

TRƯỜNG THCS ĐOÀN THỊ ĐIỂM
ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP HỌC KỲ 1 TOÁN 9
NĂM HỌC 2021 – 2022

I. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Bài 1: Lựa chọn đáp án đúng.

Câu 1: Căn bậc hai của một số a không âm là số x sao cho:

- A. $x = -a^2$. B. $x - a = 0$. C. $a = x^2$. D. $x = 2a$.

Câu 2: Biểu thức $\sqrt{x-2}$ xác định với giá trị nào của x ?

- A. $x \leq 2$. B. $x < 2$. C. $x \neq 2$. D. $x \geq 2$.

Câu 3: Tính $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$ được kết quả là:

- A. $\sqrt{3} - 1$. B. $\pm(1 - \sqrt{3})$. C. 2 . D. $1 - \sqrt{3}$.

Câu 4: Tính $\sqrt{81a^2}$, kết quả là:

- A. $-9a$. B. $9|a|$. C. $81a$. D. $9a$.

Câu 5: Tính $\sqrt{28a^4b^2}$ được kết quả là:

- A. $2\sqrt{7}a^2b$. B. $4a^2b$. C. $-2\sqrt{7}a^2b$. D. $2\sqrt{7}a^2|b|$.

Câu 6: Cho $a \leq 0$. Tính $\sqrt{\frac{121}{225}} + \sqrt{\frac{16a^2}{81}}$ kết quả là:

- A. $\frac{11}{15} \times \frac{4a}{9}$. B. $\frac{11}{15} - \frac{4a}{9}$. C. $\frac{10}{15} + \frac{4a}{9}$. D. $\frac{11}{15} + \frac{4a}{9}$.

Câu 7: Cho biểu thức $\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{X}{a-b}$ khi đó X bằng:

- A. $a+b$. B. $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2$. C. $a-b$. D. $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$.

Câu 8: Nếu $\sqrt[3]{x} = -2$ thì x^2 bằng:

- A. 64 ; . B. -64 . C. 16 ; . D. -16 .

Câu 9: Trong các hàm số sau hàm số nào là hàm số bậc nhất:

A. $y = x\sqrt{3} - 1$ B. $y = x^2 + 5$ C. $y = \sqrt{3x} - 1$ D. $y = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$

Câu 10: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số đồng biến?

A. $y = (\sqrt{2} - \sqrt{3})x - \sqrt{2}$ B. $y = \frac{1}{\sqrt{2} - \sqrt{3}}x + \sqrt{3}$
 C. $y = 3 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})x$ D. $y = mx + 5, m$ là số thực tùy ý

Câu 11: Hàm số $y = (a - 1)x + a$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 khi a bằng:

A. 1. B. 2. C. 3. D. -2.

Câu 12: Hệ số góc của đường thẳng $y = 3 - 2x$ là:

A. 3. B. $-\frac{2}{3}$ C. -2 D. $\frac{3}{2}$

Câu 13: Trong các đường thẳng sau, đường thẳng nào cắt đường thẳng $y = -3x + 2$?

A. $y = 2 - 3x$ B. $y = 4 - |-3|x$ C. $y = -(4 + 3x)$ D. $y = 3x - 2$

Câu 14: Cho hàm số $y = (2m + 1)x - 3$ và $y = -3x - 2$. Với giá trị nào của m thì đồ thị hai hàm số trên song song với nhau?

A. $m = -2$ B. $m = 1$ C. $m = 2$ D. Không có m thỏa mãn.

Câu 15: Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Hệ thức nào sau đây sai?

A. $AH^2 = AB^2 + AC^2$ B. BC. $AH = AB \cdot AC$
 C. $AC^2 = BC \cdot CH$ D. $AH^2 = BH \cdot CH$

Câu 16: Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $AB = 6\text{cm}, AC = 8\text{cm}$. Độ dài đường cao AH bằng:

A. 4,8cm B. 8,4cm C. 6,8cm D. 3,4cm

Câu 17: Tam giác ABC vuông tại A . Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\sin C = \frac{AB}{BC}$ B. $\tan B = \frac{AC}{AB}$ C. $\cos C = \frac{AC}{BC}$ D. $\cot C = \frac{AB}{AC}$

Câu 18: Tam giác BC vuông tại A ; biết $BC = \frac{4}{3\sqrt{3}}; AB = \frac{2}{3}$. Khi đó số đo góc C bằng:

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 40° .

