

Bài 30. Biến cố giao và quy tắc nhân
Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

PHẦN E. CÂU HỎI TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Tung đồng thời một đồng xu và một cục xúc xắc 12 mặt (1-12). Tính xác suất:

Xuất hiện mặt ngửa và mặt là bội của 3 .

Lời giải

Lời giải

Xác suất xuất hiện mặt ngửa là $\frac{1}{2}$

Gọi C là biến cố "Xúc xắc xuất hiện mặt là bội của 3": $P(C) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

Xác suất xuất hiện mặt ngửa và mặt là bội của 3 là: $P(AC) = P(A) \cdot P(C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$.

Câu 2. An và Bình không quen biết nhau và học ở hai nơi khác nhau. Xác suất để An và Bình đạt điểm giỏi về môn Toán trong kì thi cuối năm tương ứng là 0,92 và 0,88 .

(a) Tính xác suất để cả An và Bình đều đạt điểm giỏi.

(b) Tính xác suất để cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi.

Trả lời: a) 0,8096; b) 0,0096

Lời giải

a) Gọi A là biến cố: "An đạt điểm giỏi về môn Toán".

Gọi B là biến cố: "Bình đạt điểm giỏi về môn Toán".

Dễ thấy A, B là hai biến cố độc lập, khi đó AB là biến cố: "Cả An và Bình đều đạt điểm giỏi môn Toán".

Ta có: $P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,92 \cdot 0,88 = 0,8096$.

b) Ta có $\overline{AB}$ là biến cố: "Cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi môn Toán".

Vì hai biến cố $\overline{A}, \overline{B}$ độc lập nên: $P(\overline{AB}) = P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) = 0,08 \cdot 0,12 = 0,0096$.

Câu 3. Hai xạ thủ cùng bắn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của xạ thủ thứ nhất bằng $\frac{1}{2}$, xác suất bắn trúng bia của xạ thủ thứ hai bằng $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của mỗi biến cố:

(a) Xạ thủ thứ nhất bắn trúng bia, xạ thủ thứ hai bắn trượt bia.

(b) Cả hai xạ thủ đều bắn không trúng bia.

Trả lời: a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{3}$

Lời giải

a) Gọi A là biến cố: "Xạ thủ thứ nhất bắn trúng bia" và B là biến cố: "Xạ thủ thứ hai bắn trúng bia". Khi đó $A, B, \overline{A}, \overline{B}$ là các biến cố độc lập đôi một với nhau.

Ta có: $P(\overline{A}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, P(\overline{B}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Xác suất biến cố $A\overline{B}$ là: $P(A\overline{B}) = P(A) \cdot P(\overline{B}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

b) Xác suất của biến cố $\overline{AB}$ là: $P(\overline{AB}) = P(\overline{A}) \cdot P(\overline{B}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$.

Câu 4. Trong một trận đấu bóng đá quan trọng ở vòng đấu loại trực tiếp, khi trận đấu buộc phải giải quyết bằng loạt sút luân lưu 11m , huấn luyện viên đội X đưa danh sách lần lượt 5 cầu thủ có xác suất sút luân lưu 11m thành công là $0,8; 0,8; 0,76; 0,72; 0,68$. Tìm xác suất để chỉ có cầu thủ cuối cùng sút trượt luân lưu (kết quả gần đúng được làm tròn đến hàng phần nghìn).

Lời giải

Lời giải

Gọi $A_i (1 \leq i \leq 5, i \in \mathbb{N})$ là biến cố: "Cầu thủ thứ i của đội X sút luân lưu thành công".

Xác suất cần tìm là:

$$\begin{aligned} P(A_1 A_2 A_3 A_4 \bar{A}_5) &= P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot P(A_3) \cdot P(A_4) \cdot P(\bar{A}_5) \\ &= 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,76 \cdot 0,72 \cdot 0,32 \approx 0,112. \end{aligned}$$

Câu 5. Trong phòng học của An có ba bóng đèn và xác suất hỏng của chúng lần lượt bằng $0,05; 0,04; 0,03$. Chỉ cần có một bóng đèn sáng thì An vẫn có thể làm bài tập được. Tính xác suất để An có thể làm bài tập, biết tình trạng (sáng hoặc bị hỏng) của mỗi bóng đèn không ảnh hưởng đến tình trạng các bóng còn lại.

