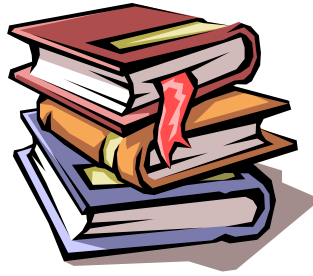


Tailieumontoan.com



Điện thoại (Zalo) 039.373.2038



**CÁC DẠNG TOÁN THỰC TẾ
LUYỆN THI VÀO LỚP 10**



Tài liệu sưu tầm, ngày 31 tháng 5 năm 2021

Mục Lục

Trang

Lời nói đầu

Chủ đề 1. Dạng toán chuyển động

Chủ đề 2. Dạng toán năng suất công việc

Chủ đề 3. Dạng toán tính tuổi

Chủ đề 4. Dạng toán kinh doanh

Chủ đề 5. Dạng toán hình học

Chủ đề 6. Dạng hóa học

Chủ đề 7. Dạng vật lý

Chủ đề 8. Các dạng toán khác

CHUYÊN ĐỀ 1. BÀI TOÁN THỰC TẾ DẠNG CHUYỂN ĐỘNG

Phương pháp giải: Chú ý dựa vào công thức $S = vt$, trong đó S là quãng đường, v là vận tốc và t là thời gian. Ngoài ra, theo nguyên lí cộng vận tốc trong bài toán chuyển động tàu, thuyền trên mặt nước, ta có:

- Vận tốc xuôi dòng = vận tốc thực + vận tốc dòng nước.
- Vận tốc ngược dòng = vận tốc thực – vận tốc dòng nước.
- Vận tốc thực luôn lớn hơn vận tốc dòng nước.

Bài 1. Hai tỉnh A, B cách nhau 180 km, cùng một lúc một ô tô đi từ A đến B , một xe máy đi từ B về A . Hai xe gặp nhau tại C . Từ C đến B ô tô đi hết 2 giờ, còn từ C về A đi xe máy đi hết 4 giờ 30 phút. Tính vận tốc mỗi xe biết trên đường AB hai xe đều chạy với vận tốc không đổi.

Lời giải

a) Gọi x (km/h) là vận tốc của ô tô

y (km/h) là vận tốc của xe máy ($x > 0; y > 0$)

Quãng đường từ A đến C dài $\frac{9}{2}y$ (km)

Quãng đường từ C đến B dài $2x$ (km)

Thời gian ô tô đi từ A đến C là $\frac{9}{2}y : x = \frac{9y}{2x}$ (giờ)

Thời gian xe máy đi từ B đến C là $\frac{2x}{y}$ (giờ)

Theo bài ra ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{9y}{2x} = \frac{2x}{y} \\ 2x + \frac{9}{2}y = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9y^2 = 4x^2 \\ 2x + \frac{9}{2}y = 180 \end{cases} \quad (1)$$

Vì $x > 0; y > 0$ nên ta có

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 2x + \frac{9}{2}y = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ \frac{15}{2}y = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 3 \cdot 24 = 0 \\ y = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 36 \\ y = 24 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy vận tốc của ô tô là 36 km/h. Vận tốc của xe máy là 24 km/h.

Bài 2. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình.

Đạp xe là một hình thức tập thể dục đơn giản, rất tốt cho sức khỏe và thân thiện với môi trường. Sáng sớm, Mai dự định đạp xe từ nhà ra Hồ Gươm rồi lại đạp xe về để tập thể dục. Khi ra đến Hồ Gươm, bạn dừng lại nghỉ 3 phút. Do đó để về nhà đúng giờ, bạn phải

tăng tốc thêm 2 km/h. Tính vận tốc dự định và thời gian đi xe đạp của bạn Mai. Biết quãng đường lúc đi và lúc về đều là 3 km.

Lời giải

Gọi vận tốc dự định của bạn Mai là x (km/h), điều kiện $x > 0$.

Thời gian dự kiến bạn Mai đạp xe từ nhà ra Hồ Gươm và quay về nhà là $\frac{6}{x}$ (giờ).

Thời gian Mai đạp xe từ nhà ra Hồ Gươm là $\frac{3}{x}$ (giờ).

Vận tốc của bạn Mai khi đạp xe từ Hồ Gươm về nhà là $x + 2$ (km/h).

Thời gian Mai đạp xe từ Hồ Gươm về nhà là $\frac{3}{x+2}$ (giờ).

Đổi 3 phút = $\frac{1}{20}$ giờ.

Vì bạn Mai về nhà đúng giờ nên ta có phương trình $\frac{3}{x} + \frac{3}{x+2} + \frac{1}{20} = \frac{6}{x}$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{20} = \frac{6}{x} - \left(\frac{3}{x} + \frac{3}{x+2} \right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{20} = \frac{3}{x} - \frac{3}{x+2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{60} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{60} = \frac{x+2}{x(x+2)} - \frac{x}{x(x+2)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{60} = \frac{x+2-x}{x(x+2)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{60} = \frac{2}{x(x+2)}$$

$$\Leftrightarrow x(x+2) = 2.60$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 120 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10x + 12x - 120 = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-10) + 12(x-10) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+12)(x-10) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+12=0 \\ x-10=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-12 \\ x=10 \end{cases}$$

So với điều kiện, $x = 10$ thỏa mãn.

Thời gian đi xe đạp của bạn Mai là $\frac{3}{10} + \frac{3}{10+2} = \frac{11}{20}$ (giờ) = 33 (phút).

Vận tốc dự định của Mai là 10 km/h và thời gian đi xe đạp của Mai là 33 phút.

