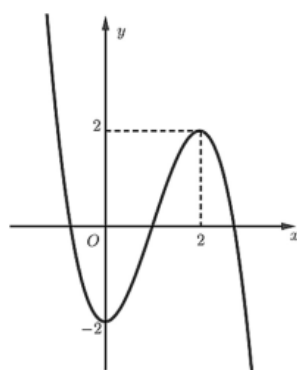


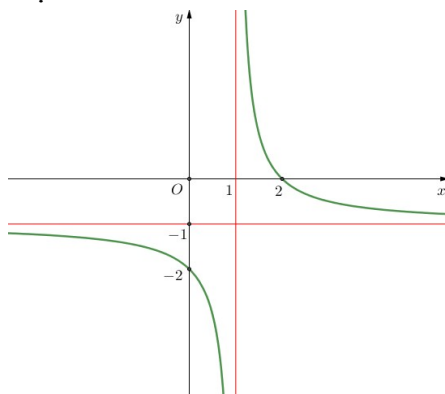
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 2)$. C. $(-2; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 0$. D. $y = -1$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = 2x + C$. B. $\int f(x)dx = x^2 + 4x + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$. D. $\int f(x)dx = x^3 + 4x + C$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

- A. $x + y^2 + z - 1 = 0$. B. $x^2 + y - 3z - 2 = 0$.

C. $x + 2y - 5z + 2024 = 0$

D. $x + 3y - 2z^2 + 2023 = 0$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $u = (-3; 2; 4)$ là một vector chỉ phương?

A. $\begin{cases} x = -3 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + 4t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4 + 4t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = 4 + 4t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4 + 4t \end{cases}$

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu?

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$

B. $(S): -4x + 2y + 2z - 10 = 0$

C. $(S): x^2 + y^2 - 4x + 2y + 2z + 13 = 0$

D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 25 = 0$

Câu 7. Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,024$, $P(B) = 0,025$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $P(A \setminus B) = 0,025$

B. $P(A \setminus B) = 0,2025$

C. $P(A \setminus B) = 0,024$

D. $P(A \setminus B) = 0,049$

Câu 8. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)	[17; 18)	[18; 19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

Câu 9. Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2024 của 150 hộ gia đình ở thành phố Hồ Chí Minh được ghi lại ở bảng sau:

Tổng thu nhập (triệu đồng)	[200; 250)	[250; 300)	[300; 350)	[350; 400)	[400; 450)
Số hộ gia đình	24	62	34	21	9

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

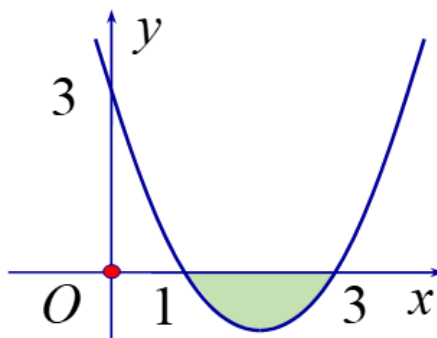
A. $[200; 250)$

B. $[300; 350)$

C. $[250; 300)$

D. $[350; 400)$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đồ thị như hình bên. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số đã cho và trục Ox . Quay hình phẳng D quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích V được xác định theo công thức



A. $V = \pi \int_1^3 [f(x)]^2 dx$

B. $V = \frac{1}{3} \int_1^3 [f(x)]^2 dx$

C. $V = \pi^2 \int_1^3 [f(x)]^2 dx$

D. $V = \int_1^3 [f(x)]^2 dx$

Câu 11. Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong Bảng 18.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40 ; 45)	42,5	4
[45 ; 50)	47,5	14
[50 ; 55)	52,5	8
[55 ; 60)	57,5	10
[60 ; 75)	62,5	6
[65 ; 70)	67,5	2
		$n = 44$

Bảng 18

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

A. 53,2

B. 46,1

C. 30

D. 11

$$M = M_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$$

Câu 12. Công thức cho biết khối lượng của một chất phóng xạ sau thời gian t kể từ thời điểm nào đó (gọi là thời điểm ban đầu), M_0 là khối lượng ban đầu, T là chu kì bán rã của chất phóng xạ đó (cứ sau mỗi chu kì, khối lượng của chất phóng xạ giảm đi một nửa). Trong một phòng thí nghiệm, với khối lượng $200g$ radon ban đầu, sau 16 ngày, chỉ còn lại $11g$. Chu kì bán rã của radon bằng bao nhiêu?