Lời giải

Lời giải

Gọi $A_i (1 \leq i \leq 3, i \in \mathbb{N})$ là biến cố: "Bóng đèn thứ i sáng bình thường".

An không thể làm bài tập nếu cả ba bóng đèn bị hỏng, khi đó:

$$P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) = 0,05 \cdot 0,04 \cdot 0,03 = \frac{3}{50000}.$$

Gọi P là xác suất để An có thể làm bài, ta có:

$$P = 1 - P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3) = 1 - \frac{3}{50000} = 0,99994.$$

Câu 6. Một bệnh truyền nhiễm có xác suất lây bệnh là 0,8 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang; là 0,1 nếu tiếp xúc với người bệnh mà có đeo khẩu trang. Chị Hoa có tiếp xúc với người bệnh hai lần, một lần đeo khẩu trang và một lần không đeo khẩu trang. Tính xác suất để chị Hoa bị lây bệnh từ người bệnh truyền nhiễm đó.

Lời giải

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Chị Hoa bị nhiễm bệnh khi tiếp xúc người bệnh mà không đeo khẩu trang" và B : "Chị Hoa bị nhiễm bệnh khi tiếp xúc với người bệnh dù có đeo khẩu trang". Dễ thấy $\bar{A}, \bar{B}$ là hai biến cố độc lập.

Xác suất để chị Hoa không nhiễm bệnh trong cả hai lần tiếp xúc với người bệnh là $P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 0,2 \cdot 0,9 = 0,18$.

Gọi P là xác suất để chị Hoa bị lây bệnh khi tiếp xúc người bệnh, ta có:

$$P = 1 - P(\bar{A}\bar{B}) = 1 - 0,18 = 0,82.$$

Câu 7. Hộp A đựng 5 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 5, hộp B đựng 6 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 6, hai thẻ khác nhau ở mỗi hộp đánh hai số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên từ hộp A một tấm thẻ và từ hộp B hai tấm thẻ. Gọi X là biến cố: "Chọn được thẻ mang số lẻ từ hộp A ", Y là biến cố: "Chọn được thẻ mang số chẵn từ hộp A ", và Z là biến cố: "Chọn được hai thẻ mang số lẻ từ hộp B ".
Tính xác suất để tích số được ghi trên ba tấm thẻ thu được là số chẵn.

Lời giải

Lời giải

Ta có: $X = \{1; 3; 5\}, Y = \{2; 4\} \Rightarrow X \cap Y = \emptyset$. Vậy X, Y là hai biến cố xung khắc.

Nhận xét: Để có được tích ba số ghi trên ba thẻ là số lẻ thì cả ba thẻ thu được đều mang số lẻ. Gọi U là biến cố: "Tích ba số ghi trên ba thẻ là số lẻ" thì $P(\bar{U})$ là xác suất cần tìm.

Để thấy mỗi cặp biến cố X và Z, Y và Z là độc lập.

$$P(X) = \frac{3}{5}, P(Y) = \frac{2}{5}, P(Z) = \frac{C_3^2}{C_6^2} = \frac{1}{5}$$

Ta có:

$$P(U) = P(XZ) = P(X) \cdot P(Z) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{25}$$

Khi đó:

$$P(\bar{U}) = 1 - P(U) = 1 - \frac{3}{25} = \frac{22}{25}$$

Suy ra

Câu 8. Một lô hàng có 20 sản phẩm giống nhau trong đó có 4 sản phẩm không đạt chất lượng còn lại là sản phẩm đạt chất lượng tốt. Mỗi lần kiểm tra, người ta chọn ra ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Tính xác suất để lấy ra được ít nhất một sản phẩm tốt.

