**CĐ 12. NGUYÊN HÀM**

**Tên FB: TIEN DAT TRAN. Email: dattientran19822018@gmail.com**

**🗸.Dạng 53: Phương pháp nguyên hàm đổi biến số**

✝❶**\_Tóm tắt lý thuyết cơ bản:**

**PHƯƠNG PHÁP ĐỔI BIẾN**

**a. Đổi biến dạng 1:**

Nếu :  và với  là hàm số có đạo hàm thì : 

**PHƯƠNG PHÁP CHUNG**

* Bước 1: Chọn , trong đó  là hàm số mà ta chọn thích hợp .
* Bước 2: Lấy vi phân hai vế : 
* Bước 3: Biến đổi : 
* Bước 4: Khi đó tính : .

**b. Đổi biến dạng 2:**

Nếu hàm số f(x) liên tục thì đặt . Trong đó  cùng với đạo hàm của nó ( là những hàm số liên tục) thì ta được :

.

**PHƯƠNG PHÁP CHUNG.**

* Bước 1: Chọn t=. Trong đó  là hàm số mà ta chọn thích hợp .
* Bước 2: Tính vi phân hai vế : .
* Bước 3: Biểu thị : .
* Bước 4: Khi đó : 

**🗵\_ Bài tập minh họa trong các đề đã thi của BGD.**

|  |
| --- |
| **Câu 1:** Một nguyên hàm của hàm số  là  **A. .** **B. .** **C. .** **D.** . |

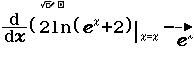
**Lời giải**

**Đáp án B.**

Đưa máy về chế độ Fix-9: 

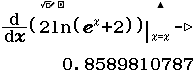
* *Phương án A:* Nhập vào máy  , ấn





Ấn , máy hỏi  ấn 

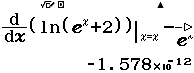
Ấn , máy hiện kết quả bằng . Loại A.



* *Phương án B:* Nhập vào máy 

Ấn , máy hỏi  ấn 

Ấn , máy hiện kết quả xấp xỉ bằng . Dùng CALC với một vài giá trị  khác, đều nhận được kết quả xấp xỉ bằng 0. **Chọn B.**



* *Phương án C:* Nhập vào máy 

Ấn , máy hỏi  ấn 

Ấn , máy hiện kết quả bằng . Loại C.

* *Phương án D:* Nhập vào máy 

Ấn , máy hỏi  ấn 

Ấn , máy hiện kết quả bằng . Loại D.

**Câu 2:** Nguyên hàm của hàm số  là :

**A.**  **B.** 

**C.**  **D.** 

**Lời giải**

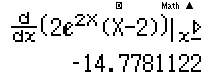
* Ta biết việc này đúng với mọi  thuộc tập xác định
* Vậy sẽ đúng với  chẳng hạn . Khi đó 
* Tính giá trị 

Q)QK^2Q)r1=



* Tính đạo hàm  với từng đáp án , bắt đầu từ đáp án A là 

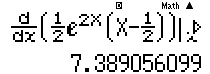
qy2QK^2Q)$(Q)p2)$1=



Vậy ta được kết quả  đây là 1 kết quả khác với  Đáp án **A** sai

* Tính đạo hàm  của đáp án B với 

qya1R2$QK^2Q)$(Q)pa1R2$)$1=



Ta thu được kết quả giống hệt  vậy  hay  là nguyên hàm của   Đáp án **B** là đáp án chính xác.

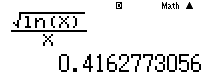
**Câu 3:** Kết quả  bằng :

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời giải**

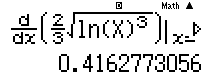
* Chọn giá trị chẳng hạn.
* Ta có  và 

ashQ))RQ)r2=



* Tính đạo hàm của  tại  ta được 

qya2R3$shQ))^3$$$2=



* Vậy    là nguyên hàm của   **B** là đáp án chính xác

**Câu 4:** Tính  ta được kết quả

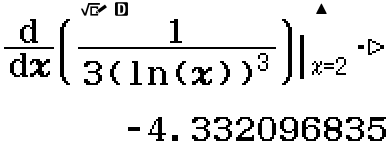
**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

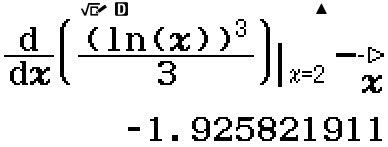
Tự luận: Ta có: ****

Kiểm tra đáp án bằng Casio:

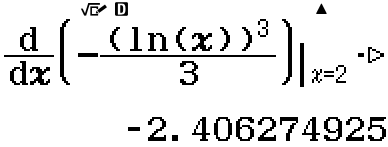
Đáp án A:



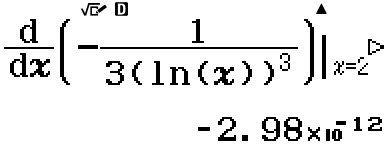
Đáp án B:



Đáp án C:



Đáp án D:



Nhận thấy kết quả sấp xỉ 0 nên đáp án D.

