

1. MỞ ĐẦU

1.1. Lí do chọn đề tài

Trong chương trình môn Toán cấp THPT, phân môn Hình học không gian được nghiên cứu chủ yếu trong chương trình Hình học lớp 11 với cấu trúc gồm 2 chương: "*Chương II. Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song và Chương III. Quan hệ vuông góc*". Nội dung của Chương II được sách giáo khoa trình bày với kiến thức hàn lâm, chủ yếu là lí thuyết và bài tập lí thuyết, định tính, hầu như không có ví dụ hoặc bài tập nào để cho học sinh có cơ hội hình thành và phát triển năng lực tính toán. Các tài liệu và sách tham khảo về Hình học không gian dành cho cấp THPT mà tôi biết khi viết về Chương II này cũng hầu như rất ít hoặc không có các bài tập có nội dung để học sinh có cơ hội phát triển năng lực tính toán. Qua thực tế giảng dạy nhiều năm tại trường THPT Triệu Sơn 3, tôi nhận thấy rằng phần đa giáo viên và học sinh của nhà trường không có hứng thú khi dạy và học chương này bởi lí do như đã trình bày ở trên. Điều này dần dần đến một thực trạng là nhiều học sinh của nhà trường cho rằng môn Hình học không gian là một môn học khó, nhiều định nghĩa, định lí, hệ quả khó nhớ và bài tập thì chẳng có gì thú vị. Thậm chí trong một số năm học trước đây, có những em học sinh được đánh giá là học sinh giỏi toán (*được chọn trong đội tuyển 5 em dự thi HSG Toán lớp 12 cấp tỉnh*) nhưng vẫn thấy "ngại" khi giải quyết các bài toán về Hình học không gian.

Cũng từ việc nắm bắt được tâm lí của các em học sinh khi bắt đầu tiếp cận với phân môn Hình học không gian này, trong quá trình dạy học, tôi đã "chế biến, thêm gia giảm" vào các bài tập trong sách giáo khoa và một số sách bài tập hình học không gian khác, mà tập trung chủ yếu vào các bài tập về dựng thiết diện để có được một hệ thống các bài tập về thiết diện và diện tích của thiết diện phục vụ cho mục đích dạy học theo định hướng hình thành và phát triển các năng lực Toán học của học sinh; tạo cho các em tâm lí hứng thú, say mê và thích khám phá, tìm tòi khi học tập bộ môn Hình học không gian ngay từ bài học đầu tiên, góp phần nâng cao chất lượng dạy học bộ môn Toán nói chung cũng như phân môn Hình học không gian lớp 11 nói riêng ở trường THPT Triệu Sơn 3 trong các năm học gần đây.

Với những kết quả đạt được bước đầu như trên, tôi đã quyết định chọn đề tài: **Thiết kế một số bài tập về thiết diện trong "Chương II. Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song - Hình học 11" theo định hướng phát triển các năng lực Toán học của học sinh góp phần nâng cao chất lượng dạy học phân môn Hình học không gian ở trường THPT Triệu Sơn 3** làm đề tài sáng kiến kinh nghiệm của bản thân trong năm học 2015-2016 với hy vọng được các đồng nghiệp trong và ngoài đơn vị đóng góp ý kiến, nhận xét và đánh giá để đề tài được hoàn thiện hơn.

1.2. Mục đích nghiên cứu

Mục đích nghiên cứu của đề tài là xây dựng một hệ thống các bài tập về thiết diện và diện tích của thiết diện trong Chương II. Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song - Hình học 11 nhằm định hướng hình thành và phát triển cho học sinh những năng lực, kỹ năng sau đây:

- Năng lực tư duy, năng lực tính toán.
- Kỹ năng vận dụng các kiến thức về Hệ thức lượng giác trong chương trình Hình học lớp 10 vào các bài toán Hình học không gian lớp 11 mà chủ yếu là Định lý Côsin, công thức tính độ dài đường trung tuyến và các công thức tính diện tích tam giác.
- Phát triển trí tưởng tượng không gian, kỹ năng biểu diễn hình không gian.
- Năng lực sử dụng các công cụ, phương tiện hỗ trợ tính toán mà cụ thể ở đây là năng lực sử dụng các loại máy tính cầm tay.
- Năng lực sử dụng ngôn ngữ Toán học.

1.3. Đối tượng nghiên cứu

- Đối tượng nghiên cứu của đề tài là hệ thống các bài tập về thiết diện và diện tích của thiết diện trong Chương II - Hình học không gian lớp 11 được thiết kế theo định hướng phát triển các năng lực Toán học của học sinh, qua đó khẳng định sự cần thiết phải xây dựng hệ thống bài tập này trong chương trình giảng dạy phân môn Hình học không gian lớp 11.

1.4. Phương pháp nghiên cứu

Phương pháp nghiên cứu sử dụng trong đề tài bao gồm:

- Phương pháp điều tra khảo sát thực tế, thu thập thông tin: Điều tra, khảo sát thực tế dạy học toán nói chung và dạy học phân môn Hình học không gian ở trường THPT Triệu Sơn 3 để từ đó thấy được tầm quan trọng của việc xây dựng hệ thống bài tập về thiết diện trong Chương II - Hình học không gian lớp 11 trong việc nâng cao chất lượng dạy học.
- Phương pháp nghiên cứu xây dựng cơ sở lý thuyết: Trên cơ sở tài liệu phân phối chương trình môn học, chuẩn kiến thức - kỹ năng, sách giáo khoa Hình học 11 - Nâng cao và tài liệu về Dạy học theo định hướng phát triển năng lực học sinh để xây dựng hệ thống bài tập theo mục đích đã đặt ra.

2. NỘI DUNG SÁNG KIẾN KINH NGHIỆM

2.1. Cơ sở lý luận của sáng kiến kinh nghiệm

Nghị quyết Hội nghị BCH Trung ương Đảng lần thứ tám (Khóa XI) về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo nêu rõ: *"Tiếp tục đổi mới mạnh mẽ phương pháp dạy và học theo hướng hiện đại; phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo và vận dụng kiến thức, kỹ năng của người học; khắc phục lối truyền thụ áp đặt một chiều, ghi nhớ máy móc. Tập trung dạy cách học, cách*

ngữ, khuyến khích tự học, tạo cơ sở để người học tự cập nhật và đổi mới tri thức, kỹ năng, phát triển năng lực...."

Mọi người đều cần phải học toán và dùng toán trong cuộc sống hàng ngày. Vì thế mà Toán học có vị trí quan trọng đối với tất cả các lĩnh vực trong đời sống xã hội. Hiểu biết về Toán học giúp cho người ta có thể tính toán, suy nghĩ, ước lượng,...và nhất là có được cách thức tư duy, phương pháp suy nghĩ, suy luận logic,...trong giải quyết các vấn đề nảy sinh, trong học tập cũng như trong cuộc sống hàng ngày.

Ở trường phổ thông, học toán về cơ bản là hoạt động giải toán. Giải toán liên quan đến việc lựa chọn và áp dụng chính xác các kiến thức, kỹ năng cơ bản, khám phá về các con số, xây dựng mô hình, giải thích số liệu, trao đổi các ý tưởng liên quan,... Giải toán đòi hỏi phải có tính sáng tạo, hệ thống. Học toán và giải toán giúp học sinh tự tin, kiên nhẫn, bền bỉ, biết làm việc có phương pháp. Kiến thức môn Toán còn được ứng dụng, phục vụ cho việc học các môn học khác như Vật lý, Hóa học, Sinh học,...