Lời giải

Lời giải

Gọi A là biến cố "Lấy ra 2 sản phẩm được ít nhất một sản phẩm tốt". Biến cố A xảy ra khi lấy ra được 1 sản phẩm tốt và một sản phẩm không đạt chất lượng hoặc lấy ra được 2 sản phẩm đều tốt. Xác suất của biến cố

$$A: P(A) = \frac{C_{16}^1 \times C_4^1 + C_{16}^2}{C_{20}^2} = \frac{92}{95}$$

Câu 9. Nhà trường muốn chọn một đội văn nghệ có đủ cả nam và nữ gồm 12 em đi biểu diễn từ một nhóm học sinh gồm 10 nam sinh và 8 nữ sinh. Tính xác suất để đội văn nghệ được chọn có:

(a) Đúng 6 bạn nam.

(b) Ít nhất 6 bạn nữ.

$$\text{Trả lời: a) } \frac{70}{221} \quad \text{b) } \frac{193}{442}$$

Lời giải

a) Gọi A là biến cố "Chọn đội văn nghệ gồm 12 bạn có đủ cả nam và nữ trong đó có đúng 6 bạn nam".

$$P(A) = \frac{C_{10}^6 \times C_8^6}{C_{18}^{12}} = \frac{70}{221}$$

b) Gọi B là biến cố "Chọn đội văn nghệ gồm 12 bạn có đủ cả nam và nữ trong đó có ít nhất 6 bạn nữ".

$$P(B) = \frac{C_{10}^6 \times C_8^6 + C_{10}^5 \times C_8^7 + C_{10}^4 \times C_8^8}{C_{18}^{12}} = \frac{193}{442}$$

Câu 10. Một xạ thủ bắn lần lượt 2 viên đạn vào một bia. Xác suất trúng đích của viên thứ nhất và viên thứ hai lần lượt là 0,8 và 0,7. Biết rằng kết quả các lần bắn là độc lập với nhau. Tính xác suất của các biến cố sau:

(a) "Cả hai lần bắn đều trúng đích".

(b) "Ít nhất 1 lần bắn trúng đích".

Trả lời: a) 0,56 b) 0,94

Lời giải

a) Gọi A là biến cố "Cả hai lần bắn đều trúng đích". Vì kết quả các lần bắn là độc lập với nhau suy ra:

$$P(A) = 0,8 \times 0,7 = 0,56$$

b) Gọi B là biến cố: "Ít nhất 1 lần bắn trúng đích".

$$P(B) = 0,8 \times 0,3 + 0,2 \times 0,7 + 0,8 \times 0,7 = 0,94$$

Câu 11. Một bệnh truyền nhiễm có xác suất lây bệnh là 0,9 nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang; là 0,15 nếu tiếp xúc với người bệnh mà có đeo khẩu trang. Anh Hà tiếp xúc với một người bệnh hai lần, trong đó có một lần đeo khẩu trang và một lần không đeo khẩu trang. Tính xác suất anh Hà bị lây bệnh từ người bệnh mà anh tiếp xúc đó.

Lời giải

Lời giải

Gọi A là biến cố “anh Hà bị lây bệnh từ người bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà không đeo khẩu trang”.
 $P(A) = 0,9$

Gọi B là biến cố “anh Hà bị lây bệnh từ người bệnh nếu tiếp xúc với người bệnh mà có đeo khẩu trang”.
 $P(B) = 0,15$

Vì A và B là 2 biến cố độc lập. Xác suất của biến cố “anh Hà bị lây bệnh từ người bệnh mà anh tiếp xúc đó” là:
 $P(AB) = 0,9 \times 0,15 = 0,135$

Câu 12. Một hộp có 10 quả bóng bàn trong đó có 6 quả mới. Người ta lấy ra ngẫu nhiên 5 quả để thi đấu. Tính xác suất của biến cố lấy được ít nhất 2 quả bóng mới.