Bài 3. Giải bài toán bằng cách lập phương trình (hệ phương trình)

Trên quãng đường AB , hai ô tô chở các bác sĩ đi chống dịch COVID – 19 cùng khởi hành một lúc từ hai bên A và B đi ngược chiều nhau. Hai xe gặp nhau tại khu cách ly trên quãng đường AB sau 3 giờ. Nếu sau khi gặp nhau, mỗi xe tiếp tục đi hết quãng đường còn lại. Xe khởi hành từ A đến B muộn hơn xe khởi hành từ B đến A là 2 giờ 30 phút. Hỏi mỗi xe đi quãng đường AB hết bao nhiêu thời gian?

Lời giải

Gọi thời gian xe đi từ A đến B đi hết quãng đường AB là x ($x > 3$)

Gọi thời gian xe đi từ B đến A đi hết quãng đường AB là y ($y > 3$)

Trong một giờ xe đi từ A đến B đi được $\frac{1}{x}$ (quãng đường AB)

Trong một giờ xe đi từ B đến A đi được $\frac{1}{y}$ (quãng đường AB)

Do hai xe đi ngược chiều và gặp nhau sau 3 giờ nên ta có phương trình :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \quad (1)$$

Do xe khởi hành từ A đến B muộn hơn xe khởi hành từ B đến A là 2 giờ 30 phút nên:

$$x - y = 2,5 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} & (1) \\ x - y = 2,5 & (2) \end{cases}$$

Thế (2) vào (1) ta được phương trình :

$$\frac{1}{y+2,5} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 3y + 3(y + 2,5) = y(y + 2,5)$$

$$\Leftrightarrow 3y + 3y + 7,5 = 2,5y + y^2$$

$$\Leftrightarrow y^2 - 3,5y - 7,5 = 0$$

$$\Leftrightarrow (y - 5)(y + 1,5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ y = -1,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7,5 \\ x = 1 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Bài 4. Khoản 1 Điều 3 Nghị định 100/2019/NĐ-CP quy định tốc độ tối đa của xe đạp điện là 25 km/h. Hai bạn Tuấn và Minh cùng xuất phát một lúc để đến khu bảo tồn thiên nhiên trên quãng đường dài 22 km bằng phương tiện xe đạp điện. Mỗi giờ Tuấn đi nhanh hơn

Minh 2 km nên đến nơi sớm hơn 5 phút. Hỏi hai bạn đi như vậy có đúng vận tốc quy định hay không?

Lời giải

$$\text{Đổi 5 phút} = \frac{1}{12} \text{ (h)}$$

Gọi vận tốc của bạn Minh là x (km/h) ($x > 0$)

Khi đó vận tốc của Tuấn là $x + 2$ (km/h)

Thời gian Minh đi hết quãng đường là $\frac{22}{x}$ (h)

Thời gian Tuấn đi hết quãng đường là $\frac{22}{x+2}$ (h)

Vì Tuấn đến nơi trước Minh 5 phút nên ta có phương trình:

$$\frac{22}{x} - \frac{22}{x+2} = \frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow 22 \cdot 12 \cdot (x+2) - 22 \cdot 12x = x(x+2)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 528 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+24)(x-22) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 22 \text{ (TM)} \\ x_2 = -24 \text{ (KTM)}. \end{cases}$$

Với $x = 22$ thì $x + 2 = 24$.

Vậy vận tốc của Minh là 22 km/h và vận tốc của Tuấn là 24 km/h

Do $22 < 25$; $24 < 25$ nên cả hai bạn đều đi đúng vận tốc quy định.

Bài 5. (THCS CẦU GIẤY) Một người dự định đi từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc thời gian đã định. Nếu người đó đi từ A với vận tốc lớn hơn vận tốc dự định 5 km/h thì sẽ đến B sớm hơn dự định 24 phút. Nếu người đó đi từ B với vận tốc nhỏ hơn vận tốc dự định 5 km/h thì sẽ đến B muộn hơn dự định 30 phút. Hỏi quãng đường AB dài bao nhiêu km?

Lời giải

$$1) \quad 24 \text{ phút} = \frac{2}{5} \text{ h}, \quad 30 \text{ phút} = \frac{1}{2} \text{ h}$$

Gọi vận tốc dự định là x (km/h) và thời gian dự định là y (h) (giờ) ($x > 5, y > \frac{2}{5}$)

Thì quãng đường AB là xy (km)

Nếu đi với vận tốc lớn hơn 5 km/h thì vận tốc mới là $x + 5$ (km/h) và thời gian là

$$y - \frac{2}{5} \text{ (h)}$$

$$\text{Quãng đường AB là } (x+5) \left(y - \frac{2}{5} \right) \text{ (km)} \Rightarrow (x+5) \left(y - \frac{2}{5} \right) = xy \text{ (1)}$$

Nếu đi với vận tốc nhỏ hơn 5 km/h thì vận tốc mới là $x-5$ (km/h) và thời gian là $y+\frac{1}{2}$ (h)

Quãng đường AB là $(x-5)\left(y+\frac{1}{2}\right)$ (km) $\Rightarrow (x-5)\left(y+\frac{1}{2}\right) = xy$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} (x+5)\left(y-\frac{2}{5}\right) = xy \\ (x-5)\left(y+\frac{1}{2}\right) = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy - \frac{2}{5}x + 5y - 2 = xy \\ xy + \frac{1}{2}x - 5y - \frac{5}{2} = xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 25y = 10 \\ x - 10y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 25y = 10 \\ 2x - 20y = 10 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 25y = 10 \\ 5y = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45(t/m) \\ y = 4(t/m) \end{cases}$$

Vậy quãng đường AB là $45.4 = 180$ (km)

Bài 6. Hai ca nô cùng khởi hành từ A và B cách nhau 85 km và đi ngược chiều nhau. Sau 1 giờ 40 phút thì gặp nhau. Tính vận tốc của mỗi ca nô khi nước yên lặng, biết rằng vận tốc ca nô đi xuôi dòng lớn hơn vận tốc ca nô đi ngược dòng là 9 km/h và vận tốc dòng nước là 3 km/h.