Do đó, ở trường phổ thông nói chung, việc dạy học môn Toán để đáp ứng được yêu cầu đổi mới trong giai đoạn hiện nay phải tập trung vào việc hình thành và phát triển các năng lực chung cũng như các năng lực chuyên biệt của môn Toán như: Năng lực tư duy (gồm: *tư duy logic; tư duy phê phán; tư duy sáng tạo; khả năng suy diễn, lập luận toán học*), Năng lực tính toán (gồm: *năng lực sử dụng các phép tính; năng lực sử dụng ngôn ngữ toán; năng lực mô hình hóa; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện hỗ trợ tính toán*). Phát triển trí tưởng tượng không gian, trực giác Toán học.

2.2. Thực trạng của vấn đề trước khi áp dụng sáng kiến kinh nghiệm

Trường THPT Triệu Sơn 3 được thành lập năm 1979 trên cơ sở tách ra thành phần hiệu từ trường THPT Triệu Sơn 1 và đến năm 1984 chính thức mang tên như bây giờ. Là ngôi trường nằm ở phía Tây của huyện Triệu Sơn, trong vùng có điều kiện kinh tế khó khăn nhất của huyện Triệu Sơn với địa bàn tuyển sinh có đến 4/8 xã thuộc khu vực miền núi và vùng đặc biệt khó khăn V134, V135; số học sinh là con em các dân tộc ít người chiếm gần 15%, số học sinh thuộc diện được nhà nước hỗ trợ chi phí học tập, được miễn giảm học phí trong năm học 2015-2016 là 604 em, chiếm đến 2/3 số học sinh toàn trường. Chất lượng tuyển sinh đầu vào cũng khá thấp, với điểm chuẩn đầu vào trung bình khoảng từ 3,5 đến 4,0 điểm/môn.

Với điều kiện như thế thì từ những năm 2005 trở về trước, chất lượng giáo dục mũi nhọn của nhà trường xét trên hai tiêu chí là kết quả thi HSG cấp tỉnh và kết quả thi đại học còn khá thấp. Từ năm học 1999- 2000 đến năm học 2004-2005 chỉ có 6 giải HSG cấp tỉnh môn Toán (*cao nhất là giải Ba*), thậm chí năm học 2004-2005 nhà trường còn "trắng bảng" HSG đối với 4 môn tự nhiên Toán, Vật lý, Hóa học và Sinh học. Số lượng học sinh đậu đại học trong các năm từ

1999 đến 2005 chỉ khoảng vài chục em mỗi năm và đều ở mức điểm chủ yếu là 15 đến 22 điểm.

Khi được phân công về công tác tại trường từ tháng 8 năm 2004 và đảm nhận giảng dạy môn Toán đồng thời là GVCN lớp "mũi nhọn số 1" của nhà trường với nhiệm vụ được giao khi kết thúc khóa học là lớp phải có ít nhất 5 giải HSG cấp tỉnh môn Toán (*thời kỳ đó mỗi đội tuyển HSG văn hóa có tối đa 10 em*) và có ít nhất 30 em đỗ ĐH, tôi đã trăn trở rất nhiều. Cũng từ những trăn trở đó, trong quá trình dạy học, tôi đã không ngừng tìm tòi, thiết kế và biên soạn nhiều chuyên đề dạy học với nội dung tập trung vào việc phát triển các năng lực tư duy toán học và rèn luyện các kỹ năng giải toán cho học sinh (*thực tế khi kết thúc khóa học 2004-2007, tôi đã đạt được chỉ tiêu đề ra với 5 giải HSG văn hóa cấp tỉnh môn Toán, trong đó có 01 giải Nhì môn Toán đầu tiên của nhà trường; lớp có 31 em đỗ ĐH, trong đó có 01 em đạt 27,5 điểm trường ĐH Bách Khoa HN, nhiều em đạt điểm trên 25,0; có 01 em đạt điểm 10 môn Toán, 01 em đạt 9,5 điểm môn Toán và nhiều em đạt điểm Toán từ 9,0 trở lên*). Trong các chuyên đề đó, tôi rất tâm đắc với chuyên đề: Một số bài tập về tính diện tích của thiết diện trong "Chương II. Đường thẳng và mặt phẳng trong không gian. Quan hệ song song - Hình học 11" bởi lý do kiểu bài tập này hầu như rất ít xuất hiện trong SGK cũng như trong các tài liệu tham khảo về Hình học không gian, hơn nữa khi học chuyên đề này, học sinh rất hứng thú và kỹ năng tính toán các đại lượng hình học của học sinh được nâng lên ngay từ những bài học đầu tiên có tính chất "nhập môn" Hình học không gian, qua đó các em rất tự tin khi học môn Hình học không gian - một môn học mà không phải học sinh nào cũng thích (*kể cả học sinh khá, giỏi*).

2.3. Các sáng kiến kinh nghiệm đã sử dụng để giải quyết vấn đề

2.3.1. Thiết kế các bài tập về thiết diện trong "§1. Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng"

Ngay từ bài học đầu tiên có tính chất "nhập môn" Hình học không gian này, tôi đã thiết kế và cung cấp cho học sinh một số bài tập về dựng thiết diện và tính diện tích của thiết diện để học sinh rèn luyện kỹ năng vẽ hình và biểu diễn hình không gian, hình thành và phát triển ở học sinh năng lực tư duy, năng lực tính toán thông qua việc đi tính toán các đại lượng hình học như độ dài đoạn thẳng, diện tích của đa giác,...

Dưới đây là một số bài tập của phần này mà tôi đã thiết kế và tổ chức dạy học ở đơn vị công tác:

Bài 1.1. Cho tứ diện ABCD. Gọi I là trung điểm của AD; J là điểm đối xứng với D qua C; K là điểm đối xứng với D qua B. Xác định thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (IJK).

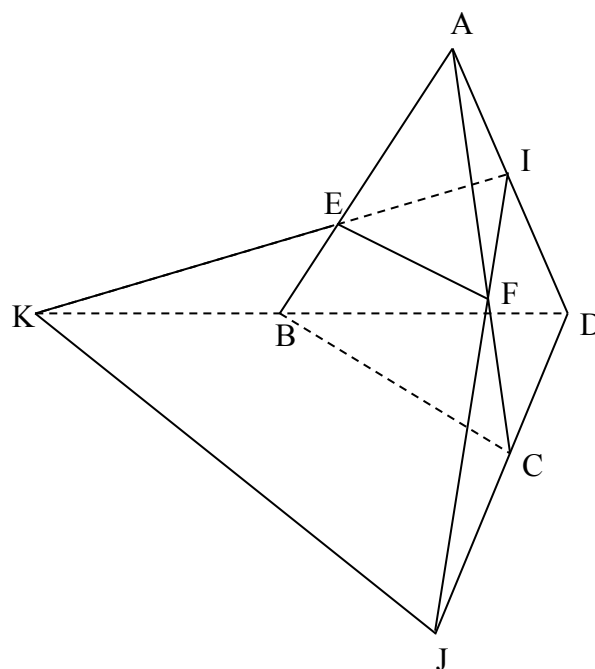
Phân tích: (Hình 1.1)

- Đây là dạng bài tập cơ bản trong SGK. Học sinh dễ dàng xác định được thiết diện là tam giác IEF.

- Nếu chỉ dừng lại ở việc dựng thiết diện thì đây là bài toán khá đơn giản đối với học sinh và thông thường các học sinh có học lực từ trung bình khá trở lên không có hứng thú lắm với bài tập này.

- Để rèn luyện kỹ năng sử dụng các hệ thức lượng trong tam giác và kỹ năng tính toán, tạo thêm hứng thú học tập cho học sinh, ta bổ sung thêm giả thiết vào cho bài toán và thêm nhiệm vụ cho học sinh như sau:

“Hãy tính diện tích của thiết diện khi biết độ dài tất cả các cạnh của tứ diện bằng a ?”