Lời giải

Lời giải

Gọi A là biến cố “lấy ra ngẫu nhiên 5 quả trong đó có ít nhất 2 quả bóng mới”. Xác suất của biến cố

$$A: P(A) = \frac{C_6^2 \times C_4^3 + C_6^3 \times C_4^2 + C_6^4 \times C_4^1 + C_6^5}{C_{10}^5} = \frac{41}{42}$$

Câu 13. Từ một lớp có 40 bạn trong đó có 18 bạn nữ, thầy giáo chủ nhiệm muốn chọn ra 5 bạn để bầu vào ban cán sự của lớp. Tính xác suất để 5 bạn được chọn có ít nhất 3 bạn nữ.

Lời giải

Lời giải

Gọi A là biến cố chọn ra 5 bạn có ít nhất 3 bạn nữ. Xác suất của biến cố A :

$$P(A) = \frac{C_{18}^3 \times C_{22}^2 + C_{18}^4 \times C_{22}^1 + C_{18}^5}{C_{40}^5} = \frac{3672}{9139}$$

Câu 14. Một chiếc máy có hai động cơ I và II hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ I chạy tốt là 0,8 và xác suất để động cơ II chạy tốt là 0,7. Hãy tính xác suất để cả hai động cơ đều chạy tốt là bao nhiêu?

Lời giải

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Động cơ I chạy tốt”

B là biến cố: “Động cơ II chạy tốt”

C là biến cố: “Cả hai động cơ đều chạy tốt”.

Ta thấy A, B là hai biến cố độc lập với nhau và $C = AB$.

Theo công thức nhân xác suất ta có: $P(C) = P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56$

Câu 15. Bạn An và Bình cùng nhau thi bắn cung. Xác suất bạn An bắn vào tâm là 0,7, xác suất bạn Bình bắn được vào tâm là 0,45. Tính xác suất trong một lần bắn nào đó, bạn An bắn được vào tâm còn bạn Bình thì không?

Lời giải

Lời giải

Gọi A là biến cố bạn An bắn vào tâm.

Gọi B là biến cố bạn Bình bắn được vào tâm.

Xác suất để bạn An bắn vào tâm là: $P(A) = 0,7$

Xác suất để bạn Bình bắn được vào tâm là: $P(B) = 0,45$

Xác suất để bạn Bình không bắn được vào tâm là: $P(\bar{B}) = 0,55$

Vì biến cố A và $\bar{B}$ độc lập với nhau, để trong một lần bắn nào đó, xác suất bạn An bắn được vào tâm còn bạn Bình thì không là: $P(A \cdot \bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}) = 0,7 \cdot 0,55 = 0,385$

Câu 16. Một bình đựng 7 viên bi trắng và 5 viên bi đen. Lần lượt lấy ngẫu nhiên ra 2 bi, sau khi lấy lần thứ nhất ta để lại viên bi vào bình rồi mới lấy tiếp lần thứ hai. Tính xác suất để lấy được bi thứ 1 màu trắng và bi thứ 2 màu đen?

Lời giải

Lời giải

Gọi A là biến cố lần thứ nhất lấy được bi màu trắng.

Gọi B là biến cố lần thứ hai lấy được bi màu đen.

$\Rightarrow AB$ là biến cố lần thứ nhất lấy được bi màu trắng và lần thứ hai lấy được bi màu đen.

Vì sau khi lấy viên bi thứ nhất xong, ta để lại viên bi vào bình, nên không làm ảnh hưởng xác suất lấy viên bi lần thứ hai. Ta thấy 2 biến cố A và B độc lập với nhau.

Xác suất để lần thứ nhất lấy được bi màu trắng là: $P(A) = \frac{7}{12}$.

Xác suất để lần thứ hai lấy được bi màu đen là $P(B) = \frac{5}{12}$.

Áp dụng quy tắc nhân xác suất, xác suất để lấy được bi thứ 1 màu trắng và bi thứ 2 màu đen là:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = \frac{7}{12} \cdot \frac{5}{12} = \frac{35}{144}.$$

Câu 17. Hai người độc lập nhau ném bóng vào rổ. Mỗi người ném vào rổ của mình một quả bóng. Biết rằng xác suất ném bóng trúng vào rổ của từng người tương ứng là $\frac{1}{3}$ và $\frac{3}{7}$. Gọi A là biến cố: "Cả hai đều không ném bóng trúng vào rổ". Khi đó, xác suất của biến cố A là bao nhiêu?