Lời giải

Gọi vận tốc thực của ca nô đi xuôi dòng từ A là x (km/h) ($x > 6$).

\Rightarrow vận tốc ca nô đi xuôi dòng là $x+3$ (km/h).

Gọi vận tốc thực của ca nô đi ngược dòng từ B là y (km/h) ($y > 3$).

\Rightarrow vận tốc ca nô đi ngược dòng là $y-3$ (km/h).

Vận tốc ca nô đi xuôi dòng lớn hơn vận tốc ca nô đi ngược dòng là 9 km/h, ta có phương trình:

$$x+3-(y-3)=9 \Leftrightarrow x-y=3 \quad (1).$$

Đổi 1 giờ 40 phút = $\frac{5}{3}$ giờ.

Quãng đường ca nô đi xuôi dòng $\frac{5}{3}$ giờ dài là $\frac{5}{3}(x+3)$ (km).

Quãng đường ca nô đi ngược dòng $\frac{5}{3}$ giờ dài là $\frac{5}{3}(y-3)$ (km).

Hai ca nô cùng khởi hành ngược chiều nhau từ A ; B cách nhau 85 km và gặp nhau sau $\frac{5}{3}$ giờ nên tổng quãng đường hai ca nô đi chính bằng khoảng cách từ A đến B, ta có phương trình:

$$\frac{5}{3}(x+3) + \frac{5}{3}(y-3) = 85 \Leftrightarrow x+y=51 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) suy ra x và y là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 51 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 54 \\ x - y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 27 \\ y = 24 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vận tốc thực của ca nô đi xuôi dòng là 27 (km/h).

vận tốc thực của ca nô đi ngược dòng là 24 (km/h).

Bài 7. Quảng đường Thanh Hóa – Hà Nội dài 150 km. Một ô tô từ Hà Nội vào Thanh Hóa, nghỉ lại Thanh Hóa 3 giờ 15 phút, rồi trở về Hà Nội, hết tất cả 10 giờ. Tính vận tốc của ô tô lúc về, biết rằng vận tốc lúc đi lớn hơn vận tốc lúc về là 10 km/h.

Lời giải:

$$\text{Đổi } 3\text{h}15' = \frac{13}{4}\text{h}$$

Gọi vận tốc lúc về của ô tô là x (km/h) ($x > 0$)

Vận tốc của ô tô lúc đi là $x + 10$ (km/h)

Thời gian ô tô đi từ HN-TH là $\frac{150}{x+10}$ (h)

Thời gian ô tô đi từ TH-HN là $\frac{150}{x}$ (h)

Do tổng thời gian đi, về, nghỉ là 10 h nên ta có pt:

$$\frac{150}{x+10} + \frac{150}{x} + \frac{13}{4} = 10$$

Giải phương trình:

Quy đồng và khử mẫu đúng

Đưa được về phương trình: $9x^2 - 310x - 2000 = 0$

Tìm được $x_1 = -\frac{50}{9}$ (loại), $x_2 = 40$ (TM)

Vậy vận tốc lúc về của ô tô là 40 (km/h).

Bài 8. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

Một ô tô đi từ A và dự tính đến B lúc 12 giờ trưa. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến B chậm 2 giờ so với dự định. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến B sớm 1 giờ so với dự định. Tính độ dài quãng đường AB và thời điểm xuất phát của ô tô đi từ A.

Lời giải:

Gọi chiều dài quãng đường AB là x ($x > 0$; đơn vị: km)

Gọi thời gian dự định xe đi hết quãng đường AB là y ($y > 1$; đơn vị: h)

Thời gian xe chạy từ A đến B với vận tốc 35 km/h là: $\frac{x}{35}$ (h)

Do xe đến B chậm hơn 2 giờ so với dự định nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{35} = y + 2 \quad (1)$$

Thời gian xe chạy từ A đến B với vận tốc 50 km/h là: $\frac{x}{50}$ (h)

Do xe đến B sớm hơn 1 giờ so với dự định nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{50} = y - 1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} \frac{x}{35} = y + 2 \\ \frac{x}{50} = y - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 35(y + 2) \\ x = 50(y - 1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 35(y + 2) = 50(y - 1) \\ x = 35(y + 2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 35y + 70 = 50y - 50 \\ x = 35(y + 2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15y = 120 \\ x = 35(y + 2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 8 \\ x = 35(8 + 2) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 8 \\ x = 350 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn điều kiện})$$

Vậy quãng đường AB dài 350 km

Thời điểm xuất phát của ô tô đi từ A là: $12 - 8 = 4$ (h) sáng.

Bài 9. Lúc 5 giờ 15 phút, một người đi xe máy từ A đến B dài 75 km với vận tốc dự định. Đến B , người đó nghỉ 20 phút rồi quay về A và đi nhanh hơn lúc đi mỗi giờ 5 km . Người đó về đến A lúc 12 giờ 20 phút. Tính vận tốc lúc đi của người đó.

Lời giải

Gọi vận tốc lúc đi của người đi xe máy là x (km/h) ($x > 0$).

Thời gian người đó đi từ A đến B là $\frac{75}{x}$ (h).

Vận tốc của người đó khi đi từ B về A là $x + 5$ (km/h).

Thời gian người đó đi từ B về A là $\frac{75}{x+5}$ (h).

Ta có: $12 \text{ giờ } 20 \text{ phút} - 5 \text{ giờ } 15 \text{ phút} - 20 \text{ phút} = 6 \text{ giờ } 45 \text{ phút} = \frac{27}{4}$ (h).