Hình 1.1

- Đứng trước yêu cầu này, học sinh phải đi tìm cách tính diện tích tam giác IEF. Ta có thể vạch ra cho học sinh một số hướng suy nghĩ như sau:

1. Hãy đi tìm cách tính độ dài các cạnh của tam giác IEF.

- Tính được $EF = \frac{2}{3}BC = \frac{2a}{3}$

- Áp dụng Định lí Côsin trong tam giác AIE và AIF có thể tính được $IE = IF = \frac{a\sqrt{13}}{6}$

2. Để tính diện tích tam IEF có thể lựa chọn cách dựng đường cao từ đỉnh I và áp dụng Định lí Pitago để tính độ dài đường cao, hoặc có thể sử dụng trực tiếp Công thức Hêrông $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ để suy ra diện tích

$$S_{TD} = \frac{a^2}{6}.$$

Nhận xét 1.1:

1. Khi thiết kế bài tập theo hướng ở trên trong quá trình dạy học Chương II- HHKG lớp 11, tôi nhận thấy có một số hiệu quả rõ rệt như sau:

Thứ nhất, các tiết dạy học HHKG phong phú và đa dạng hơn, học sinh có hứng thú hơn trong quá trình học tập bộ môn HHKG.

Thứ hai, học sinh có cơ hội phát triển một số năng lực cũng như rèn luyện các kỹ năng cần thiết trong môn Toán ở cấp THPT như: Năng lực tính toán, Kỹ năng vận dụng linh hoạt các Hệ thức lượng trong tam giác ở chương trình Hình học lớp 10 vào phần HHKG lớp 11, Kỹ năng biểu diễn hình không gian,...

Thứ ba, tôi thiết nghĩ trong quá trình dạy học, đối với người thầy, việc thiết kế các bài tập như kiểu Bài 1.1 là rất cần thiết, nhất là ở một số nội dung dạy học, chẳng hạn như ở Chương II – HHKG lớp 11, khi các bài tập trong SGK và trong các tài liệu tham khảo có rất ít bài tập (thậm chí là không có) để cho học sinh có cơ hội phát triển các năng lực Toán học cũng như rèn luyện các kỹ năng đã nói ở trên.

2. Có nhiều cách để tính diện tích một tam giác, tuy nhiên khi dạy môn HHKG, tôi thường định hướng cho học sinh sử dụng công thức Hêrông để tính bởi lẽ công thức này được trình bày trong SGK Hình học 10, hơn nữa khi học sinh có sự hỗ trợ tính toán của các loại máy tính cầm tay mới hiện nay thì việc tính diện tích tam giác sẽ rất nhanh.

3. Tùy theo mức độ kiến thức của học sinh mà trong quá trình hướng dẫn học sinh học tập, ta có thể nhắc lại một số hệ thức lượng trong tam giác cho các em ôn tập lại và ghi nhớ sâu hơn.

4. Để có thêm nội dung luyện tập cho học sinh, ta có thể thay đổi tính chất của tứ diện, chẳng hạn, cho giả thiết thay đổi: $AB = a, AC = 2a, AD = a\sqrt{5}$ và các góc $BAC = 60^\circ, CAD = 90^\circ, DAB = 120^\circ$ và yêu cầu học sinh tính diện tích thiết diện như Bài 1.1

Bài 1.2. Cho hình chóp SABCD có đáy là hình vuông cạnh bằng a , các cạnh bên bằng nhau và bằng $2a$ ($a > 0$). Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, BC và CD. Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (MNP). Hãy tính diện tích thiết diện đó theo a .

Phân tích: (Hình 1.2)

- Có thể xác định được thiết diện là ngũ giác MKNPQ.
- Để tính diện tích thiết diện, có thể định hướng cho học sinh theo 2 cách sau:

Cách 1:

- Sử dụng Định lý Côsin cho tam giác SAB để tính $\cos SAB = \frac{1}{4}$ và tiếp tục định lý này cho tam giác MAE để tính được $ME = \frac{a\sqrt{10}}{2}$. Tương tự, $MF = \frac{a\sqrt{10}}{2}$.

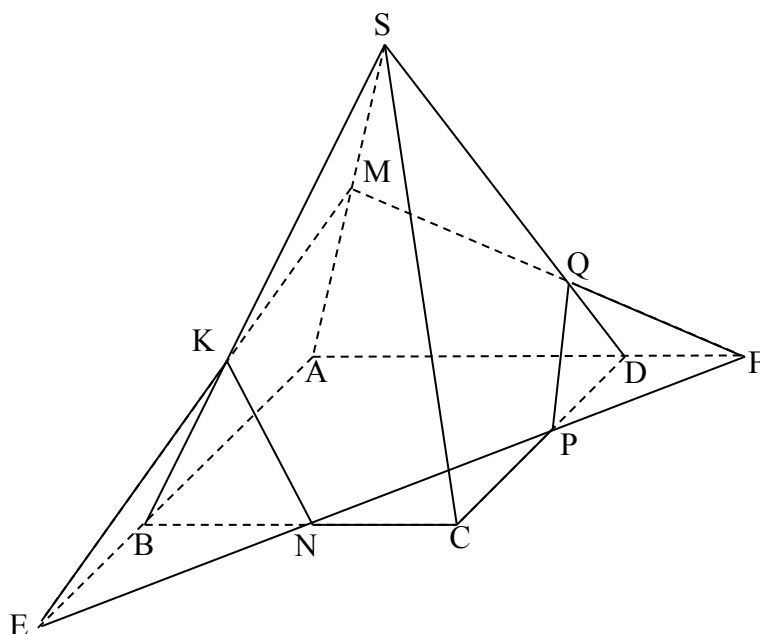
- Sử dụng Định lý Pitago để suy ra $EF = 3NP = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$. Từ đó tính được diện tích tam giác $S_{\Delta MEF} = \frac{3a^2\sqrt{11}}{8}$.
- Chứng minh $S_{\Delta KNE} = S_{\Delta PQF} = \frac{1}{6}S_{MEF}$.
- Từ đó suy ra $S_{TD} = \frac{2}{3}S_{\Delta MEF} = \frac{a^2\sqrt{11}}{4}$.

Cách 2:

- Có thể chia việc tính diện tích thiết diện thành việc tính diện tích tam giác MKQ và hình thang KNPQ.

- Bằng cách tính độ dài 3 cạnh của tam giác MKQ theo định lý Côsin và sau đó áp dụng công thức Hêrông để tính diện tích tam giác này.

- Tính các cạnh của hình thang KNPQ, thấy được đây là hình thang cân, từ đó cũng tính được diện tích hình thang.



Hình 1.2

Nhận xét 1.2:

1. Bài toán xuất phát của Bài 1.2 ở trong SGK chỉ yêu cầu xác định thiết diện với giả thiết hình chóp có đáy là hình bình hành. Việc mở rộng và thiết kế thành Bài 1.2 đã giúp cho ta có thêm các phương án để rèn luyện các kỹ năng cần thiết trong môn Toán nói chung và môn HHKG nói riêng cho học sinh.

2. Thông qua việc tìm tòi và đề xuất các phương án tính diện tích thiết diện đã hình thành và phát triển ở học sinh mức độ tư duy cao hơn, phát triển tối đa các năng lực Toán học của học sinh, đặc biệt là các học sinh có học lực từ trung bình khá trở lên.

3. Trong quá trình thiết kế và tổ chức học động dạy học các bài tập như trên, chúng ta chỉ nên định hướng cho học sinh tìm tòi lời giải, còn việc tính toán, trình bày lời giải cụ thể là của học sinh. Ta nên đưa ra yêu cầu khác nhau

tùy theo mức độ nhận thức của từng học sinh, chẳng hạn đối với các học sinh có học lực trung bình khá trở xuống chỉ nên yêu cầu tính độ dài của một cạnh nào đó; còn đối với học sinh khá, giỏi thì yêu cầu thiết lập công thức tính diện tích ở nhiều cách khác nhau,...