A. 2,8

B. 3,8

C. 4

D. 3

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y - 2z + 5 = 0$ và $(Q): 2x - 4y + 3z + 1 = 0$

$$(1; -1; -2)$$

(P)

a) Vector có tọa độ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng .

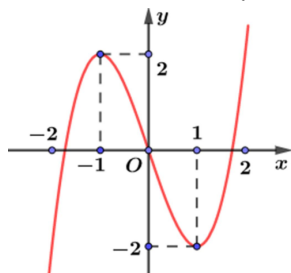
$$(Q) \quad \frac{1}{\sqrt{29}}$$

b) Khoảng cách từ O đến mặt phẳng là .

c) Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là 60° .

d) Điểm $A(1; 1; 0) \notin (Q)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như hình vẽ.



a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(4; 7)$.

c) Hàm số có 2 điểm cực trị

d) Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.

Câu 3. Tại thời điểm t giờ kể từ khi tiêm một liều thuốc cho bệnh nhân, nồng độ thuốc trong máu được tính bởi công thức $C(t) = 0,5te^{-0,5t}$ (mg / ml), $t \geq 0$.

a) Ban đầu (tại thời điểm tiêm) nồng độ thuốc có trong máu bệnh nhân là $0,5$ (mg / ml)

b) Kể từ thời điểm $t = 2$ (giờ), nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân giảm dần.

c) Nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân có thể vượt quá $0,5$ (mg / ml) .

d) Có thời điểm nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân là $0,3$ (mg / ml) .

Câu 4. Khi điều tra tình hình sức khỏe của người cao tuổi tại một địa phương, người ta thấy rằng có 40% người cao tuổi bị bệnh tiểu đường. Số người bị bệnh huyết áp cao trong những người bị bệnh tiểu đường là 70%, trong những người không bị bệnh tiểu đường là 25%. Chọn ngẫu nhiên 1 người cao tuổi để kiểm tra sức khỏe. Gọi A là biến cố chọn được người bị bệnh tiểu đường. Gọi B là biến cố chọn được người bị bệnh huyết áp cao.

a) $P(\overline{A}) = 0,6$.

b) $P(B|A) = 0,8$.

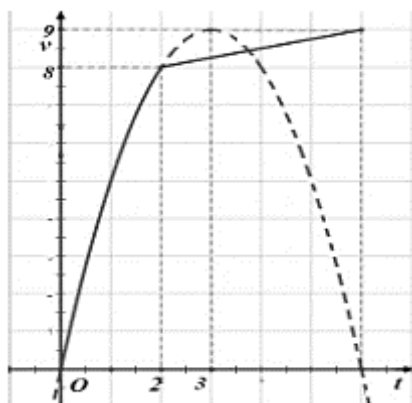
c) $P(B|\overline{A}) = 0,25$.

d) $P(B) = 0,44$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Xét hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ ($a > 0$) sao cho đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $A, B, C(1;1)$. Gọi $y = g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm A, B, C và (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $Oy; x = 1$. Khi hình này có diện tích bằng $\frac{2}{5}$, hãy tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi cho (H) quay quanh trục hoành (**làm tròn kết quả đến hàng phần trăm**).

