C_2) tâm O bán kính $R_2=2$.

Gọi $A(6;8)$. Khi đó $P=|z+i.\overline{\mathrm{w}}+6+8i|=\left|\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}+\overrightarrow{OA}\right|$.

Ta thấy P đạt giá trị nhỏ nhất khi M,N,A thẳng hàng và $\overrightarrow{OM}$ và $\overrightarrow{ON}$ ngược hướng với $\overrightarrow{OA}$



Đường thẳng OA có phương trình là $y=\dfrac{4}{3}x$.

Tọa độ giao điểm của đường thẳng OA và đường tròn $\left(C_1\right)$ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y=\dfrac{4}{3}x \\ x^2+y^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{4}{3}x \\ x^2+\left(\dfrac{4}{3}x\right)^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{4}{3}x \\ 25x^2=9 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=\dfrac{3}{5} \\ y=\dfrac{4}{5} \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\dfrac{3}{5} \\ y=-\dfrac{4}{5} \end{cases} \end{array}\right.$$

Vậy $M\left(-\dfrac{3}{5};-\dfrac{4}{5}\right)$ (Vì $\overrightarrow{OM}$ ngược hướng với $\overrightarrow{OA}$).

Tọa độ giao điểm của đường thẳng OA và đường tròn $\left(C_2\right)$ là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} y=\dfrac{4}{3}x \\ x^2+y^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{4}{3}x \\ x^2+\left(\dfrac{4}{3}x\right)^2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=\dfrac{4}{3}x \\ 25x^2=36 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=\dfrac{6}{5} \\ y=\dfrac{8}{5} \end{cases} \\ \begin{cases} x=-\dfrac{6}{5} \\ y=-\dfrac{8}{5} \end{cases} \end{array}\right.$$

Vậy $N\left(-\dfrac{6}{5};-\dfrac{8}{5}\right)$ (Vì $\overrightarrow{ON}$ ngược hướng với $\overrightarrow{OA}$).

Do đó: $z=-\dfrac{3}{5}-\dfrac{4}{5}i$

$i.\overline{\mathrm{w}}=-\dfrac{6}{5}-\dfrac{8}{5}i \Leftrightarrow \overline{\mathrm{w}}=-\dfrac{8}{5}+\dfrac{6}{5}i \Leftrightarrow \mathrm{w}=-\dfrac{8}{5}-\dfrac{6}{5}i$

Vậy $\left|z-\mathrm{w}\right|=\left|1+\dfrac{2}{5}i\right|=\dfrac{\sqrt{29}}{5}$.

Cách 2:

Ta có $\left|z+i.\overline{\mathrm{w}}+6+8i\right|\ge\left|6+8i\right|-\left|z+i.\overline{\mathrm{w}}\right|\ge\left|6+8i\right|-\left(\left|z\right|+\left|i.\overline{\mathrm{w}}\right|\right)=10-3=7$.

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} z = k_1 i.\overline{w} \; khi \; (k_1 > 0) \\ z + i.\overline{w} = k_2(6+8i) \; khi \; (k_2 < 0) \end{cases}$ và $\begin{cases} \left|k_1 i.\overline{w}\right| = 1; \left|i.\overline{w}\right| = 2 \\ \left|k_2(6+8i)\right| = 3 \end{cases}$.

Giải hệ trên suy ra $k_2 = -\dfrac{3}{10}$; $k_1 = \dfrac{1}{2}$.

Hay $\begin{cases} z = \dfrac{1}{2}i.\overline{w} \\ z + i.\overline{w} = \dfrac{-3}{10}(6+8i) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = \dfrac{1}{2}i.\overline{w} \\ \overline{w} = \dfrac{-3\cdot 2}{10\cdot 3i}(6+8i) = -\dfrac{8}{5} + \dfrac{6}{5}i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -\dfrac{3}{5} - \dfrac{4}{5}i \\ w = -\dfrac{8}{5} - \dfrac{6}{5}i \end{cases}$.

Khi đó $\left|z - w\right| = \dfrac{\sqrt{29}}{5}$.

Câu 49. **[2D1-2.7-4]** **[Mức độ 4]** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-9)(x^2-16), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f\left(\left|x^3+7x\right| + m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 16. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 4.

Lời giải

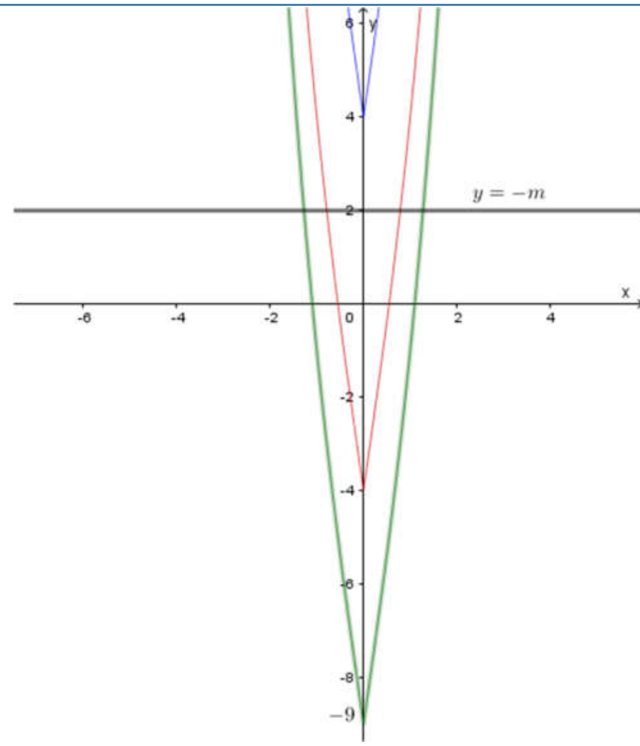
FB tác giả: Thầy Phú Toán, Bình An

Ta có : $g(x) = f\left(\left|x^3+7x\right| + m\right)$ nên $g'(x) = \dfrac{(3x^2+7)(x^3+7x)}{\left|x^3+7x\right|}.f'\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)$. Đk: $x \neq 0$.