Câu 19: Cho tam giác ABC vuông tại A có $BC = 12\text{cm}$, góc $ABC = 60^\circ$ thì cạnh AC bằng:

- A. $12\sqrt{3}(\text{cm})$. B. $4\sqrt{3}(\text{cm})$. C. $6\sqrt{3}(\text{cm})$. D. $3\sqrt{3}(\text{cm})$.

Câu 20: Một con sông rộng khoảng 200m . Một chiếc dò dự định chèo vuông góc với dòng sông sang bờ bên kia. Nhưng vì nước chảy mạnh nên phải chèo lệch một góc 30° so với hướng ban đầu. Như vậy chiếc dò đã phải chèo một khoảng l bằng:

- A. 100m . B. 400m . C. $\frac{400}{\sqrt{3}}\text{m}$. D. $100\sqrt{3}\text{m}$.

Câu 21: Đường tròn tâm O bán kính R là:

- A. Hình gồm các điểm M sao cho $OM \leq R$.
 B. Hình gồm các điểm M sao cho $OM = R$.
 C. Hình gồm các điểm M sao cho $OM \geq R$.
 D. Hình gồm các điểm M sao cho $OM < R$.

Câu 22: Tâm đường tròn ngoại tiếp một tam giác nằm ở đâu?

- A. Luôn nằm bên trong tam giác. B. Luôn nằm bên ngoài tam giác.
 C. Luôn nằm trên một cạnh của tam giác. D. Có thể nằm trong, nằm ngoài hoặc nằm ngay trên một cạnh của tam giác.

Câu 23: Có thể nói gì về tâm đối xứng, trục đối xứng của một đường tròn?

- A. Có 1 tâm đối xứng, 1 trục đối xứng. B. Có 1 tâm đối xứng, vô số trục đối xứng.
 C. Có vô số tâm đối xứng, vô số trục đối xứng. D. Có vô số tâm đối xứng, 1 trục đối xứng.

Câu 24: Cho đường tròn $(O; R)$ với $R = 2,5\text{cm}$. MN là dây cung của đường tròn (O) và $MN = 4\text{cm}$. K là trung điểm của MN . Độ dài đoạn thẳng OK là:

- A. $1,5\text{cm}$. B. $0,3\text{cm}$. C. $0,5\text{cm}$. D. 1cm .

Câu 25: Cho đường tròn (O) có bán kính $R = 5\text{cm}$. một dây cung của (O) cách tâm 3cm . Độ dài của dây cung này là:

- A. 8cm . B. 4cm . C. 3cm . D. Một đáp số khác.

Câu 26: Cho điểm M nằm ngoài đường tròn $(O; 6\text{cm})$ và $OM = 10\text{cm}$. Vẽ tiếp tuyến MN của đường tròn $(O) (N \in (O))$. Độ dài đoạn thẳng MN là:

- A. 4cm . B. 8cm . C. $2\sqrt{34}\text{cm}$. D. Một đáp số khác.

Câu 27: Có thể nói gì về số điểm chung của đường thẳng và đường tròn?

- A. Ít nhất là 0, nhiều nhất là 1. B. Ít nhất là 1, nhiều nhất là 2.
C. Ít nhất là 0, nhiều nhất là 2. D. Ít nhất là 0, nhiều nhất là 3.

Câu 28: Cho đường tròn $(O; R)$. A là điểm thuộc đường tròn $(O; R)$. Trên tiếp tuyến của đường tròn (O) vẽ từ A lấy điểm B sao cho $OB = 2R$. Ta có:

- A. $OBA = 45^\circ$. B. $BOA = 30^\circ$. C. $OBA = 60^\circ$. D. $OBA = 30^\circ$.