Câu 2: Một vật chuyển động trong 6 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc vào thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị như hình bên dưới. Trong khoảng thời gian 2 giờ từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị là một phần đường Parabol có đỉnh $I(3;9)$ và có trục đối xứng song song với trục tung. Khoảng thời gian còn lại, đồ thị vận tốc là một đường thẳng có hệ số góc bằng $\frac{1}{4}$. Tính quãng đường $s(\text{km})$ mà vật di chuyển được trong 8 giờ? (**Kết quả làm tròn đến hàng phần mười**)



Câu 3: Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là ki – lô – mét), đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $(-64;128;64)$. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát không quá 500 km thì sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay N xuất hiện trên màn hình ra đa và một máy bay M nằm trong mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1458 = 0$ sao cho hai máy bay M, N thuộc đường thẳng có vector chỉ phương là $u = (1;1;1)$. Khoảng cách nhỏ nhất giữa hai máy bay M, N là bao nhiêu km? (**kết quả làm tròn đến hàng đơn vị**).

Câu 4: Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 5 vận động viên, đội II có 7 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II lần lượt là 0,65 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là bao nhiêu? (**làm tròn kết quả đến hàng phần trăm**)

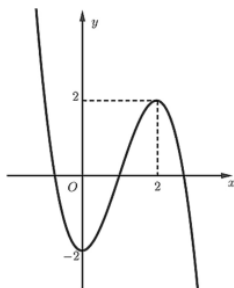
Câu 5: Chị Hà dự định sử dụng hết 4m^2 kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu mét khối? (**kết quả làm tròn đến hàng phần trăm**)

Câu 6: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+1}{2}$ và $\Delta_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$. Tính diện tích mặt cầu có bán kính nhỏ nhất, đồng thời tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 (**làm tròn kết quả đến hàng phần trăm**).

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



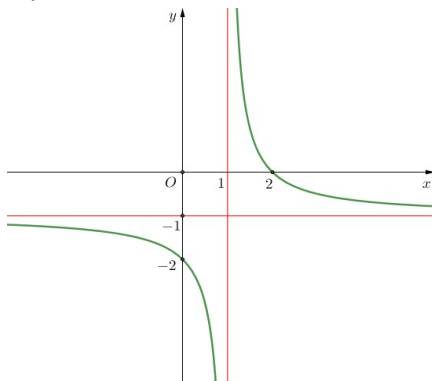
- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 2)$. C. $(-2; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị hàm số ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 0$. D. $y = -1$.

Lời giải

Chọn A.

Từ đồ thị hàm số ta thấy: hàm số đã cho có một tiệm cận đứng $x = 1$

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int f(x)dx = 2x + C$. B. $\int f(x)dx = x^2 + 4x + C$.
C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$. D. $\int f(x)dx = x^3 + 4x + C$.

Lời giải

Ta có: $f(x) = x^2 + 4 \Rightarrow \int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + 4x + C$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng?

A. $x + y^2 + z - 1 = 0$

B. $x^2 + y - 3z - 2 = 0$

C. $x + 2y - 5z + 2024 = 0$

D. $x + 3y - 2z^2 + 2023 = 0$

Lời giải

Chọn C

phương trình tổng quát của mặt phẳng là: $x + 2y - 5z + 2024 = 0$

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào sau đây nhận $u = (-3; 2; 4)$ là một vector chỉ phương?

A. $\begin{cases} x = -3 + 3t \\ y = 2 - t \\ z = 4 + 4t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4 + 4t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 - 2t \\ z = 4 + 4t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 3 - 3t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4 + 4t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu?

A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$

B. $(S): -4x + 2y + 2z - 10 = 0$

C. $(S): x^2 + y^2 - 4x + 2y + 2z + 13 = 0$

D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 25 = 0$

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt cầu có dạng $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0 \rightarrow$ loại B, C

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \\ c = -1 \\ d = -3 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 - d = 9 > 0$$

Điều kiện: $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$. Trong đáp án A ta có: $\rightarrow$ chọn A

Câu 7. Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P(A) = 0,024$, $P(B) = 0,025$. Khẳng định nào sau đây đúng? $P(A|B)$

A. $P(A \setminus B) = 0,025$

B. $P(A \setminus B) = 0,2025$

C. $P(A \setminus B) = 0,024$

D. $P(A \setminus B) = 0,049$

Chọn C.