Do hàm $g(x)$ xác định tại $x = 0$, và $g'(x)$ đổi dấu khi đi qua giá trị $x = 0$ nên $x = 0$ là một điểm cực trị của hàm số $g(x) = f\left(\left|x^3+7x\right| + m\right)$.

Mặt khác $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'\left(\left|x^3+7x\right|+m\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left|x^3+7x\right| + m = 9 \\ \left|x^3+7x\right| + m = \pm 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left|x^3+7x\right| - 9 = -m \\ \left|x^3+7x\right| + 4 = -m \\ \left|x^3+7x\right| - 4 = -m \end{array}\right. \; (*)$

Vẽ đồ thị các hàm số ở vế trái các phương trình của hệ:



Hàm số $g\left(x\right)=f\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị khi và chỉ hệ phương trình (*) có ít nhất hai nghiệm phân biệt khác 0, hay đường thẳng cắt các đường cong tại ít nhất 2 điểm phân biệt không thuộc trục tung.

Điều kiện cần và đủ là: $-m>-9 \Leftrightarrow m<9$.

Vậy có 8 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu đề bài là: $m\in\left\{1;2;3;4;5;6;7;8\right\}$.

Cách khác

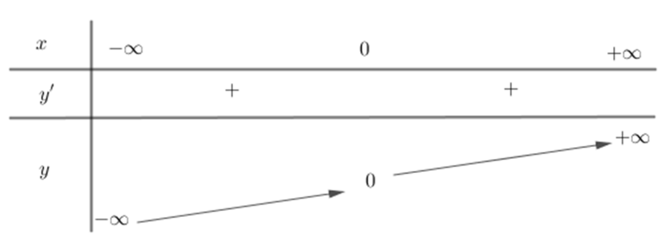
Ta có: $g\left(x\right)=f\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)=f\left(\left|x\left(x^2+7\right)\right|+m\right)$ là một hàm số chẵn.

Suy ra hàm số $g\left(x\right)=f\left(\left|x^3+7x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ hàm số $h\left(x\right)=f\left(x^3+7x+m\right)$ có ít nhất một điểm cực trị dương.

Mà: $h'\left(x\right)=\left(3x^2+7\right)f'\left(x^3+7x+m\right)$ nên $h'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow f'\left(x^3+7x+m\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3+7x+m=9 \\ x^3+7x+m=4 \\ x^3+7x+m=-4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3+7x=9-m \\ x^3+7x=4-m \quad (*) \\ x^3+7x=-4-m \end{array}\right..$$

Xét hàm số $y=x^3+7x$, $y'=3x^2+7$



Do $9-m>4-m>-4-m$ nên hệ phương trình (*) có ít nhất một nghiệm dương $\Leftrightarrow 9-m>0 \Leftrightarrow m<9$.

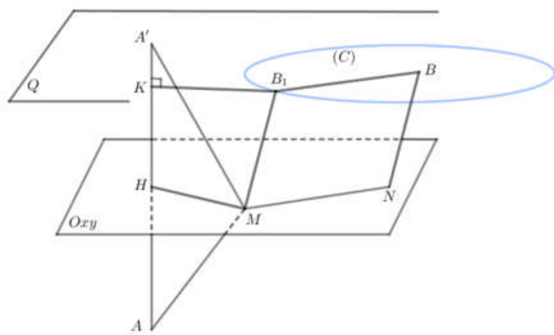
Vậy có 8 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu đề bài là: $m \in \{1;2;3;4;5;6;7;8\}$.

Câu 50. [2H3-2.8-4] **[Mức độ 4]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;-3)$ và $B(1;-3;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 3$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

A. $\sqrt{65}$. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** $\sqrt{91}$. **D.** $\sqrt{26}$.

Lời giải

FB tác giả: Phan Khanh



Dễ thấy hai điểm $A(-2;1;-3)$ và $B(1;-3;2)$ nằm về hai phía của mặt phẳng (Oxy).

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow A'(-2;1;3)$.

Gọi B_1 là điểm sao cho $\overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{NM} \Rightarrow BB_1 = MN = 3$,

do đó B_1 thuộc đường tròn $(C)\begin{cases}\text{Tâm } B(1;-3;2)\\ \text{Bán kính } R = 3\end{cases}$

với (C) nằm trên mặt phẳng $(Q)\begin{cases}\text{qua } B(1;-3;2)\\ \text{song song mp}(Oxy)\end{cases}$, (Q) có phương trình là $z = 2$.

Do $\overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{NM}$ nên tứ giác $MNBB_1$ là hình bình hành . Suy ra $\begin{cases}MA = MA'\\ NB = MB_1\end{cases}$

Gọi K là hình chiếu của điểm A' lên mặt phẳng (Q), khi đó $K(-2;1;2)$ và $A'K = 1$.

Khi đó $P = |AM - BN| = |MA' - BN| = |MA' - MB_1| \le A'B_1 = \sqrt{A'K^2 + KB_1^2} = \sqrt{1 + KB_1^2}$ (*).

Mà $KB = 5$ nên $KB_1 \le KB + R = 5 + 3 = 8$ thay vào (*) ta được $P \le \sqrt{1+8^2} = \sqrt{65}$.

HẾT