Bài 1.3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt trung điểm của AB, AD . Hãy dựng thiết diện của hình lập phương với mặt phẳng $(C'MN)$ và tính diện tích của thiết diện đó theo a .

Phân tích: (Hình 1.3)

- Thiết diện là ngũ giác $C'INMJ$.

- Có thể hướng dẫn cho học sinh tính diện tích của thiết diện này tương tự theo cách của Bài 1.2.

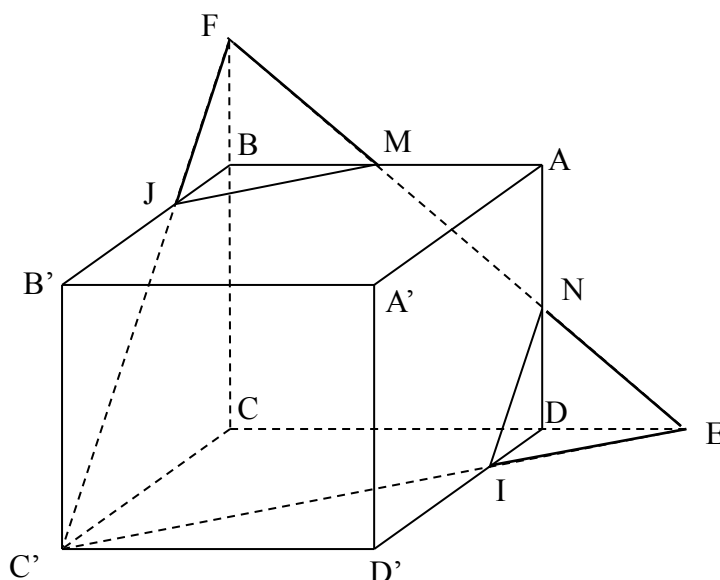
- Cụ thể:

$$\text{Tính được } S_{\Delta C'EF} = \frac{3\sqrt{17}a^2}{8}$$

Chứng minh được

$$S_{\Delta FIM} = S_{\Delta EIN} = \frac{1}{9} S_{\Delta C'EF}$$

$$\text{Từ đó có } S_{TD} = \frac{7\sqrt{17}a^2}{24}$$



Hình 1.3

Bài 1.4. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M là trung điểm của AB ; E là điểm thuộc đường thẳng BC sao cho C là trung điểm của BE . Xác định thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (DME) và tính diện tích của thiết diện này theo a .

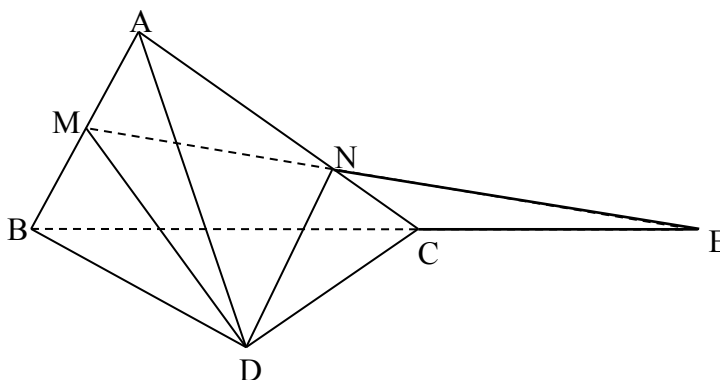
Phân tích: (Hình 1.4)

- Thiết diện là tam giác DMN.

- Sử dụng định lý Côsin tính được các cạnh:

$$MN = \frac{\sqrt{13}}{6}a, \quad ND = \frac{\sqrt{7}}{3}a,$$

$$MD = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$



Hình 1.4

- Sử dụng công thức Hêrông có thể tính được: $S_{TD} = \frac{\sqrt{35}}{24}a^2$.

Bài 1.5. Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng a . Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và BC, P là điểm trên cạnh CD sao cho $CP = 2PD$.

a) Dựng thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (MNP). Thiết diện là hình gì?

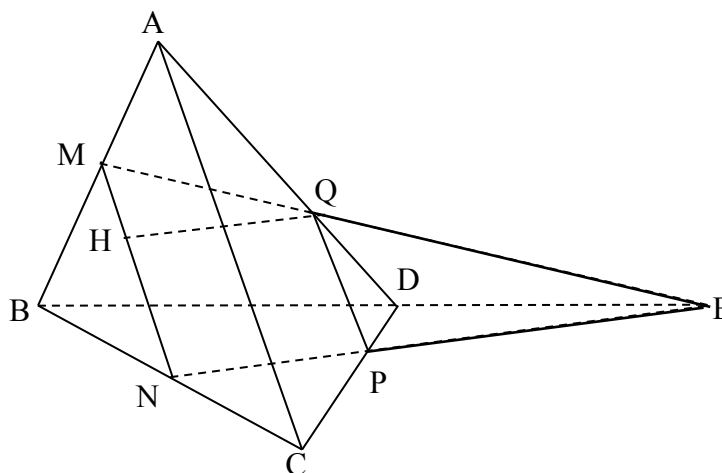
b) Tính diện tích thiết diện theo a .

Phân tích: (Hình 1.5)

- Thiết diện là tứ giác MNPQ.

- Có thể chứng minh được $AQ = 2QD$, từ đó suy ra thiết diện là hình thang cân.

- Sử dụng định lý Côsin tính được các cạnh MQ và NP của hình thang, sau đó tính được đường cao QH của hình thang.



Hình 1.5

- Từ đó tính được diện tích thiết diện là: $S_{TD} = \frac{1}{2}(MN + PQ).QH = \frac{5\sqrt{51}}{144}a^2$

Nhận xét 1.3:

1. Bài “§1. Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng” thông thường được dạy trong từ 2-3 tiết lý thuyết và 1-2 tiết Câu hỏi & Bài tập. Trong số 16 câu hỏi

và bài tập (SGK Hình học 11-NC), chỉ có 2 bài liên quan đến việc xác định thiết diện. Qua thực tế nhiều năm dạy học tôi thấy rằng, nếu chỉ dừng ở việc giải quyết các câu hỏi và bài tập trong SGK mà không thiết kế hoặc mở rộng hơn, thì các tiết học (kể cả lý thuyết và bài tập) sẽ rất tẻ nhạt và không gây được hứng thú học tập cho học sinh, nhất là học sinh các lớp thuộc Ban KHTN.

2. Thực tế cho thấy, với việc thiết kế thêm các bài tập có nội dung định lượng như trên, các tiết học HHKG đã diễn ra sôi nổi ngay từ các tiết học đầu tiên; học sinh không những có cơ hội được phát triển năng lực tính toán của bản thân mà còn có cơ hội để ôn tập lại và vận dụng các kiến thức về Hệ thức lượng trong tam giác ở chương trình Hình học 10 vào giải quyết các vấn đề của HHKG lớp 11; các học sinh khá, giỏi có cơ hội để đề xuất nhiều phương án khác nhau trong việc tính diện tích một đa giác. Điều này rất có lợi khi các em học đến phần tính khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng, các em sẽ sử dụng rất thành thạo công thức tính khoảng cách theo phương pháp thể tích $d = \frac{3V}{S}$. Tôi nhận thấy rằng hầu hết các em có học lực ở mức trung bình khá rất thích sử dụng phương pháp này trong các bài tính khoảng cách.

3. Việc thiết kế các bài tập như trên hoàn toàn theo hướng “mở”, tức là tùy theo năng lực của từng đối tượng học sinh mà người giáo viên nên thay đổi các giả thiết cho phù hợp. Chẳng hạn đối với nhóm học sinh trung bình khá hoặc khá thì nên cho giả thiết là tứ diện đều (các Bài 1.1, 1.4, 1.5); còn đối với nhóm học sinh giỏi thì nên cho giả thiết về tứ diện với độ dài các cạnh khác nhau, đòi hỏi các em trong quá trình đi tính diện tích thiết diện phải sử dụng thật linh hoạt định lý Côsin trong nhiều tam giác khác nhau.