A và B là hai biến cố độc lập nên: $P(A|B)=P(A)=0,024$

Câu 8. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)	[17; 18)	[18; 19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 4.
- B. 5.**
- C. 6.
- D. 7.

Lời giải

Chọn B

Khoảng biến thiên $R = 19 - 14 = 5$

Câu 9. Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2024 của 150 hộ gia đình ở thành phố Hồ Chí Minh được ghi lại ở bảng sau:

Tổng thu nhập (triệu đồng)	[200; 250)	[250; 300)	[300; 350)	[350; 400)	[400; 450)
Số hộ gia đình	24	62	34	21	9

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

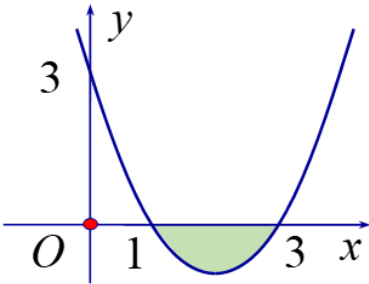
- A. [200;250)
- B. [300;350)
- C. [250;300)**
- D. [350;400)

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\frac{n}{4}=\frac{150}{4}=37,5$ và $24 < 37,5 < 24 + 62$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu thuộc nhóm [250;300)

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đồ thị như hình bên. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số đã cho và trục Ox . Quay hình phẳng D quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích V được xác định theo công thức



- A. $V=\pi\int_1^3\left[f(x)\right]^2dx$
- B. $V=\frac{1}{3}\int_1^3\left[f(x)\right]^2dx$**

C.
$$V = \pi^2 \int_1^3 [f(x)]^2 dx$$

D.
$$V = \int_1^3 [f(x)]^2 dx$$

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục Ox lần lượt tại hai điểm có hoành độ là $x = 1; x = 3$ nên thể tích khối tròn

$$V = \pi \int_1^3 [f(x)]^2 dx$$

xoay khi quay hình phẳng D quanh trục Ox được tính theo công thức

Câu 11. Một siêu thị thống kê số tiền (đơn vị: chục nghìn đồng) mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được ghi lại trong Bảng 18.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[40 ; 45)	42,5	4
[45 ; 50)	47,5	14
[50 ; 55)	52,5	8
[55 ; 60)	57,5	10
[60 ; 75)	62,5	6
[65 ; 70)	67,5	2
		$n = 44$

Bảng 18

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

A. 53,2. B. 46,1.

C. 30.

D. 11.

Lời giải

Chọn D

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{4.42,5 + 14.47,5 + 8.52,5 + 10.57,5 + 6.62,5 + 2.67,5}{44} = \frac{585}{11}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s^2 = \frac{4 \left(42,5 - \frac{585}{11} \right)^2 + 14 \left(47,5 - \frac{585}{11} \right)^2 + 8 \left(52,5 - \frac{585}{11} \right)^2 + 10 \left(57,5 - \frac{585}{11} \right)^2 + 6 \left(62,5 - \frac{585}{11} \right)^2 + 2 \left(67,5 - \frac{585}{11} \right)^2}{44} \approx 46,12$$

$$M = M_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$$

Câu 12. Công thức cho biết khối lượng của một chất phóng xạ sau thời gian t kể từ thời điểm nào đó (gọi là thời điểm ban đầu), M_0 là khối lượng ban đầu, T là chu kì bán rã của chất phóng xạ đó (cứ sau mỗi chu kì, khối lượng của chất phóng xạ giảm đi một nửa). Trong một phòng thí nghiệm, với khối lượng $200g$ radon ban đầu, sau 16 ngày, chỉ còn lại $11g$. Chu kì bán rã của radon bằng bao nhiêu?