Câu 29: Cho đường tròn $(O; R)$, dây cung $AB = 6$. Các tiếp tuyến tại A, B của đường tròn (O) cắt nhau tại C . Gọi H là giao điểm của AB và OC . Tích $HC \cdot HO$ bằng:

- A. 36. B. 9. C. 12. D. 24.

Câu 30: Có bao nhiêu đường tròn tiếp xúc với tất cả các đường thẳng chứa các cạnh của một tam giác?

- A. 1 đường tròn. B. 2 đường tròn.
C. 3 đường tròn. D. 4 đường tròn.

II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

1. ĐẠI SỐ

Dạng 1: Thực hiện phép tính, rút gọn biểu thức số:

Bài 2: Rút gọn các biểu thức sau

1. $C = \sqrt{72} + \sqrt{4\frac{1}{2}} - \sqrt{32} - \sqrt{162}$

2. $D = \frac{1}{2}\sqrt{48} - 2\sqrt{75} - \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{11}} + 5\sqrt{1\frac{1}{3}}$

3. $\frac{1}{7+4\sqrt{3}} + \frac{1}{7-4\sqrt{3}}$

4. $\left(\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} + 1 \right) \frac{1}{(\sqrt{2}+1)^2}$

$$5. (\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2}) : \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \right)$$

$$6. \frac{3 + 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} - (\sqrt{3} + 2)$$

$$7. \frac{15}{\sqrt{6} + 1} + \frac{4}{\sqrt{6} - 2} + \frac{12}{\sqrt{6} - 3} - \sqrt{6}$$

$$8. \left(\frac{2}{\sqrt{3} - 1} + \frac{3}{\sqrt{3} - 2} + \frac{15}{3 - \sqrt{3}} \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{3} + 5}$$

$$9. \left(\frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} \right) (\sqrt{3} - 1)^2$$

$$10. \frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$$

Dạng 2: Tìm x .

Bài 3:

$$1/ \sqrt{1 - 4x + 4x^2} = 5$$

$$2/ \sqrt{4 - 5x} = 12$$

$$3/ \sqrt{x^2 - 2x + 4} = 2x - 2$$

$$4/ \sqrt{x^2 - 2x} = \sqrt{2 - 3x}$$

$$5/ \sqrt{x - 3} - 2\sqrt{x^2 - 9} = 0$$

$$6/ \sqrt{4x - 20} + \sqrt{x - 5} - \frac{1}{3}\sqrt{9x - 45} = 4$$

$$7/ \frac{1}{2}\sqrt{x - 1} - \frac{3}{2}\sqrt{9x - 9} + 24\sqrt{\frac{x - 1}{64}} = -17$$

$$8/ \sqrt{9x^2 + 18} + 2\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{25x^2 + 50} + 3 = 0$$

$$9/ \sqrt{x^2 - 4} - x + 2 = 0$$

$$10/ \sqrt{9x^2 + 6x + 1} = \sqrt{11 - 6\sqrt{2}}$$

$$11/ \sqrt{9x^2 - 12x + 4} = \sqrt{x^2}$$

$$12/ \sqrt{x^2 - 8x + 16} + |x + 2| = 0$$

$$13/ 2x - x^2 + \sqrt{6x^2 - 12x + 7} = 0$$

$$14/ (x+1)(x+4) - 3\sqrt{x^2+5x+2} = 6$$

$$15/ \sqrt{4x^2-9} = 2\sqrt{2x+3}$$

$$16/ \sqrt{x+2+3\sqrt{2x-5}} + \sqrt{x-2-\sqrt{2x-5}} = 2\sqrt{2}$$

Dạng 3: Bài toán tổng hợp:

Bài 4: (Tuyển sinh vào lớp 10 TP Hà Nội – 2015)

Cho hai biểu thức: $P = \frac{x+3}{\sqrt{x}-2}$ và $Q = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2} + \frac{5\sqrt{x}-2}{x-4}$ với $x > 0, x \neq 4$

1. Hãy tính giá trị của P khi $x=9$
2. Rút gọn Q .

3. Tìm x để $\frac{P}{Q}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 5: (Tuyển sinh vào lớp 10 TP Hà Nội – 2016)