**Câu 5:** Tính 

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời** **giải**

**Cách** **1:** Ta có: 

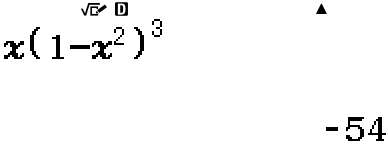
**Cách** **2:** Đặt 

Khi đó 

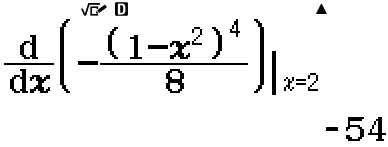
**Cách 3.** Dùng Casio thử đáp án:

Chọn giá trị .

Tính giá trị của  tại 



Thử từng đáp án, ta thấy đáp án C cho kết quả 



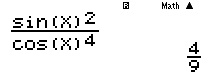
**Câu 6:** Nguyên hàm  bằng :

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời** **giải**

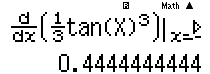
* **Cách 1: CASIO**
* Chọn chế độ Radian cho máy tính Casio rồi chọn giá trị  chẳng hạn.
* Ta có  và 

qw4ajQ))dRkQ))^4rqKP6=



* Tính đạo hàm của  tại  ta được 

qya1R3$lQ))^3$$aqKR6=



* Vậy   **D** là đáp án chính xác
* **Cách tham khảo: Tự luận**
* Biến đổi 
* Theo công thức đạo hàm  . Với  và 

Ta có   . Vậy  là 1 nguyên hàm  là họ nguyên hàm cần tìm.

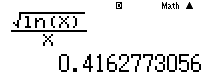
**Câu 7:** Tính  bằng :

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

**Lời** **giải**

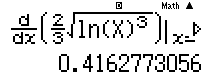
* **Cách 1: CASIO**
* Chọn giá trị chẳng hạn.
* Ta có  và 

ashQ))RQ)r2=



* Tính đạo hàm của  tại  ta được 

qya2R3$shQ))^3$$$2=



* Vậy    là nguyên hàm của   **B** là đáp án chính xác
* **Cách tham khảo: Tự luận**
* Theo công thức  với  
* Vậy  hay là 1 nguyên hàm

**Câu 8:** Tìm các hàm số  biết .

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

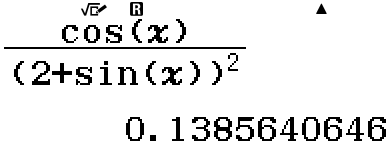
**Cách 1:** Tự luận

Ta có: .

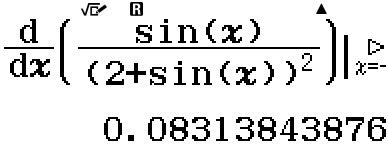
**Cách 2:** Thử bằng Casio

Cho .

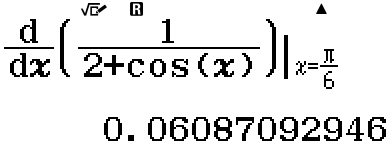
Tính giá trị của  tại :



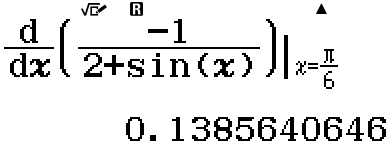
Thử đáp án A:



Thử đáp án B:



Thử đáp án C:



Chọn đáp án C.

**Câu 9:** Cho hàm số  xác định trên  thỏa mãn  và . Tính .

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Cách 1**. Tự luận

Từ giả thiết suy ra  .

Ta có , .

.

Suy ra .

**Cách 2.** Dùng định nghĩa tích phân

Ta có  với 

Suy ra  .

**Cách 3.** Dùng máy tính cầm tay CASIO

Dạng toán: Cho hàm  biết  và  . Tính 

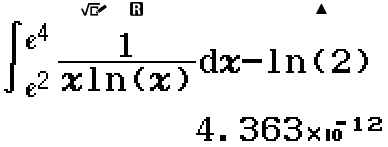
Suy luận: Nếu  ta có .

Thao tác trên máy tính:

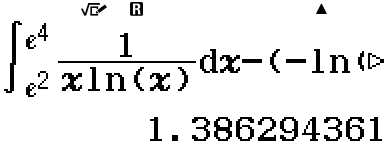
Nhập vào máy tính  rồi gán cho một biến nhớ, giả sử A.

Gọi biến nhớ A ra màn hình rồi trừ lần lượt kết quả ở các đáp án A, B, C, D. Phép trừ nào cho giá trị bằng 0 thì đáp án đó sẽ đúng.

Thao tác trên màn hình , gán biến nhớ và thực hiện trừ lần lượt cho kết quả ở các đáp án A, B, C, D . Phép thử nào cho kết quả bằng 0 thì đáp án đó đúng.



Kết quả thử với đáp án A ra xấp xỉ 0.



**Câu 10:** Cho  là một nguyên hàm của hàm số  và . Tính .

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

**Cách 1**. Tự luận

Ta có: 

• Đặt 



• Khi đó .

Vậy nên , mà , thay vào ta được:



• Do đó 

.

**Cách 2**.Kết hợp Casio

• Hàm số  liên tục trên .

.

• Dùng MTCT bấm và so sánh với đáp án.