Lời giải

Chọn B

$$11 = 200 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{16}{T}} \Leftrightarrow \frac{16}{T} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{11}{200} = \log_2 \frac{200}{11} \Leftrightarrow T = \frac{16}{\log_2 \frac{200}{11}} \approx 3,8 \text{ (ngày)}.$$

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y - 2z + 5 = 0$ và $(Q): 2x - 4y + 3z + 1 = 0$

$$(P): x - y - 2z + 5 = 0 \quad n = (1; -1; -2) \quad (P)$$

a) nên là một vector pháp tuyến của mặt phẳng .

$$(Q) \quad d[O, (Q)] = \frac{|2 \cdot 0 - 4 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-4)^2 + 3^2}} = \frac{1}{\sqrt{29}}$$

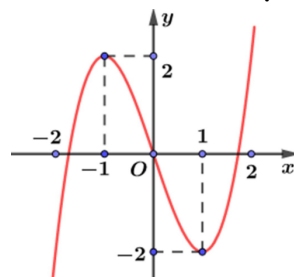
b) Khoảng cách từ O đến mặt phẳng là .

c) Vì hai mặt phẳng (P) và (Q) có 2 VTPT vuông góc nhau nên góc giữa (P) và (Q) là 90° .

d) Vì $(Q): 2 \cdot 1 - 4 \cdot 1 + 3 \cdot 0 + 1 \neq 0$ nên $A(1; 1; 0) \notin (Q)$.

Đáp án: a) Đ, b) Đ, c) S, d) Đ.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị như hình vẽ.



a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(4; 7)$ vì đồng biến trên $(1; +\infty)$.

c) Hàm số có 2 điểm cực trị là $x = \pm 1$.

d) Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số bằng $y_{CD} + y_{CT} = 2 + (-2) = 0$.

Đáp án: a) Đ, b) Đ, c) Đ, d) S.

Câu 3. Tại thời điểm t giờ kể từ khi tiêm một liều thuốc cho bệnh nhân, nồng độ thuốc trong máu được tính bởi công thức $C(t) = 0,5te^{-0,5t}$ (mg / ml), $t \geq 0$.

a) $C(0) = 0$

b) $C'(t) = 0 \Leftrightarrow 0,5e^{-0,5t}(1 - 0,5t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$

Ta có bảng biến thiên

t	0	2	$+\infty$	
$C'(t)$		+	0	-
$C(t)$	0	$\nearrow \frac{1}{e}$	$\searrow 0$	

Nên kể từ thời điểm $t = 2$ (giờ), nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân giảm dần.

c) Nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân không thể vượt quá $0,5(\text{mg / ml})$ vì $\max C(t) = \frac{1}{e} < 0,5$

d) Có thời điểm nồng độ thuốc trong máu bệnh nhân là $0,3(\text{mg / ml})$ vì $0 < 0,3 < \frac{1}{e}$.

Đáp án: a) S, b) Đ, c) S, d) Đ.

Câu 4. a) $P(A) = 0,4 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,6$

b) $P(B|A) = 0,7$

c) $P(B|\bar{A}) = 0,25$

d) $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,4.0,7 + 0,6.0,25 = 0,43$

Đáp án: a) S, b) S, c) Đ, d) S.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Do đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực trị là $C(1;1)$ nên hàm số tương ứng sẽ có ba điểm cực trị là $x = 0; x = \pm 1$. Suy ra $f'(x) = 4ax \cdot (x^2 - 1) = 4ax^3 - 4ax$.

Khi đó $f(x) = ax^4 - 2ax^2 + c$.

Mà $C(1;1)$ nằm trên đồ thị hàm số $y = f(x)$ nên $c = a + 1$.

Theo giả thiết, vì đồ thị hàm số $y = g(x)$ cũng đi qua ba điểm A, B, C nên

$$f(x) - g(x) = a \cdot x^2 \cdot (x^2 - 1).$$

Mặt khác, do hình (H) có diện tích bằng $\frac{2}{5}$ nên

$$\int_0^1 |f(x) - g(x)| dx = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \int_0^1 |a \cdot x^2 \cdot (x^2 - 1)| dx = \frac{2}{5} \Leftrightarrow |a| = 1 \Rightarrow a = 1 \quad (\text{do } a > 0).$$

Suy ra $c = 2$, $f(x) = x^4 - 2x^2 + 2$ và $g(x) = f(x) - x^2 \cdot (x^2 - 1) = -x^2 + 2$.