Cho biểu thức $A = \frac{7}{\sqrt{x}+8}$ và $B = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3} + \frac{2\sqrt{x}-24}{x-9}$ với $x \geq 0; x \neq 9$

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x=25$

2. Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+8}{\sqrt{x}+3}$

3. Tìm x để biểu thức $P = A \cdot B$ có giá trị là số nguyên.

Bài 6: (Tuyển sinh vào lớp 10 TP Hà Nội – 2017)

Cho hai biểu thức: $A = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-5}; B = \frac{3}{\sqrt{x}+5} + \frac{20-2\sqrt{x}}{x-25}; x \geq 0; x \neq 25$

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$;

2. Chứng minh: $B = \frac{1}{\sqrt{x}-5}$

3. Tìm tất cả các giá trị của x để $A = B \cdot |x-4|$.

Bài 7: (Tuyển sinh vào lớp 10 TP Hà Nội – 2018)

Cho hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+4}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \frac{3\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}-3} - \frac{2}{\sqrt{x}+3}$ với $x \geq 0, x \neq 1$

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

$$B = \frac{1}{\sqrt{x} - 1}$$

2. Chứng minh

$$3. \text{ Tìm tất cả các giá trị của } x \text{ để } \frac{A}{B} \geq \frac{x}{4} + 5.$$

Bài 8: (Tuyển sinh vào lớp 10 TP Hà Nội – 2019)

Cho 2 biểu thức $A = \frac{4(\sqrt{x}+1)}{25-x}$ và $B = \left(\frac{15-\sqrt{x}}{x-25} + \frac{2}{\sqrt{x}+5} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-5}$ với $x \geq 0; x \neq 25$.

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x=9$.

2. Rút gọn biểu thức B .

Bài 9: 3. Tìm tất cả các giá trị nguyên của x để biểu thức $P = A \cdot B$ đạt giá trị nguyên lớn nhất. (Tuyển sinh vào lớp 10 TP Hà Nội – 2020)

Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{3}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}+5}{x-1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$

1. Tính giá trị của biểu thức A khi $x=4$

2. Chứng minh: $B = \frac{2}{\sqrt{x}+1}$

3. Tìm tất cả các giá trị của x để $P = 2A \cdot B + \sqrt{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 10: Cho các biểu thức:

$$A = 1 - \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \text{ và } B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6} \text{ với } x \geq 0, x \neq 4, x \neq 9$$

1. Hãy tính giá trị của A khi $x=16$

2. Rút gọn B.

3. Xét biểu thức $T = \frac{A}{B}$. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của T .

$$P = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2} - \frac{x-2\sqrt{x}}{x-4} \quad Q = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2} (x \geq 0; x \neq 4)$$

Bài 11: Cho biểu thức:

1. Rút gọn P.

2. Tìm x sao cho $P=2$

3. Biết $M = P : Q$. Tìm giá trị của x để $M^2 < \frac{1}{4}$.

$$P = \frac{3x + \sqrt{9x - 3}}{x + \sqrt{x - 2}} - \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 2} + \frac{\sqrt{x} - 2}{1 - \sqrt{x}} \quad \text{với } x \geq 0, x \neq 1$$

Bài 12: Cho biểu thức

1. Rút gọn P

2. So sánh P với $\sqrt{P}$ với điều kiện $\sqrt{P}$ có nghĩa

3. Tìm x để $\frac{1}{P}$ nguyên.

$$P = \left(\frac{2 + \sqrt{x}}{2 - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} - \frac{4x + 2\sqrt{x} - 4}{x - 4} \right) : \left(\frac{2 - 2\sqrt{x}}{x - 3\sqrt{x} + 2} - \frac{\sqrt{x} + 3}{2\sqrt{x} - x} \right)$$

Bài 13: Cho biểu thức

1. Rút gọn P.

2. Tìm các giá trị của x để $P < 0$.

3. Tìm các giá trị của x để $P = -1$.

4. Với giá trị nào của x thì $|P| > P$.

$$P = \left(\frac{2}{\sqrt{x} - 1} - \frac{5}{x + \sqrt{x} - 2} \right) : \left(1 + \frac{3 - x}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 2)} \right)$$

Bài 14: Cho biểu thức

1. Rút gọn biểu thức P.

2. Tính giá trị của P khi $x = 6 - 2\sqrt{5}$.

3. Tìm giá trị của x để $P = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

4. Tìm x để $P < 1 - \sqrt{x}$.

5. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P.