Theo bài ra ta có phương trình:

$$\frac{75}{x} + \frac{75}{x+5} = \frac{27}{4}$$

$$\Leftrightarrow 75.4.(x+5) + 75.4.x = 27.x.(x+5)$$

$$\Leftrightarrow 300x + 1500 + 300x = 27x^2 + 135x$$

$$\Leftrightarrow 27x^2 - 465x - 1500 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 20 \text{ (tm)} \text{ hoặc } x = \frac{-25}{9} \text{ (loại)}.$$

Vậy vận tốc lúc đi của người đi xe máy là 20 (km/h).

Bài 10. Một ô tô đi từ A đến B và dự định đi đến B lúc 13 giờ. Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì đến B chậm hơn 2 giờ so với dự định. Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì đến B sớm hơn 1 giờ so với dự định. Tính độ dài quãng đường AB và thời gian xe xuất phát từ A .

Lời giải

Cách 1:

Gọi chiều dài quãng đường AB là x (km), $x > 0$

Thời gian xe ô tô dự định đi hết quãng đường AB là y (h), $y > 1$

Nếu ô tô đi với vận tốc 35 km/h thì thời gian để ô tô đi hết quãng đường AB là: $y + 2$ (h), quãng đường AB dài là $35(y + 2)$ (km)

Do quãng đường AB không đổi ta có phương trình: $35(y + 2) = x$ (1)

Nếu ô tô đi với vận tốc 50 km/h thì thời gian để ô tô đi hết quãng đường AB là $y - 1$ (h), quãng đường AB dài là $50(y - 1)$ (km)

Do quãng đường AB không đổi ta có phương trình: $50(y - 1) = x$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 35(y + 2) = x \\ 50(y - 1) = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 35(y + 2) = 50(y - 1) \\ 35(y + 2) = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 15y = 120 \\ 35(y + 2) = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 8 \\ x = 350 \end{cases} \text{ (TMĐK)}$$

Vậy chiều dài quãng đường là 350 km

Thời điểm xe xuất phát từ A là $13 - 8 = 5$ giờ

Cách 2:

Gọi chiều dài quãng đường AB là x (km), $x > 0$

Nếu xe chạy với vận tốc 35 km/h thì thời gian đi của ô tô là $\frac{x}{35}$ (h)

Nếu xe chạy với vận tốc 50 km/h thì thời gian đi của ô tô là $\frac{x}{50}$ (h)

Do nếu chạy vận tốc 35 km/h thì chậm 2 giờ so với dự định, còn chạy với vận tốc 50 km/h thì đến sớm B so với dự định 1 giờ nên ta có phương trình:

$$\frac{x}{35} - 2 = \frac{x}{50} + 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x}{350} = 3 \Leftrightarrow x = 350 \text{ (TMĐK)}$$

Vậy quãng đường AB dài 350 km.

Thời gian đi là $\frac{350}{35} - 2 = 8$ (giờ) nên thời gian xe xuất phát là $13 - 8 = 5$ (giờ).

Bài 11. Một người đi xe đạp từ địa điểm A đến địa điểm B cách nhau 30km. Khi đi từ B về A người đó chọn con đường khác để đi hơn nhưng dài hơn con đường cũ 6km. Vì đi với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 3km/h nên thời gian về vẫn ít hơn thời gian đi là 20 phút. Tính vận tốc lúc đi.

Lời giải

Gọi vận tốc lúc đi của xe đạp là x (km/h), $x > 0$.

Vận tốc lúc về của xe đạp là: $x + 3$ (km/h)

Chiều dài con đường lúc về là: $30 + 6 = 36$ (km).

Thời gian lúc đi từ A đến B là: $\frac{30}{x}$ (h).

Thời gian lúc về từ B về A là: $\frac{36}{x+3}$ (h).

20 phút = $\frac{1}{3}$ giờ.

Vì thời gian lúc về ít hơn thời gian lúc đi là 20 phút nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{30}{x} - \frac{36}{x+3} &= \frac{1}{3} \\ \Leftrightarrow \frac{30 \cdot 3 \cdot (x+3)}{3x(x+3)} - \frac{36 \cdot 3 \cdot x}{3x(x+3)} &= \frac{x(x+3)}{3x(x+3)} \\ \Rightarrow 90x + 270 - 108x &= x^2 + 3x \\ \Leftrightarrow x^2 + 21x - 270 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + 30x - 9x - 270 &= 0 \\ \Leftrightarrow x(x+30) - 9(x+30) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x+30)(x-9) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x+30=0 \\ x-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-30(\text{loại}) \\ x=9(\text{thỏa mãn}) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy vận tốc lúc đi của xe đạp là 9km/h.

Bài 12. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Lúc 6 giờ 30 phút sáng, một ca nô xuôi dòng sông từ A đến B dài 48 km. Khi đến B , ca nô nghỉ 30 phút sau đó ngược dòng từ B về A lúc 10 giờ 36 phút cùng ngày. Tìm vận tốc riêng của ca nô biết vận tốc dòng nước là 3 km/h. Cho

Lời giải

Gọi x (km/h) là vận tốc riêng của ca nô ($x > 3$)

Vận tốc xuôi dòng của ca nô là: $x + 3$ (km/h)

Vận tốc ngược dòng của ca nô là: $x - 3$ (km/h)

Thời gian ca nô xuôi dòng từ A đến B là: $\frac{48}{x+3}$ (giờ)

Thời gian ca nô ngược dòng từ B về A là: $\frac{48}{x-3}$ (giờ)

Thời gian ca nô đi từ A đến B rồi từ B trở về A, không tính thời gian nghỉ là 3 giờ 36 phút hay $\frac{18}{5}$ giờ nên ta có phương trình: $\frac{48}{x+3} + \frac{48}{x-3} = \frac{18}{5} \Leftrightarrow \frac{8}{x+3} + \frac{8}{x-3} = \frac{3}{5}$

$$\Leftrightarrow \frac{40(x-3)}{5(x+3)(x-3)} + \frac{40(x+3)}{5(x+3)(x-3)} = \frac{3(x+3)(x-3)}{5(x+3)(x-3)}$$

$$\Rightarrow 40x - 120 + 40x + 120 = 3(x^2 - 9) \Leftrightarrow 3x^2 - 80x - 27 = 0$$

$$\Delta' = (-40)^2 - 3 \cdot (-27) = 41^2 > 0$$

\Rightarrow Phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{40+41}{3} = 27$ (thỏa mãn);

$$x_2 = \frac{40-41}{3} = -\frac{1}{3} \text{ (loại)}$$

Vậy vận tốc riêng của ca nô là 27 km/h.