Vậy thể tích khối tròn xoay tạo thành là

$$V = \pi \int_0^1 [(-x^2 + 2)^2 - (x^4 - 2x^2 + 2)^2] dx = \frac{124}{315} \pi \approx 1,24$$

Đáp số: 1,24

Câu 2: + Vì Parabol đi qua $O(0; 0)$ và có tọa độ đỉnh $I(3; 9)$ nên thiết lập được phương trình Parabol là $(P): y = v(t) = -t^2 + 6t; \forall t \in [0; 2]$

+ Sau 2 giờ đầu thì hàm vận tốc có dạng là hàm bậc nhất $y = \frac{1}{4}t + m$, dựa trên đồ thị ta thấy đi qua điểm có tọa độ $(6; 9)$ nên thế vào hàm số và tìm được $m = \frac{15}{2}$.

Nên hàm vận tốc từ giờ thứ 2 đến giờ thứ 6 là $y = \frac{1}{4}t + \frac{15}{2}; \forall t \in [2; 8]$

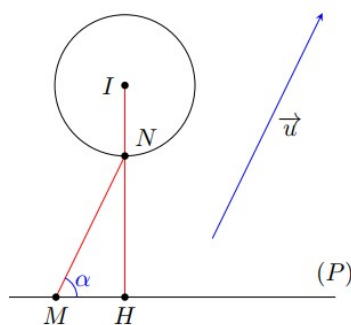
+ Quãng đường vật đi được bằng tổng đoạn đường 2 giờ đầu và đoạn đường 6 giờ sau.

$$S = S_1 + S_2 = \int_0^2 (-t^2 + 6t) dt + \int_2^8 \left(\frac{1}{4}t + \frac{15}{2} \right) dt = \frac{371}{6} (km) \approx 61,8 (km)$$

Đáp số: 61,8

Câu 3: Máy bay N xuất hiện trên màn hình ra đa nên N thuộc khối cầu (S) có tâm $I(-64; 128; 64)$, bán kính $R = 500$.

Ta có $d(I, (P)) = \frac{|x_I - 2y_I + 2z_I - 1458|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = 550 > R$ nên (P) và (S) không giao nhau.



Gọi α là góc tạo bởi MN và mặt phẳng (P) .

Gọi H là hình chiếu của N lên mặt phẳng (P) .

Mặt khác $\overline{MN}$ cùng phương với véc-tơ $u = (1; 1; 1)$ và $n_P = (1; -2; 2)$ suy ra

$$\sin \alpha = \frac{|u \cdot n_P|}{|u| \cdot |n_P|} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

$$MN = \frac{NH}{\sin \alpha} \geq \frac{NH_{\min}}{\sin \alpha} = \frac{d(I, (P)) - R}{\sin \alpha} = \frac{550 - 500}{\frac{1}{3\sqrt{3}}} = 150\sqrt{3} \approx 260$$

Đáp số: 260.

Câu 4: Xét các biến cố sau:

A : “Vận động viên được chọn thuộc đội I”;

B : “Vận động viên được chọn đạt huy chương vàng”.