6. Tìm giá trị của x để P nhận giá trị nguyên.

Dạng 4: Hàm số và đồ thị

Bài 15: Viết phương trình đường thẳng:

a. Đi qua hai điểm $A(1; -2)$ và $B(2; 1)$.

b. Có hệ số góc là -2 và đi qua điểm $A(1; 5)$.

c. Đi qua điểm $B(-1; 8)$ và song song với đường thẳng $y = 4x + 3$.

d. Song song với đường thẳng $y = -x + 5$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

Bài 16: Cho hai đường thẳng $y = 2x + 3m$ và $y = (2m + 1)x + 2m - 3$. Tìm điều kiện của m để:

- Hai đường thẳng cắt nhau
- Hai đường thẳng song song với nhau
- Hai đường thẳng trùng nhau.

Bài 17: Cho 3 đường thẳng: $(d_1): y = 2x + 3$; $(d_2): y = -x + 4$; $(d_3): y = mx + m - 1$;

- Vẽ hai đường thẳng $(d_1); (d_2)$ trên cùng 1 mặt phẳng tọa độ.
- Tính góc tạo bởi đường thẳng (d_1) với trục Ox (làm tròn đến phút).
- Tìm m để 3 đường thẳng trên đồng quy.

Bài 18: Cho đường thẳng $d_1: y = (m - 1)x + 2m + 1$

- Tìm m để đường thẳng d_1 cắt trục tung tại điểm có tung độ là -3 . Vẽ đồ thị hàm số vừa tìm được và chứng tỏ giao điểm đồ thị vừa tìm được với đường thẳng $d: y = x + 1$ nằm trên trục hoành.
- Tìm m để khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng d_1 đạt giá trị lớn nhất.

Bài 19: Cho hàm số $y = (2 - m)x + m + 1$ với m là tham số; $m \neq 2$ có đồ thị là đường thẳng d .

- Khi $m = 0$, hãy vẽ d trên hệ trục tọa độ Oxy .
- Tìm m để d cắt đường thẳng $y = 2x - 5$ tại điểm có hoành độ bằng 2.
- Tìm m để d cùng với các trục tọa độ Ox, Oy tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2.

Bài 20: Cho hàm số $y = (m - 4)x + 4$ có đồ thị là đường thẳng $(d), (m \neq 4)$

- Tìm m để đồ thị hàm số đi qua $A(1; 6)$.
- Vẽ đồ thị hàm số với m vừa tìm được ở câu a. Tính góc tạo bởi đồ thị hàm số vừa vẽ với trục Ox (làm tròn đến phút).
- Tìm m để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $(d_1): y = (m - m^2)x + m + 2$.

II. HÌNH HỌC

Bài 21: Cho nửa đường tròn (O) , đường kính $AB = 2R$, điểm C thuộc nửa đường tròn. Kẻ phân giác BI của góc ABC (I thuộc đường tròn (O)). Gọi E là giao điểm của AI và BC .

- Tam giác ABE là tam giác gì?
- Gọi K là giao điểm của AC và BI . Chứng minh: EK vuông góc với AB .
- Gọi F là điểm đối xứng với K qua I . Chứng minh: AF là tiếp tuyến của (O) .
- Khi điểm C di chuyển trên nửa đường tròn thì điểm E di chuyển trên đường nào?

Bài 22: Cho điểm M bất kì trên đường tròn tâm O đường kính AB . Tiếp tuyến tại M và tại B của (O) cắt nhau tại D . Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OD cắt MD tại C và cắt BD tại N .

- Chứng minh: $DC = DN$
- Chứng minh: AC là tiếp tuyến của đường tròn tâm O
- Gọi H là chân đường vuông góc kẻ từ M xuống AB , I là trung điểm MH . Chứng minh B, C, I thẳng hàng.
- Qua O kẻ đường vuông góc với AB , cắt (O) tại K (K và M nằm khác phía với đường thẳng AB). Tìm vị trí của M để diện tích tam giác MHK lớn nhất.