Lời giải

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Cả hai đều không ném bóng trúng vào rổ".

Gọi X là biến cố: "Người thứ nhất ném trúng rổ. Ta có: $P(X) = \frac{1}{3}$.

Gọi Y là biến cố: "Người thứ hai ném trúng rổ". Ta có: $P(Y) = \frac{3}{7}$.

Ta thấy biến cố X, Y là 2 biến cố độc lập nhau nên $\bar{X}$ và $\bar{Y}$ độc lập, và $A = \bar{X} \cdot \bar{Y}$.

Vậy xác suất để cả hai người đều không ném bóng vào rổ là:

$$P(A) = P(\bar{X}) \cdot P(\bar{Y}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{7} = \frac{8}{21}.$$

Câu 18. Một trường học có hai máy photocopy. Vào một ngày bất kỳ, máy A có 8% khả năng bị kẹt giấy và máy B có 12% khả năng bị kẹt giấy. Xác định xác suất để vào một ngày bất kỳ, cả hai máy sẽ:

(a) Bị kẹt giấy.

(b) Làm việc liên tục.

Trả lời: a) 0,0096 b) 0,8096

Lời giải

Gọi A là biến cố "Máy A bị kẹt giấy".

Gọi B là biến cố "Biến cố máy B bị kẹt giấy".

Ta có: $P(A) = 0,08, P(B) = 0,12$.

a) Vì A và B là hai biến cố độc lập, nên xác suất cả hai máy đều bị kẹt giấy là

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B) = 0,08 \cdot 0,12 = 0,0096.$$

b) Vì $\bar{A}$ và $\bar{B}$ là hai biến cố độc lập, nên xác suất cả hai máy làm việc liên tục (không bị kẹt giấy) là

$$P(\bar{A} \cdot \bar{B}) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}) = 0,92 \cdot 0,88 = 0,8096.$$

Câu 19. Một cậu bé và một cô bé được hỏi sinh vào ngày nào trong tuần. Tìm xác suất sao cho:

(a) Bé trai sinh vào thứ Hai và bé gái sinh vào Thứ Tư.

(b) Bé trai sinh vào ngày cuối tuần (Thứ Bảy và Chủ nhật) còn bé gái thì không.

Trả lời: a) $\frac{1}{49}$ b) $\frac{10}{49}$

Lời giải

a) Xác suất để bé trai sinh vào thứ Hai là $\frac{1}{7}$. Xác suất để bé gái sinh vào thứ Tư là $\frac{1}{7}$. Xác suất để bé trai sinh vào thứ Hai và bé gái sinh vào Thứ Tư là $P = \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{49}$.

b) Xác suất để bé trai sinh vào cuối tuần là $\frac{2}{7}$. Xác suất để bé gái sinh không sinh vào cuối tuần là $\frac{5}{7}$. Bé trai sinh vào ngày cuối tuần (Thứ bảy và Chủ nhật) còn bé gái thì không là $P = \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{7} = \frac{10}{49}$.

Câu 20. Jenny, Jim đang trò chuyện với Merry về việc có nên đi dự tiệc hay không. Xác suất Jenny sẽ tham dự là 0,4 và xác suất Jim sẽ tham dự là 0,6, nhưng hôm đó Merry có việc bận nên khả năng không tham dự bữa tiệc là 0,8. Tính xác suất để ba người bạn cùng tham dự.

Lời giải

Lời giải

Gọi A là biến cố "Jenny tham gia bữa tiệc".

Gọi B là biến cố "Merry tham gia bữa tiệc". Gọi C là biến cố "Jim tham gia bữa tiệc".

Các biến cố A, B và C đôi một độc lập với nhau.

Xác suất để ba người bạn cùng tham dự là:

$$P(A \cdot B \cdot C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,2 = 0,048.$$

----HẾT----