Khi đó, $P(A) = \frac{5}{12}$; $P(\overline{A}) = \frac{7}{12}$; $P(B|A) = 0,65$; $P(B|\overline{A}) = 0,55$.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất để vận động viên được chọn đạt huy chương vàng là:

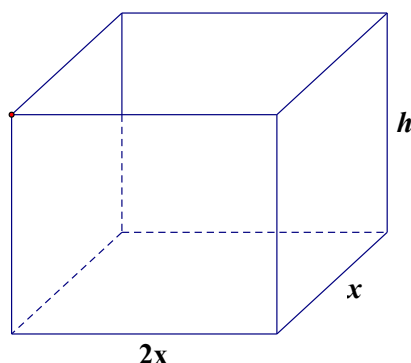
$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\overline{A}).P(B|\overline{A}) = \frac{5}{12}.0,65 + \frac{7}{12}.0,55 = \frac{71}{120}.$$

Theo công thức Bayes, xác suất để vận động viên được chọn đạt huy chương vàng, thuộc đội I là:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{12}.0,65}{\frac{71}{120}} \approx 0,46.$$

Đáp số: 0,46

Câu 5:



Giả sử bể cá có kích thước như hình vẽ, với $x, h > 0$.

Theo đề bài ta có: $2x^2 + 2xh + 4xh = 4 \Leftrightarrow h = \frac{4 - 2x^2}{6x}$.

Do $x > 0, h > 0$ nên $4 - 2x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < \sqrt{2}$.

Thể tích của bể cá là $V = 2x^2h = \frac{4x - 2x^3}{3} = f(x)$, với $x \in (0; \sqrt{2})$.

Ta có: $f'(x) = \frac{4}{3} - 2x^2$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{4}{3} - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{6}}{3} \quad (\text{vì } x > 0)$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	$\sqrt{2}$	$+\infty$
y'			+	0	-
y				$\frac{8\sqrt{6}}{27}$	

Vậy bể cá có dung tích lớn nhất bằng $\frac{8\sqrt{6}}{27} \text{ m}^3 \approx 0,73 \text{ m}^3$.

Đáp số: 0,73.

Câu 6: Gọi $A; B$ là hai điểm thuộc lần lượt Δ_1 và Δ_2 sao cho AB là đoạn thẳng vuông góc chung giữa 2 đường. Gọi M là trung điểm AB . Để có mặt cầu tâm M bán kính $R = \frac{AB}{2}$ tiếp xúc với hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 là mặt cầu có bán kính bé nhất.

Ta có tọa độ theo tham số của $A; B$ lần lượt là:

$$A(2t_1 - 1; t_1 - 1; 2t_1 - 1) \quad \text{và} \quad B(2t_2 + 1; 2t_2 + 1; t_2 + 1) \Rightarrow \overline{AB}(2t_2 - 2t_1 + 2; 2t_2 - t_1 + 2; t_2 - 2t_1 + 2)$$

Có $\overline{u}_1(2; 1; 2)$ và $\overline{u}_2(2; 2; 1)$ lần lượt là 2 vector chỉ phương của Δ_1 và Δ_2 nên $\begin{cases} \overline{AB} \perp \overline{u}_1 \\ \overline{AB} \perp \overline{u}_2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2t_2 - 2t_1 + 2) \cdot 2 + (2t_2 - t_1 + 2) \cdot 1 + (t_2 - 2t_1 + 2) \cdot 2 = 0 \\ (2t_2 - 2t_1 + 2) \cdot 2 + (2t_2 - t_1 + 2) \cdot 2 + (t_2 - 2t_1 + 2) \cdot 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8t_2 - 9t_1 + 10 = 0 \\ 9t_2 - 8t_1 + 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{10}{17} \\ t_2 = \frac{-10}{17} \end{cases} \Rightarrow A\left(\frac{3}{17}; \frac{-7}{17}; \frac{3}{17}\right); B\left(\frac{-3}{17}; \frac{-3}{17}; \frac{7}{17}\right) \Rightarrow \overline{AB}\left(\frac{-6}{17}; \frac{4}{17}; \frac{4}{17}\right)$$

$$R = \frac{AB}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{(-6)^2 + 4^2 + 4^2}}{17} = \frac{\sqrt{17}}{17}$$

Diện tích mặt cầu cần tính là $S = 4\pi.R^2 = 4\pi \cdot \frac{1}{\sqrt{17}^2} = \frac{4\pi}{17} = 0,74$ (đvdt).

Đáp số: 0,74

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>