Bài 13. Hai ô tô cùng khởi hành từ A đến B với vận tốc của mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 150 km. Do vận tốc của ô tô thứ nhất lớn hơn vận tốc của ô tô thứ hai là 10 km/h nên ô tô thứ nhất đến sớm hơn ô tô thứ hai 30 phút. Tính vận tốc mỗi ô tô. Cho

Lời giải

a) Gọi vận tốc của ô tô thứ hai là : $x(x > 0)(\text{km} / \text{h})$

Vận tốc của ô tô thứ nhất là : $x+10(\text{km} / \text{h})$

Thời gian ô tô thứ hai đi là: $\frac{150}{x}$ (giờ)

Thời gian ô tô thứ nhất đi là: $\frac{150}{x+10}$ (giờ)

Do ô tô thứ nhất đến sớm hơn ô tô thứ hai 30 phút = $\frac{1}{2}$ giờ nên ta có pt:

$$\frac{150}{x} - \frac{150}{x+10} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1500}{x^2+10x} = \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 10x - 3000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 50x + 60x - 3000 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-50)(x+60) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 50(TM) \\ x = -60(KTM) \end{cases}$$

Vậy vận tốc của ô tô thứ hai là 50 km/h; vận tốc của ô tô thứ nhất là 60 km/h.

Bài 14. Một ô tô đi từ A đến B với vận tốc xác định và trong một thời gian xác định. Nếu vận tốc ô tô tăng thêm 10 km/h thì xe sẽ đến B trước 30 phút, còn nếu vận tốc ô tô giảm đi 10 km/h thì xe đến B chậm hơn 45 phút. Tính vận tốc và thời gian dự định của ô tô đó.

Lời giải

+ Gọi vận tốc và thời gian dự định của ô tô khi đi từ A đến B lần lượt là:

$$x(\text{km/h}); y(\text{h})$$

Điều kiện: $x > 10; y > 0,5$

+ Trong lần giả sử thứ nhất, vận tốc của ô tô là $x+10(\text{km/h})$, thời gian ô tô đi đến

$$B \text{ là: } y - \frac{1}{2}(\text{h})$$

Do quãng đường AB không đổi nên ta có phương trình:

$$(x+10)\left(y - \frac{1}{2}\right) = xy$$

$$\Leftrightarrow xy - \frac{1}{2}x + 10y - 5 = xy$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}x + 10y = 5 \quad (1)$$

+ Trong lần giả sử thứ hai, vận tốc của ô tô là $x-10(\text{km/h})$, thời gian ô tô đi đến

$$B \text{ là: } y + \frac{3}{4}(\text{h})$$

Do quãng đường AB không đổi nên ta có phương trình:

$$(x-10)\left(y + \frac{3}{4}\right) = xy$$

$$\Leftrightarrow xy + \frac{3}{4}x - 10y - \frac{15}{2} = xy$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}x - 10y = \frac{15}{2} \quad (2)$$

+ Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}x + 10y = 5 \\ \frac{3}{4}x - 10y = \frac{15}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2}x + 10y = 5 \\ \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}x = \frac{15}{2} + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2}x + 10y = 5 \\ \frac{1}{4}x = \frac{25}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều}$$

kiện)

Vậy vận tốc dự định của ô tô là 50 (km/h) và thời gian dự định của ô tô là 3(h).

- Bài 15.** Công ty đồ chơi Bingbon vừa cho ra đời một đồ chơi tàu điện điều khiển từ xa. Trong điều kiện phòng thí nghiệm, quãng đường s (xăng – ti – mét) đi được của đoàn tàu đồ chơi là một hàm số của thời gian t (giây), hàm số đó là $s = 6t + 9$. Trong điều kiện thực tế người ta thấy rằng nếu đoàn tàu đồ chơi di chuyển quãng đường 12 cm thì mất 2 giây và cứ trong mỗi 10 giây thì nó đi được 52 cm. Mẹ bé An mua đồ chơi này về cho bé chơi, bé ngồi cách mẹ 2 m. Hỏi cần bao nhiêu giây để đoàn tàu đồ chơi đi từ chỗ mẹ tới chỗ bé?

Lời giải

Giả sử quãng đường xe đi được trong điều kiện thực tế được biểu diễn qua hàm số $y = at + b$ theo biến thời gian t .

$$\text{Từ bài ra ta có hệ phương trình } \begin{cases} 2a + b = 12 \\ 10a + b = 52 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 2 \end{cases}.$$

Vậy hàm số biểu thị quãng đường xe đi được trong điều kiện thực tế là $y = 5a + 2$.

Đổi $2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$.

Để xe đi được từ vị trí của mẹ đến vị trí của bé thì :

$$200 = 5t + 2$$

$$\Rightarrow t = 39,6 \text{ (giây)}.$$

Vậy, cần 39,6 giây để đoàn tàu đồ chơi đi từ chỗ mẹ tới chỗ bé.