4. Trong quá trình dạy học môn HHKG, việc hình thành ở học sinh kỹ năng vẽ hình (biểu diễn hình không gian) cũng rất quan trọng. Có thể khẳng định việc có một hình biểu diễn tốt là một trong những yếu tố quyết định để hình thành lời giải bài tập. Để làm tốt điều này, người giáo viên cần định hướng cho học sinh biểu diễn các hình không gian dưới nhiều “góc nhìn” khác nhau, từ đó lựa chọn “góc nhìn” tốt nhất để vẽ hình. Công việc này thường gây chút khó khăn cho học sinh trong thời gian đầu mới tiếp cận bộ môn HHKG, tuy nhiên chỉ cần sau một thời gian luyện tập các em sẽ dần hình thành tư duy trừu tượng, khả năng tưởng tượng hình không gian và sẽ dễ dàng tìm được “góc nhìn” tốt nhất, tức là cách vẽ hình tốt nhất ngay sau khi đọc đề bài.

2.3.2. Thiết kế các bài tập về thiết diện trong “§3. Đường thẳng song song với mặt phẳng và §4. Hai mặt phẳng song song”

Sau khi học song “§1. Đại cương về đường thẳng và mặt phẳng” và được thực hành giải các bài tập như trên, tôi nhận thấy ở các em đã và đang hình thành năng lực tư duy trong môn Hình học; kỹ năng biểu diễn hình học, kỹ năng tính toán của học sinh tiến bộ rất nhiều, các em rất thích thú khi đứng trước một bài toán về dựng và tính diện tích của thiết diện. Đây là cơ sở rất quan trọng tạo

nền tảng vững chắc về kiến thức hình học không gian cho học sinh khi tiếp cận các nội dung kiến thức cao hơn. Chính vì vậy việc thiết kế các bài tập ở phần này (§3. Đường thẳng song song với mặt phẳng và §4. Hai mặt phẳng song song) có tác dụng tiếp tục hình thành các năng lực tư duy, năng lực tính toán; củng cố kiến thức và rèn luyện các kỹ năng đã có ở bài học trước.

Các bài tập tôi thiết kế vẫn tập trung vào việc dựng và tính diện tích của thiết diện khi thiết diện là các hình tam giác, tứ giác, ngũ giác với độ phức tạp được nâng dần lên.

Bài 2.1. Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình vuông cạnh a , các cạnh bên bằng nhau và bằng $a\sqrt{3}$, M là điểm thuộc cạnh SB sao cho $MS = 2MB$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng MD và song song với đường thẳng AB.

- Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (P).
- Hãy tính diện tích thiết diện theo a .

Phân tích: (Hình 2.1)

- Thiết diện là hình thang cân MNDC.

- Tính được các cạnh:

$$MN = \frac{2a}{3}, MB = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

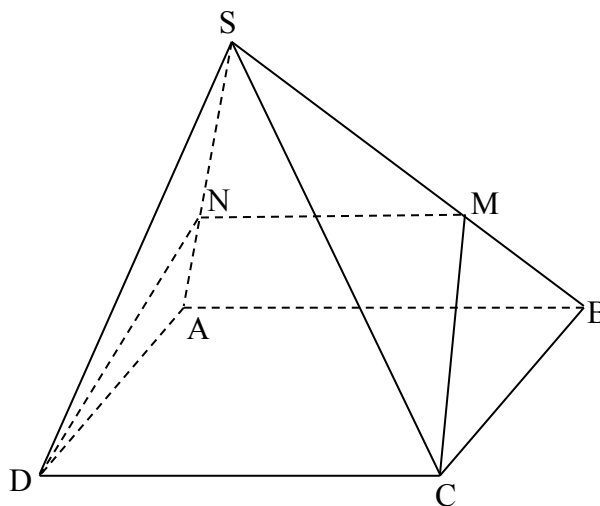
- Sử dụng định lý Côsin trong tam giác SBC tính được:

$$\cos CBS = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

- Tiếp tục sử dụng định lý Côsin trong tam giác BCM tính được $MC = ND = a$.

- Từ đó tính được:

$$S_{TD} = \frac{5a^2\sqrt{35}}{36}$$



Hình 2.1

Nhận xét 2.1:

1. Bài tập này được thiết kế dựa trên bài tập trong SGK với việc bổ sung thêm các giả thiết về các cạnh của hình chóp và yêu cầu tính diện tích thiết diện. Việc tính diện tích sẽ dễ dàng hơn nếu cho M là trung điểm của SB, vì khi đó học sinh chỉ cần sử dụng công thức tính độ dài đường trung tuyến trong tam giác SBC là tính được CM.

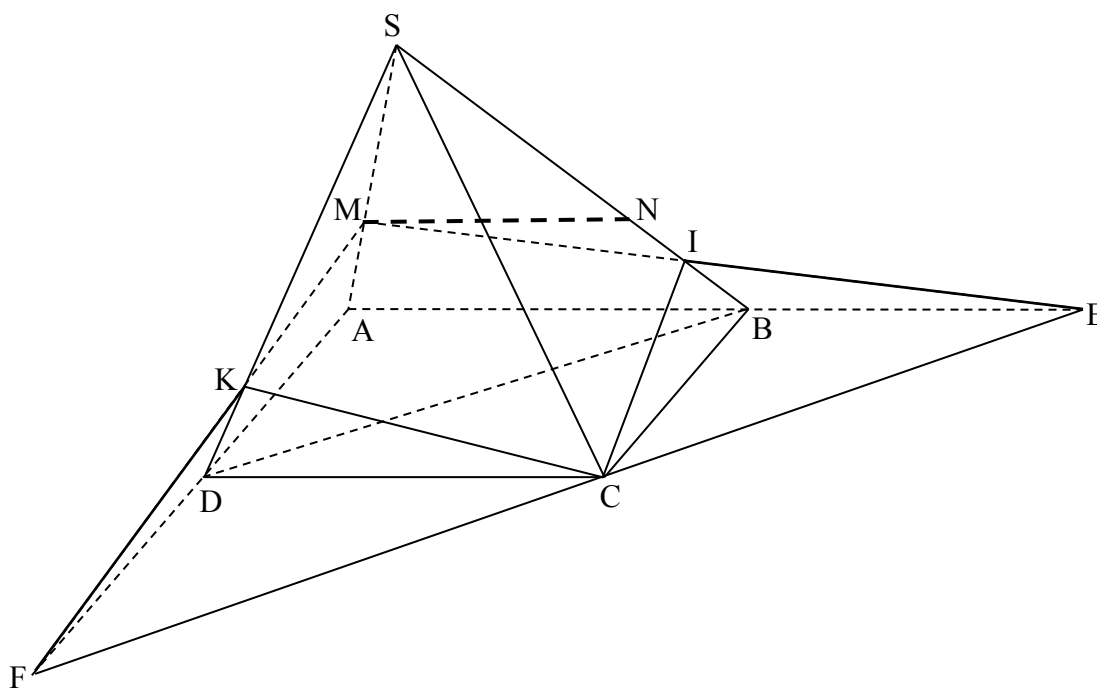
2. Việc thay đổi linh hoạt giả thiết của bài toán (chẳng hạn như vị trí của điểm M ở Bài 2.1) là một cách buộc học sinh phải tư duy tìm cách giải quyết khác khi giả thiết của bài toán đã thay đổi và cách giải quyết cũ không còn phù hợp. Từ đó hình thành và rèn luyện cho học sinh khả năng tư duy linh hoạt, không theo lối mòn.

