|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****TỈNH LẠNG SƠN****ĐỀ THI CHÍNH THỨC**  | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH** **LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2018-2019****MÔN THI: TOÁN****Ngày thi: 23/3/2019** |

**Câu 1. (4 điểm)**

Cho biểu thức 

1. Rút gọn biểu thức 
2. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**Câu 2. (4 điểm)**

Cho phương trình 

1. Chứng minh rằng phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của 
2. Tìm nguyên dương để phương trình đã cho có hai nghiệm sao cho

đạt giá trị nguyên

**Câu 3. (4 điểm)**

1. Giải phương trình : 
2. Tìm tất cả các cặp nguyên thỏa mãn 

**Câu 4. (6 điểm)**

Cho tam giác nhọn nội tiếp trong đường tròn các đường cao cắt nhau tại 

1. Gọi với Chứng minh tứ giác nội tiếp và 
2. Chứng minh rằng đường thẳng đi qua trung điểm của BC
3. Gọi là điểm trên đoạn thẳng sao cho Chứng minh rằng các đường tròn ngoại tiếp hai tam giác và tiếp xúc nhau

**Câu 5. (2 điểm)** Cho đa giác đều 30 đỉnh. Chứng minh rằng trong các đỉnh đó, bất kỳ một bộ gồm có 9 đỉnh nào đều chứa 4 đỉnh tạo nên một hình thang cân

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

1. Ta có



1. Ta có: 

Vì nên áp dụng BĐT Cô si ta có:



Đẳng thức xảy ra khi . Vậy 

**Câu 2.**

1. Ta có: Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi giá trị của 
2. Áp dụng định lý Vi-et ta có: 





nguyên nguyên là ước của 

Mà nguyên dương nên 

**Câu 3.**

1. Điều kiện :

Đặt đi đến phương trình: 

Do đó 

Kết hợp điều kiện, phương trình có hai nghiệm: 

1. Ta có:





Vậy phương trình có các cặp nguyên là: 

**Câu 4.**

****

1. Ta có: suy ra tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính 

Ta có tứ giác nội tiếp 

Vì tứ giác nội tiếp 

Từ (1), (2) suy ra tứ giác nội tiếp đường tròn đường kính AH

1. Gọi Vì là đường kính.

Ta có: 

Ta có: 

Từ (3) và (4) Tứ giác là hình bình hành đi qua trung điểm của BC

1. Áp dụng hệ thức lượng tam giác vuông thì và chú ý nội tiếp nên 

Do đó, hay là tiếp tuyến của đường tròn (CET)

Hơn nữa, nên suy ra nội tiếp, do đó nên tức là là tiếp tuyến của 

Vậy tiếp xúc với vì có là tiếp tuyến chung

**Câu 5.**

****

Ta gọi các cạnh song song với nhau là cùng một hướng. Chú ý rằng hai cạnh hoặc hai đường chéo song song với nhau tạo thành một hình thang cân .

Ta thấy rằng một đa giác đều cạnh gồm có hướng (cụ thể như trên hình vẽ thì cùng một hướng, trong khi đó khác hướng).

Với mỗi bộ gồm đỉnh sẽ sinh ra đoạn thẳng, nếu số đoạn thẳng này lớn hơn thì sẽ có ít nhất hai cạnh có cùng một hướng nên chúng se tạo thành hình thang cân

Do đó, điều kiện để điểm có thể chứa bốn điểm tạo thành hình thang cân nếu:



Bây giờ, áp dụng bài toán cho ta suy ra , suy ra cứ 9 đỉnh thì sẽ có 4 đỉnh tạo thành hình thang cân.