Bài 16. Khoảng cách giữa hai thành phố A và B là 144 km. Một ô tô khởi hành từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc không đổi trên cả quãng đường. Sau khi ô tô thứ nhất đi được 20 phút, ô tô thứ hai cũng đi từ thành phố A đến thành phố B với vận tốc lớn hơn vận tốc ô tô thứ nhất là 6km/h (vận tốc không đổi trên cả quãng đường). Biết rằng cả hai ô tô đến thành phố B cùng một lúc.

1. Tính vận tốc của hai xe ô tô

2. Nếu trên đường đó có biển báo cho phép xe chạy với vận tốc tối đa là 50km/h thì hai xe ô tô trên, xe nào vi phạm về giới hạn tốc độ?

Lời giải

a) Gọi vận tốc của xe ô tô thứ nhất là x (km/h), $x > 0$.

Vì ô tô thứ hai đi với vận tốc lớn hơn vận tốc của ô tô thứ nhất là 6km/h nên vận tốc của ô tô thứ hai là $x + 6$ (km/h)

Khi đó, thời gian xe ô tô thứ nhất đi hết quãng đường AB là: $\frac{144}{x}$ (giờ)

Thời gian xe ô tô thứ hai đi hết quãng đường AB là: $\frac{144}{x+6}$ (giờ)

Do ô tô thứ hai xuất phát sau ô tô thứ nhất 20 phút (tức là $\frac{1}{3}$ giờ) mà hai xe lại đến B cùng một lúc nên ta có phương trình:

$$\frac{144}{x} - \frac{144}{x+6} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{144(x+6) - 144x}{x(x+6)} = \frac{1}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{864}{x^2 + 6x} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x^2 + 6x = 2592 \Leftrightarrow x^2 + 6x - 2592 = 0 \quad (1)$$

Ta có: $\Delta' = 3^2 - 1 \cdot (-2592) = 9 + 2592 = 2601 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 51$.

Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = 48 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}; \quad x_2 = -54 \text{ (không thỏa mãn)}$$

Vậy vận tốc của xe ô tô thứ nhất là 48km/h

Vậy vận tốc của xe ô tô thứ hai là $48 + 6 = 54$ km/h

b) Do vận tốc tối đa cho phép trên quãng đường từ A đến B là 50km/h nên xe ô tô thứ hai đã vi phạm giới hạn về tốc độ (do $v_2 = 54 > 50$)

Bài 17. Quãng đường AB gồm một đoạn lên dốc dài 4 km và một đoạn xuống dốc dài 5 km. Bạn Tèo đi xe đạp từ A đến B hết 40 phút và từ B về A hết 41 phút (vận tốc lên dốc, xuống dốc lúc đi và về như nhau). Tính vận tốc lúc lên dốc và lúc xuống dốc.

Lời giải.

Gọi x (km/h) là vận tốc lên dốc ($x > 0$)

y (km/h) là vận tốc xuống dốc ($y > 0$)

Thời gian đi từ A đến B là $\frac{4}{x} + \frac{5}{y}$ (giờ)

Do thời gian đi xe đạp từ A đến B hết 40 phút nên ta có PT: $\frac{4}{x} + \frac{5}{y} = \frac{40}{60}$

Thời gian về từ B về A là $\frac{5}{x} + \frac{4}{y}$ (giờ)

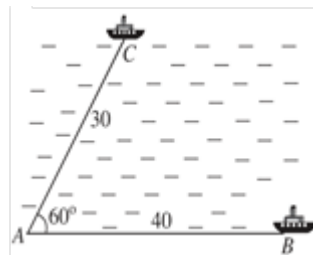
Do thời gian đi xe đạp từ B về A hết 41 phút nên ta có PT: $\frac{5}{x} + \frac{4}{y} = \frac{41}{60}$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ PT: } \begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{5}{y} = \frac{40}{60} \\ \frac{5}{x} + \frac{4}{y} = \frac{41}{60} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{16}{x} + \frac{20}{y} = \frac{8}{3} \\ \frac{25}{x} + \frac{20}{y} = \frac{41}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{9}{x} = \frac{9}{12} \\ \frac{4}{x} + \frac{5}{y} = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{12} \\ \frac{1}{3} + \frac{5}{y} = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \text{ (km/h)} \\ y = 15 \text{ (km/h)} \end{cases}$$

Vậy vận tốc lên dốc là 12 km/h; 15 km/h.

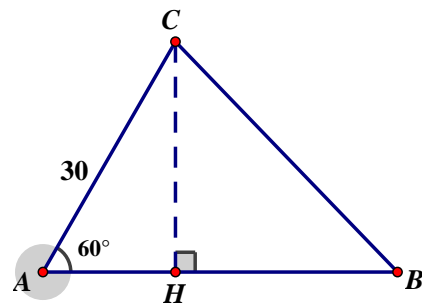
Bài 18. Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ một vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau góc 60° . Tàu B chạy với tốc độ 20 hải lý một giờ. Tàu C chạy với tốc độ 15 hải lý một giờ. Sau 2 giờ, hai tàu cách nhau bao nhiêu hải lý? (làm tròn 2 chữ số thập phân).



Lời giải

Kẻ đường cao CH

Ta có: $AH = AC \cdot \cos 60^\circ = 30 \cdot \frac{1}{2} = 15$ (hải lý)



Ta được $HB = 40 - 15 = 25$ (hải lý).

Áp dụng định lí Pytago vào tam giác AHC vuông tại H , ta có:

$$CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{900 - 15 \cdot 15} = 15\sqrt{3}$$

Áp dụng định lí Pytago vào tam giác AHC vuông tại H , ta có:

$$BC = \sqrt{CH^2 + AB^2} = \sqrt{25^2 + 3 \cdot 15^2} = 10\sqrt{13} \approx 36,06$$

Vậy sau 2 giờ, hai tàu cách nhau 36,06 (hải lý).