Dưới đây là một số bài tập của phần này mà tôi đã thiết kế và tổ chức dạy học ở đơn vị công tác:

Bài 2.2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , các cạnh bên bằng nhau và cùng bằng a . Gọi M là một điểm trên cạnh SA sao cho $\frac{MS}{MA} = 2$, (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm C, M và song song với đường thẳng BD .

- Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (P) .
- Hãy tính diện tích thiết diện theo a .

Phân tích: (Hình 2.2)



Hình 2.2

- Thiết diện là tứ giác $MKCI$ (Ở Hình 2.2: $EF \parallel BD$)
- Có thể định hướng cho học sinh tính diện tích thiết diện theo các cách như Bài 1.2. Cụ thể:

Cách 1:

- Tính diện tích của tam giác MEF:
- + Bằng cách sử dụng định lý Côsin cho các tam giác MAE, MAF tính được $ME = MF = \frac{a\sqrt{31}}{3}$
- + Áp dụng tính chất đường trung bình trong ΔAEF suy ra $EF = 2a\sqrt{2}$
- + Từ đó tính được $S_{\Delta MEF} = \frac{a^2\sqrt{26}}{3}$ (Bằng công thức Hêrông hoặc kẻ đường cao từ đỉnh A)

- Tiếp theo, ta cần xác định xem các điểm I và K tương ứng chia các đoạn ME và MF theo tỉ số là bao nhiêu?

+ Có nhiều cách để giải quyết vấn đề này, chẳng hạn, từ M ta kẻ đường thẳng song song với AB, cắt SB tại N thì có thể thấy ngay:

$\frac{MI}{IE} = \frac{MN}{BE} = \frac{MN}{AB} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{IE}{EM} = \frac{3}{5}$. Tương tự cũng có $\frac{FK}{FM} = \frac{3}{5}$. Từ đó suy ra các tam giác ECI và FCD có diện tích bằng $\frac{3}{10}$ diện tích tam giác MEF. Do đó tính được diện tích thiết diện là $S_{TD} = \frac{2\sqrt{26}a^2}{15}$.

Cách 2:

- Chia việc tính diện tích thiết diện thành việc tính diện tích hai tam giác MIC và MKC. Lưu ý rằng do tính chất đối xứng nên hai tam giác này bằng nhau.

- Tính độ dài 3 cạnh của tam giác MIC theo định lý Côsin và sau đó áp dụng công thức Hêrông có thể tính được diện tích tam giác này.

Bài 2.3. Cho hình chóp S.ABC có đáy là tam giác đều cạnh a , cạnh $SA = a$ và các tam giác SAB, SAC vuông tại A. Gọi M và K lần lượt là trung điểm của SC và AB, (P) là mặt phẳng đi qua M và song song với hai đường thẳng SA và CK.

a) Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (P)

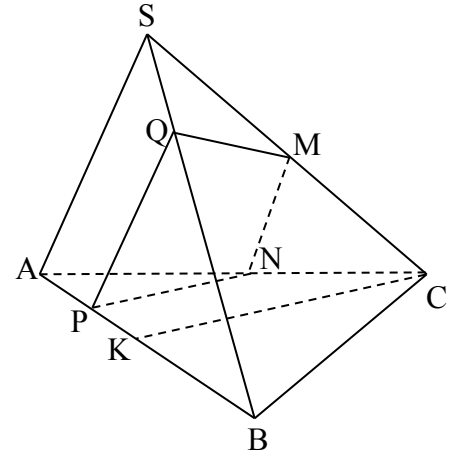
b) Tính diện tích của thiết diện theo a .

Phân tích: (Hình 2.3)

- Thiết diện là hình thang MNPQ

- Để tính diện tích thiết diện, ta có thể "lạm dụng" một tính chất về đường thẳng vuông góc với mặt phẳng ở Chương III: Quan hệ vuông góc, từ đó suy ra PQ và MN là các đường thẳng vuông góc với (ABC), dẫn đến tứ giác MNPQ là hình thang vuông tại P và N.

- Tính được $MN = \frac{a}{2}, PQ = \frac{3a}{4}$ và $NP = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. Từ đó có $S_{TD} = \frac{5a^2\sqrt{3}}{32}$.



Hình 2.3

Nhận xét 2.2: Việc "lạm dụng" tính chất ở về đường thẳng vuông góc với mặt phẳng ở Chương III: Quan hệ vuông góc khi giải quyết bài toán này là hợp lí, bởi nó làm cho lời giải trở nên gọn gàng, mạch lạc. Hơn nữa việc "lạm dụng" này không làm cho học sinh cảm thấy khó khăn bởi ở chương trình hình học lớp 9 các em cũng đã bước đầu làm quen với khái niệm "Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng".

Bài 2.4. Cho hình chóp S.ABCD có tất cả các cạnh bằng a . Gọi O là giao điểm của AC và BD, I là trung điểm của OC, (P) là mặt phẳng đi qua I và song song với hai đường thẳng BD, SC.

a) Xác định thiết diện của hình chóp với mặt phẳng (P)

b) Tính diện tích của thiết diện theo a .

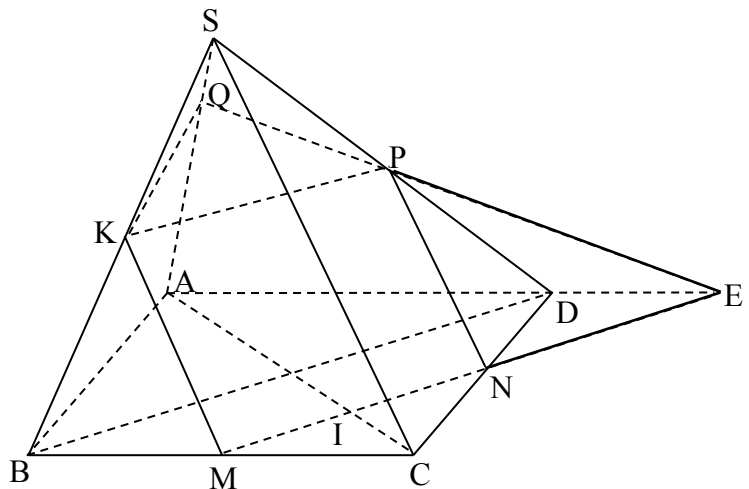
Phân tích: (Hình 2.4)

- Thiết diện là ngũ giác NPQKM.

- Có thể chỉ ra cho học sinh thấy từ tính chất $SC \perp BD$ của hình chóp S.ABCD nên suy ra được tứ giác MNPQ là hình chữ nhật có

$$MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}, KP = \frac{a}{2}$$

nên có diện tích



Hình 2.4

$$S_{MNPQ} = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}$$

- Tam giác QKP cân tại Q, có:

$$KP = \frac{a\sqrt{2}}{2}, QK = QP = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow S_{\Delta QKP} = \frac{a^2\sqrt{2}}{16}$$

- Từ đó suy ra được $S_{TD} = \frac{5a^2\sqrt{2}}{16}$.

Nhận xét 2.3: Có thể hướng dẫn học sinh tính diện tích ngũ giác MNPQK theo Cách 1 của Bài 2.2, cụ thể:

- Gọi F là giao của QK và EM thì sẽ chứng minh được:

$$\frac{EP}{EQ} = \frac{2}{3}, \frac{EN}{EF} = \frac{1}{3} \Rightarrow S_{\Delta EPN} = \frac{2}{9} S_{\Delta EQF} \Rightarrow S_{TD} = \frac{5}{9} S_{\Delta EQF}$$

- Sử dụng định lý Côsin tính được độ dài các cạnh $QE = QF = \frac{13a}{10}$, từ đó

$$\text{tính được } S_{\Delta EQF} = \frac{9a^2\sqrt{2}}{16}.$$

Bài 2.5. Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' có cạnh bằng a . Gọi I là tâm của hình vuông ABCD, (P) là mặt phẳng đi qua I và song song với hai đường thẳng BD' và B'C.