Bài 23: Cho đường tròn $(O; R)$ đường kính AB và điểm C bất kỳ thuộc đường tròn (C khác A và B). Kẻ tiếp tuyến tại A của đường tròn, tiếp tuyến này cắt tia BC ở D . Đường thẳng tiếp xúc với đường tròn tại C cắt AD ở E .

- Chứng minh bốn điểm A, E, C, O cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh $BC \cdot BD = 4R^2$ và OE song song với BD .
- Đường thẳng kẻ qua O và vuông góc với BC tại N cắt EC ở F . Chứng minh: BF là tiếp tuyến của đường tròn $(O; R)$.
- Gọi H là hình chiếu của C trên AB , M là giao điểm của AC và OE . Chứng minh: khi điểm C di động trên đường tròn $(O; R)$ và thỏa mãn yêu cầu đề bài thì đường tròn ngoại tiếp HMN luôn đi qua điểm cố định.

Bài 24: Cho đường tròn $(O; R)$. Từ điểm A nằm ngoài $(O; R)$ vẽ hai tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (M và N là các tiếp điểm).

- Chứng minh: Tam giác AMN là tam giác cân.
- Vẽ đường kính MB của $(O; R)$. Chứng minh: $OA \parallel NB$.

- Vẽ dây NC của $(O; R)$ vuông góc với MB tại H. Gọi I là giao của AB và NH. Tính $\frac{NI}{NC}$?

Bài 25: Cho đường tròn (O) đường kính AB và điểm C thuộc đường tròn (O) khác A, B sao cho $AC > BC$. Qua O vẽ đường thẳng vuông góc với dây cung AC tại H . Tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) cắt tia OH tại D . Đoạn thẳng DB cắt đường tròn (O) tại E .

- Chứng minh $HA = HC$ và $\angle DCO = 90^\circ$;
- Chứng minh rằng $DH \cdot DO = DE \cdot DB$;
- Trên tia đối của tia EA lấy điểm F sao cho E là trung điểm của AF . Từ F vẽ đường thẳng vuông góc với đường thẳng AD tại K . Đoạn thẳng FK cắt đường thẳng BC tại M . Chứng minh $MK = MF$.

Bài 26: Cho đường tròn $(O; R)$, đường kính AB . Gọi H là trung điểm của OA . Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt (O) tại hai điểm C và D .

- Tứ giác $ACOD$ là hình gì? Chứng minh?
- Qua điểm D kẻ tiếp tuyến với đường tròn (O) cắt tia OA tại M . Chứng minh MC là tiếp tuyến của đường tròn (O) tại C và tam giác MCD là tam giác đều.
- Tính chu vi và diện tích của $\triangle MCD$ theo R .
- Gọi N là trung điểm của HB , đường thẳng kẻ qua H vuông góc với CN cắt đường thẳng CA tại E . Chứng minh A là trung điểm của CE .

Bài 27: Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A nằm ngoài (O) . Từ A kẻ hai tiếp tuyến AB, AC với (O) (B, C là các tiếp điểm). Gọi H là giao điểm của OA và BC .

- Chứng minh bốn điểm A, B, O, C cùng thuộc một đường tròn.
- Chứng minh OA là đường trung trực của BC .
- Lấy D đối xứng với B qua O . Gọi E là giao điểm của đoạn thẳng AD với (O) (E không trùng với D). Chứng minh $\frac{DE}{BE} = \frac{BD}{BA}$.
- Tính số đo góc HEC .

Bài 28: Cho đường tròn $(O; R)$ và điểm A nằm ngoài đường tròn. Từ A kẻ tiếp tuyến AE đến đường tròn (O) (với E là tiếp điểm). Vẽ dây EH vuông góc với AO tại M .