Bài 19. Quãng đường đi của một vật rơi tự do không vận tốc đầu cho bởi công thức

$$S = \frac{1}{2}gt^2 \text{ (trong đó } g \text{ là gia tốc trọng trường } g = 10m/s, t \text{ (giây) là thời gian rơi tự}$$

do, S là quãng đường rơi tự do). Một vận động viên nhảy dù, nhảy khỏi máy bay ở độ cao 3200 mét (vận tốc ban đầu không đáng kể, bỏ qua các lực cản). Hỏi sau thời gian bao nhiêu giây, vận động viên phải mở dù để khoảng cách đến mặt đất là 1200 mét?

Lời giải

Quãng đường rơi tự do của vận động viên:

$$S = 3200 - 1200 = 2000 \text{ (mét)}$$

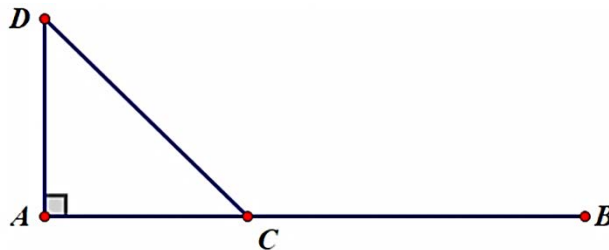
Do đó, thời gian rơi tự do là:

$$\text{Ta có } t^2 = \frac{2s}{g} = \frac{2 \cdot 2000}{10} = 400$$

$$\text{Suy ra } t = \sqrt{400} = 20 (t > 0)$$

Vậy sau 20 giây thì vận động viên phải mở dù.

Bài 20. Trong hình vẽ dưới đây, hai địa điểm A và B cách nhau 100 km. Một xe ô tô khởi hành từ B đến A với vận tốc 40 km/h. Cùng lúc đó, một xe đạp điện cũng khởi hành từ A trên đoạn đường vuông góc với AB với vận tốc 20 km/h. Hỏi sau 90 phút hai xe cách nhau bao xa?



Lời giải

Đổi 90 phút = 1,5 giờ.

Quãng đường ô tô đi được sau 1,5 giờ là: $BC = 40 \cdot 1,5 = 60$ (km)

Suy ra, quãng đường $AC = AB - BC = 100 - 60 = 40$ (km)

Quãng đường xe đạp đi được sau 1,5 giờ là: $AD = 20 \cdot 1,5 = 30$ (km)

Thì khoảng cách giữa ô tô và xe đạp điện sau thời gian đi được 90 phút là độ dài cạnh DC .

Xét tam giác ADC vuông tại A , ta có:

$$DC^2 = AC^2 + AD^2 \Rightarrow DC^2 = 40^2 + 30^2 \text{ (Định lý Pitago)}$$

$$\Rightarrow DC = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50$$

Vậy xe đạp cách ô tô là 50 km.

Bài 21. Bạn Nam đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) gồm đoạn lên dốc và đoạn xuống dốc, góc $\hat{A} = 5^\circ$ và góc $\hat{B} = 4^\circ$, đoạn lên dốc dài 325 mét.

a/ Tính chiều cao của dốc và chiều di chuyển từ nhà đến trường.

b/ Biết vận tốc trung bình lên dốc là 8 km/h và vận tốc trung bình xuống dốc là 15 km/h.

Tính thời gian (phút) bạn Nam đi từ nhà đến trường.

(Lưu ý kết quả phép tính làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Lời giải

a) Chiều cao của dốc: $325 \cdot \sin 5^\circ \approx 28,3 \text{ m}$.

Chiều dài đoạn xuống dốc: $28,3 : \sin 4^\circ \approx 405,7 \text{ m}$.

Chiều dài cả đoạn đường: $325 + 405,7 = 730,7 \text{ m}$.

b/ Thời gian đi cả đoạn đường: $\frac{0,325}{8} + \frac{0,4057}{15} \approx 4 \text{ phút}$.

Bài 22. Một xe ô tô chuyển động theo hàm số $S = 30t + 4t^2$, trong đó S (km) là quãng đường xe đi được trong thời gian t (giờ); t là thời gian chuyển động của xe tính từ lúc 7h00 sáng. Xem như xe chuyển động đều trên một đoạn đường thẳng và không nghỉ.

a) Hỏi từ lúc 7h30 đến lúc 8h15 xe đã đi được quãng đường dài bao nhiêu km?

b) Đến lúc mấy giờ thì xe đi được quãng đường dài 34 km (tính từ lúc 7h00)?

Lời giải

a) Từ lúc 7h00 đến 7h30 phút ứng với $t = 0,5 \text{ h}$, xe đi được quãng đường là:

$$S_1 = 30 \cdot 0,5 + 4 \cdot 0,5^2 = 16 \text{ (km)}$$

Từ lúc 7h00 đến 8h15 phút ứng với $t = 8h15' - 7h00' = 1,25 \text{ (h)}$ xe đi được quãng đường là:

$$S_2 = 30 \cdot 1,25 + 4 \cdot 1,25^2 = 43,75 \text{ (km)}.$$

Từ lúc 7h30 phút đến lúc 8h15 phút xe đã đi được quãng đường là:

$$S = S_2 - S_1 = 27,75 \text{ (km)}.$$

b) Đến lúc mấy giờ thì xe đi được quãng đường dài 34 km (tính từ lúc 7h00)?

Xe đi được 34 km (tính từ lúc 7h00) nên ta có:

$$34 = 30t + 4t^2 \Leftrightarrow 4t^2 + 30t - 34 = 0 \Leftrightarrow t = 1$$

Thời gian đi quãng đường 34 km là: 1h00.

Vậy đến lúc: 7h00 + 1h00 = 8h00 giờ thì xe đi được quãng đường dài 34 km.