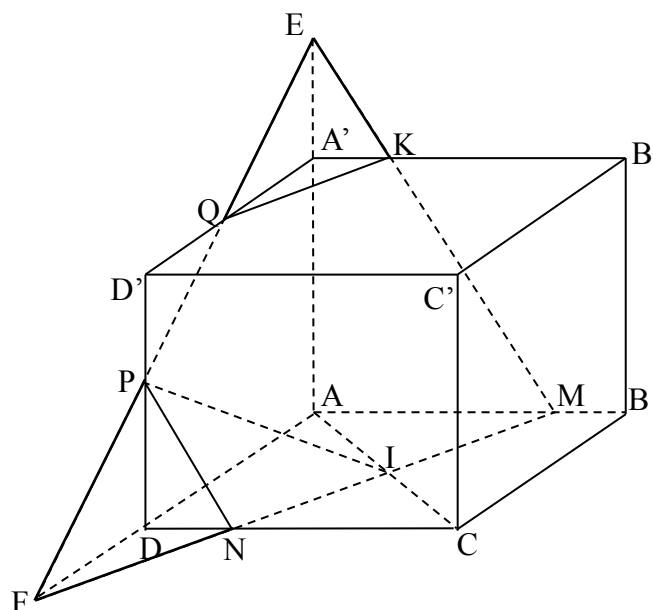
a) Xác định thiết diện của hình lập phương với mặt phẳng (P).

b) Tính diện tích của thiết diện theo a .

Phân tích: (Hình 2.5)

- Để dựng thiết diện, chỉ cần dựng đường thẳng qua I, song song với BD' cắt DD' tại P. Khi đó P là trung điểm của DD' . Sau đó dựng đường thẳng qua P song song với $A'D$ cắt $A'D'$ tại trung điểm Q. Từ đó xác định được thiết diện là ngũ giác MNPQK.

- Để tính diện tích thiết diện, ta có thể hướng dẫn học sinh tính tương tự theo cách của Bài 1.3, theo đó tính được $S_{\Delta MEF} = \frac{9a^2\sqrt{6}}{16}$, đồng thời cũng chứng minh được



Hình 2.5

$$S_{\Delta EKF} = S_{\Delta FPN} = \frac{1}{9} S_{\Delta MEF}. \text{ Do đó } S_{TD} = \frac{7}{9} S_{\Delta MEF} = \frac{7a^2\sqrt{6}}{16}.$$

2.4. Hiệu quả của sáng kiến kinh nghiệm đối với hoạt động giáo dục, với bản thân, đồng nghiệp và nhà trường

Việc thiết kế các bài tập như trên trong quá trình dạy học đã được tôi thực hiện trong nhiều năm giảng dạy môn Toán ở các lớp học theo Chương trình Nâng cao tại trường THPT Triệu Sơn 3. Qua thực tế giảng dạy tôi thấy rằng cách làm này đã góp phần nâng cao đáng kể chất lượng giảng dạy môn Toán nói chung cũng như phân môn Hình học không gian của bản thân, góp phần chung vào việc nâng cao chất lượng giảng dạy môn Toán của nhà trường, đặc biệt là đã rèn luyện cho học sinh lớp 11 kỹ năng tính toán các đại lượng hình học, kỹ năng biểu diễn hình không gian ngay từ khi mới tiếp cận bộ môn này.

Cũng xin nói thêm rằng, trong khuôn khổ một SKKN, tôi chỉ trình bày cách làm cho nội dung một chương của phân môn Hình học không gian. Trong thực tế khi giảng dạy môn Toán, tôi còn thực hiện cách làm như trên trong nhiều chuyên đề khác nhau của môn Toán (kể cả trong Đại số, Giải tích) với việc thiết kế các bài tập luôn tập trung vào phát triển năng lực tư duy toán học và hình thành các kỹ năng cơ bản trong giải toán cho học sinh.

Để đánh giá sự tiến bộ về môn Toán của học sinh trường THPT Triệu Sơn 3 trong một số năm gần đây, tôi xin đưa ra các bảng thống kê số liệu dựa trên 2 tiêu chí là kết quả thi HSG Toán cấp tỉnh và kết quả thi ĐH môn Toán dưới đây:

Bảng 1: Kết quả thi HSG văn hóa cấp tỉnh và thi ĐH môn Toán của Trường THPT Triệu Sơn 3 giai đoạn 2008-2011:

TT	Năm học	Kết quả thi HSG cấp tỉnh môn Toán							Kết quả thi ĐH môn Toán	
		Tổng số học sinh dự thi	Tổng số giải	Tỉ lệ đạt giải	Nhất	Nhì	Ba	KK	ĐTB	Xếp hạng trong tỉnh ¹
1	2008-2009	10	5	50%		2	1	2	3,2	22
2	2009-2010	10	6	60%		1	3	2	3,52	22
3	2010-2011	10	9	90%	1	1	4	3	4,1	13
	Cộng	30	20	66,6%	1	4	8	7		

Chú giải:

¹ Số liệu do Thầy Vũ Nguyên Hoàng - Phụ trách CNTT của Sở GD&ĐT Thanh Hóa cung cấp cho các đơn vị (*Qua mail của các nhà trường, gửi ngày 08/9/2014 - Phần phụ lục*).

Phân tích:

- Nhìn vào bảng thống kê (*bảng 1*) thấy rằng kết quả thi HSG và thi ĐH môn Toán của nhà trường có phần thay theo chiều hướng tích cực nhưng cũng chưa rõ nét, tỉ lệ đạt giải thi HSG cấp tỉnh trong giai đoạn 2008-2011 chỉ đạt 66,6%. Thứ hạng thi ĐH môn Toán có tăng nhưng điểm trung bình vẫn còn khá thấp (*cao nhất là 4,1*).

Bảng 2: Thống kê chất lượng môn Toán trong các kỳ thi ĐH và THPT Quốc gia của các lớp do tôi giảng dạy giai đoạn từ 2009-2015:

TT	Lớp	Sĩ số	Khóa học	Kết quả đầu vào lớp 10 môn Toán (Theo đề thi tuyển sinh của Sở GD&ĐT Thanh Hóa)	Kết quả đầu ra môn Toán (Theo đề thi tuyển sinh ĐH của Bộ GD&ĐT)	Độ chênh lệch giữa đầu vào và đầu ra
----	-----	-------	----------	--	---	--------------------------------------

				ĐTB	Số điểm từ 8-10	Năm thi ĐH	ĐTB	Số điểm từ 8 - 10	ĐTB, thứ hạng thi ĐH môn Toán của trường /toàn tỉnh ¹	
1	D1	47	2009- 2012	7,17	11	2012	7,34	24	ĐTB: 4,1 Xếp thứ: 16	0,17
2	G6	46	2011- 2014	7,43	13	2014	7,78	29	ĐTB: 5,89 Xếp thứ: 5	0,35
3	H6	46	2012- 2015	7,31	9	2015	8,26	32 (Có 10 em đạt điểm từ 9,0 trở lên)	ĐTB: 6,09 Không có kết quả xếp hạng trên toàn tỉnh ²	0,95

Chú giải:

¹ Số liệu do Thầy Vũ Nguyên Hoàng - Phụ trách CNTT của Sở GD&ĐT Thanh Hóa cung cấp cho các đơn vị (*Qua mail của các nhà trường, gửi ngày 08/9/2014 - Phần phụ lục*).

² Năm 2015: Điểm trung bình 6,09 là do Nhà trường tính dựa vào kết quả thi THPT Quốc gia môn Toán của 179 học sinh (*chỉ tính những học sinh đăng ký xét tuyển vào ĐH có môn Toán*). Năm này Sở GD&ĐT Thanh Hóa cũng như Bộ GD&ĐT không cung cấp kết quả xếp hạng thi ĐH của các trường trên toàn tỉnh.