- Cho biết bán kính $R = 5\text{cm}$; $OM = 3\text{cm}$. Tính độ dài dây EH .
- Chứng minh: AH là tiếp tuyến của đường tròn (O) .

c. Đường thẳng qua O vuông góc với OA cắt AH tại B . Vẽ tiếp tuyến BF với đường tròn (O) (F là tiếp điểm). Chứng minh: 3 điểm E, O, F thẳng hàng và $BF \cdot AE = R^2$.

d. Lấy điểm I nằm giữa H và B , qua I vẽ tiếp tuyến thứ hai với (O) cắt các đường thẳng BF, AE lần lượt tại C và D . Đường thẳng IF cắt AE tại Q . Chứng minh: $AE = DQ$.

Bài 29: Cho đường tròn (O, R) và 1 điểm H cố định nằm ngoài đường tròn. Qua H kẻ đường thẳng d vuông góc với đoạn thẳng OH . Từ 1 điểm S bất kỳ trên đường thẳng d kẻ hai tiếp tuyến SA, SB với đường tròn (O, R) (A, B là tiếp điểm). Gọi M và N lần lượt là giao điểm của đoạn thẳng SO với đoạn thẳng AB và với đường tròn (O, R) .

a. Chứng minh bốn điểm S, A, O, B cùng nằm trên một đường tròn

b. Chứng minh $OM \cdot OS = R^2$.

c. Chứng minh N là tâm đường tròn nội tiếp tam giác SAB .

d. Khi điểm S di chuyển trên đường thẳng d thì điểm M di chuyển trên đường nào? Tại sao?

Bài 30:

1. Một cái thang khi dựa vào tường thì góc α giữa thang và mặt đất trong khoảng từ 60° đến 65° thì an toàn. Hỏi một cái thang AB dài 3m dựng vào tường thì chân thang A cách chân tường C trong khoảng nào thì an toàn? (làm tròn đến 2 chữ số thập phân)

2. Một bông hoa sen khi đứng thẳng thì cách mặt nước khoảng $BD = 2dm$, khi có gió thổi bông sen nằm sát mặt nước tại điểm C . Biết $\angle BCD \approx 14^\circ$.

2a. Hỏi khoảng cách BC là bao nhiêu dm ? (làm tròn đến hàng đơn vị).

2b. Một người đi thuyền trên hồ, dùng một cây sào dài 2m thì có chạm được tới đáy hồ nơi bông sen mọc hay không?

III. BÀI TẬP NÂNG CAO

Bài 31: Với x, y là các số dương thỏa mãn điều kiện $x \geq 2y$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$M = \frac{x^2 + y^2}{xy}$$

Bài 32: Với a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c + ab + bc + ca = 6abc$.

Chứng minh: $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 3$.

Bài 33: Với a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện $a + b + c = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = \sqrt{2a + bc} + \sqrt{2b + ca} + \sqrt{2c + ab}$.

Bài 34: Với a, b, c là các số thực thỏa mãn:

$$(3a + 3b + 3c)^3 = 24 + (3a + b - c)^3 + (3b + c - a)^3 + (3c + a - b)^3$$

Chứng minh rằng: $(a + 2b)(b + 2c)(c + 2a) = 1$.

Bài 35: Giả sử x, y, z là các số thực lớn hơn 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{x}{\sqrt{y + z - 4}} + \frac{y}{\sqrt{z + x - 4}} + \frac{z}{\sqrt{x + y - 4}}$$

Bài 36: Tìm các số thực không âm a và b thỏa mãn

$$\left(a^2 + b + \frac{3}{4}\right)\left(b^2 + a + \frac{3}{4}\right) = \left(2a + \frac{1}{2}\right)\left(2b + \frac{1}{2}\right)$$

Bài 37: Với các số thực x, y thỏa mãn $x - \sqrt{x + 6} = \sqrt{y + 6} - y$.

Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x + y$.

Bài 38: Cho các số thực a, b, c thay đổi luôn thỏa mãn $a \geq 1, b \geq 1, c \geq 1$ và $ab + bc + ca = 9$.

Tìm giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2$.

Bài 39: Giải phương trình: $x^2 + 4x + 7 = (x + 4)\sqrt{x^2 + 7}$.

Bài 40: Giải phương trình: $\sqrt{x^2 - \frac{1}{4}} + \sqrt{x^2 + x + \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}(2x^3 + x^2 + 2x + 1)$.