Phân tích:

- Nhìn vào bảng thống kê (*bảng 2*) thấy rằng chất lượng giảng dạy môn Toán được cải thiện một cách rõ nét theo từng khóa học, chất lượng thi ĐH môn Toán của nhà trường cũng được nâng lên: Điểm TB thi đại học tăng từ 4,1 (*năm 2011 và 2012*) lên 5,89 (*năm 2014*) và vươn lên xếp thứ 5 toàn tỉnh. Độ chênh lệch giữa “đầu vào” và “đầu ra” cũng thay đổi theo chiều hướng rất tích cực từ 0,17 của lớp D1 khóa học 2009-2012 lên đến 0,95 của lớp H6 khóa học 2012-2015.

Bảng 3: Thống kê chất lượng môn Toán trong các kỳ thi HSG văn hóa cấp tỉnh của các lớp do tôi giảng dạy giai đoạn từ 2009-2016:

TT	Lớp	Sĩ số	Năm học	Kết quả thi HSG Văn hóa cấp tỉnh môn Toán lớp 12 - THPT	Xếp thứ hạng
----	-----	----------	---------	--	-----------------

				Tổng số học sinh dự thi	Tổng giải	Tỉ lệ đạt giải	Nhất	Nhì	Ba	KK	
1	11D1	51	2010-2011	2	2	100%	1			1	
2	12D1	51	2011-2012	8	6	75%		2	1	3	
3	11G6	48	2012-2013	2	2	100%			2		
4	12G6	48	2013-2014	4	4	100%		1	1	2	
5	12H6	47	2014-2015	4	4	100%		3	1		2 ¹
6	11B4	46	2015-2016	3	3	100%	1	1	1		2 ²
			Cộng:	23	21	91,3%	2	7	6	6	

Chú giải:

¹ Số liệu do Sở GD&ĐT Thanh Hóa cung cấp cho các đơn vị (*Phần phụ lục*).

² Số liệu do Thầy Nguyễn Đình Thanh -TKHĐ trường THPT Triệu Sơn 2 tính toán, tổng hợp dựa trên số liệu tổng hợp kết quả thi HSG của Sở và gửi cho các đơn vị để tham khảo (*Phần phụ lục*)

Bảng 4: Thống kê chất lượng môn Toán trong các kỳ thi HSG MTCT cấp tỉnh của các lớp do tôi giảng dạy giai đoạn từ 2009-2016:

TT	Lớp	Sĩ số	Năm học	Kết quả thi HSG MTCT cấp tỉnh môn Toán lớp 12 - THPT							Ghi chú
				Tổng số học	Tổng giải	Tỉ lệ đạt giải	Nhất	Nhì	Ba	KK	

				sinh dự thi							
1	11D1	51	2010-2011	1	1	100%				1	
2	12D1	51	2011-2012	5	5	100%		2	2	1	
3	11G6	48	2012-2013	2	2	100%			2		
4	12G6	48	2013-2014	2	2	100%		1	1		
5	12H6	47	2014-2015	3	2	66,6%				2	
6	11B4	46	2015-2016	2	2	100%		1	1		
			Cộng:	15	14	93,3%	0	4	6	4	

Phân tích:

- Nhìn vào bảng thống kê (*bảng 3 và bảng 4*) thấy rằng kết quả thi HSG môn Toán (*cả môn văn hóa và MTCT*) đều giữa ở mức rất ổn định với tỉ lệ đạt giải tương đối cao. Trong hai năm học gần đây (*năm học 2014-2015 và 2015-2016*), chất lượng thi HSG văn hóa cấp tỉnh môn Toán của nhà trường đều vươn lên nằm trong top thứ hai của tỉnh (*tính theo điểm - Phần phụ lục*) trong đó các em trong đội tuyển do tôi phụ trách đều đạt 100% giải với nhiều giải cao (*01 giải Nhất, 04 giải Nhì, 02 giải Ba, không có giải khuyến khích*).

- ***Đặc biệt là trong các năm học 2010-2011, 2012-2013 và 2015-2016 tôi đều gửi các học sinh đang học lớp 11 đi dự thi HSG Toán lớp 12 và đều đạt 100% giải (trong đó thi HSG văn hóa có 07 giải: 02 giải Nhất, 01 giải Nhì, 03 giải Ba và 01 giải KK; thi HSG MTCT có 05 giải: 01 giải Nhì, 03 giải Ba, 01 giải KK).*** Thành tích này góp phần không nhỏ vào việc nâng cao chất lượng bồi dưỡng HSG cấp tỉnh của Nhà trường, giúp cho nhà trường có 6 năm liên tục từ năm học 2010 - 2011 đến năm học 2015 - 2016 luôn được xếp hạng thi HSG cấp tỉnh nằm trong top đầu từ 15 đến 20 trường THPT có thành tích tốt nhất của tỉnh Thanh Hóa, trong đó có 2 năm học 2011-2012 và 2014-2015 xếp thứ 7 của tỉnh. Có được kết quả này, theo kinh nghiệm của bản thân, đó là trong quá trình dạy học, tôi đã truyền lửa đam mê học toán cho học sinh, tập trung trang bị cho học sinh những kỹ năng cơ bản, những cách thức tư duy trong học giải toán nói chung và toán hình không gian nói riêng. Cũng nhờ đó mà học sinh của tôi trong các năm qua khi tham dự các kỳ thi HSG và ĐH đều giải quyết trọn vẹn bài Hình không gian trong đề thi.

3. KẾT LUẬN, KIẾN NGHỊ

3.1. Kết luận

Dạy học là một nghệ thuật mà ở đó người thầy vừa đóng vai trò là đạo diễn, vừa đóng vai trò là diễn viên. Trong điều kiện hiện nay, khi nền giáo dục nước nhà đang dần chuyển mình cho những thay đổi, những cải cách nhằm bắt kịp với các nền giáo dục tiên tiến trên thế giới và đáp ứng được yêu cầu của hội nhập, thì vai trò của người thầy trở nên quan trọng hơn bao giờ hết. Muốn thay đổi giáo dục thì trước hết phải thay đổi từ tư duy dạy học của người thầy; phải thoát khỏi tính khuôn mẫu, hình thức trong tư duy dạy học vốn đã là cố hữu lâu nay. Phải linh hoạt và sáng tạo trong việc thiết kế giáo án dạy học phù hợp yêu cầu thực tế. Người thầy phải là người tổ chức, điều khiển các hoạt động để học sinh phát hiện ra tri thức và nắm bắt được tri thức trên cơ sở đó phát triển năng lực tư duy, khả năng phân tích, nhìn nhận vấn đề; kích thích sự đam mê và sáng tạo trong học tập của học sinh. Làm được như vậy mới hoàn thành nhiệm vụ của người thầy và đó cũng là một hướng đổi mới phương pháp dạy học trong giai đoạn hiện nay.

3.2. Kiến nghị

Trên đây là sáng kiến tôi đã thực hiện đối với học sinh lớp 11 trường THPT Triệu Sơn 3 trong những năm học vừa qua. Rất mong vấn đề này được xem xét, mở rộng hơn nữa để áp dụng cho nhiều đối tượng học sinh, giúp các em có thêm tự tin và hứng thú khi học môn Toán nói chung và môn Hình học không gian nói riêng./.

**XÁC NHẬN
CỦA THỦ TRƯỞNG ĐƠN VỊ**

Thanh Hóa, ngày 05 tháng 6 năm 2016

Tôi xin cam đoan đây là SKKN của
mình viết, không sao chép nội dung của
người khác.

Người viết

Trịnh Quốc Phụng