Bài 23. Một ô tô A khởi hành từ thành phố A đến thành phố B và một chiếc ô tô B khởi hành từ thành phố B đến thành phố A cùng một thời điểm đó. C là một ga nằm chính giữa quãng đường từ

A đến B. Cả hai ô tô vẫn tiếp tục di chuyển sau khi ô tô A gặp ô tô B tại điểm vượt quá ga C một đoạn đường 150km. Tìm khoảng cách giữa thành phố A và thành phố B?

Lời giải

Gọi x (km) là khoảng cách giữa hai thành phố A và B. ($x > 0$)

Quãng đường ô tô A đi được trước khi gặp ô tô B là: $\frac{x}{2} + 50$ (km)

Sau khi gặp ô tô B thì ô tô A tiếp tục đi thêm được:

$$\frac{x}{2} - 50 + \frac{x}{2} + 150 = x + 100 = 2\left(\frac{x}{2} + 50\right) \text{ (km)}$$

Trước khi gặp ô tô A, ô tô B đã đi được: $\frac{x}{2} - 50$ (km)

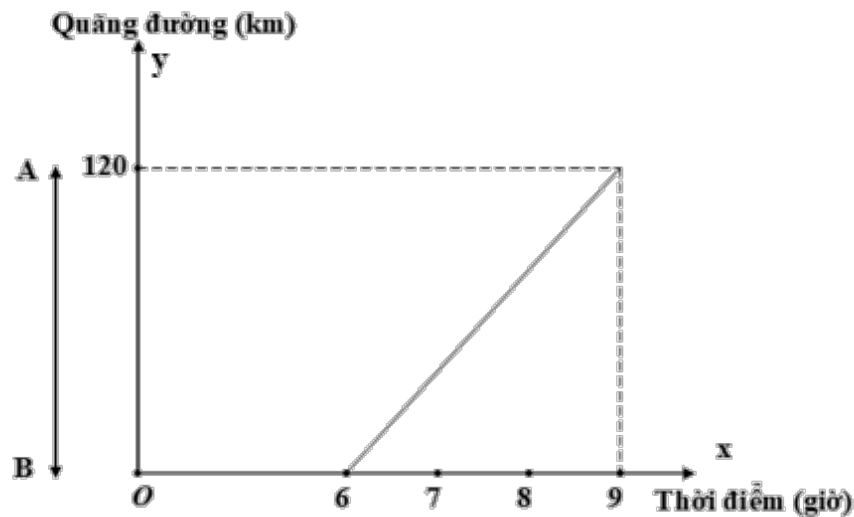
Ô tô B cũng đi được $50 + 150 = 200$ (km) trước khi ô tô A đuổi kịp.

Do đó: $\frac{x}{2} + 50 = 200 \Leftrightarrow x = 300$ (nhận).

Vậy khoảng cách giữa thành phố A và thành phố B là 300 (km).

Bài 24. Quãng đường giữa hai thành phố A và B là 120km. Lúc 6 giờ sáng, một ô tô xuất phát từ A đi về B. Người ta thấy mối liên hệ giữa khoảng cách của ô tô so với A và thời điểm đi của ô tô là một hàm số bậc nhất $y = ax + b$ có đồ thị như hình sau:

- Xác định các hệ số a, b
- Lúc 8h sáng ô tô cách B bao xa?



Lời giải

a) Dựa vào đồ thị, ta có: $\begin{cases} 6a + b = 0 \\ 9a + b = 120 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 40 \\ b = -240 \end{cases}$

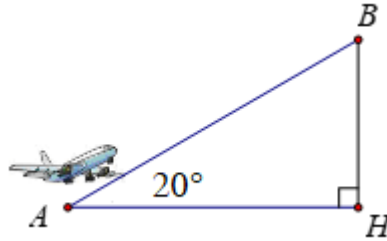
Vậy $y = 4x - 240$

b) Khi $x = 8 \Rightarrow y = 40x - 240 = 40 \cdot 8 - 240 = 80$

Vậy lúc 8h sáng ô tô cách B: $120 - 80 = 40$ (km)

Bài 25. Một chiếc máy bay từ mặt đất bay lên với vận tốc

400 km/h. Đường bay lên tạo với phương nằm ngang một góc 20° . Hỏi sau 1,5 phút máy đang bay ở độ cao bao nhiêu m so với mặt đất? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



Lời giải

1,5 phút = 0,025 giờ.

Quãng đường máy bay đã bay: $400 \cdot 0,025 = 10$ (km)

$\Rightarrow AB = 10$ (km)

$BH = 10 \cdot \sin 20^\circ = 3,4202$ (km) ≈ 3420 (m)

Vậy sau 1,5 phút máy đang bay ở độ cao 3420 m.

Bài 26. Thả một vật từ trên cao xuống, chuyển động của một vật được gọi là vật rơi tự do. Biết quãng đường rơi của một vật được cho bởi công thức $s = 5t^2$, với t (giây) là thời gian của vật sau khi rơi một quãng đường s (m).

a) Nếu thả vật ở độ cao 2500 m thì sau bao lâu vật cách đất 500m?

b) Nếu vật ở độ cao 1620m thì sau bao lâu vật chạm đất?

Lời giải

a) Nếu thả vật ở độ cao 2500 m và muốn vật cách đất 500m thì quãng đường rơi của vật là

$$s_1 = 2500 - 500 = 2000 \text{ (m)}.$$

$$\text{Mà } s_1 = 5t_1^2 \Rightarrow 2000 = 5t_1^2$$

$$\Rightarrow t_1^2 = 400 \Rightarrow t_1 = 20 \text{ (s)}$$

Sau 20 giây, vật cách đất 500m.

b) Quãng đường rơi của vật là $s_2 = 1620$ (m).

$$\text{Mà } s_2 = 5t_2^2 \Rightarrow t_2^2 = \frac{s_2}{5} = \frac{1620}{5} = 324.$$

$$\Rightarrow t_2 = 18 \text{ (s)}$$

Sau 18 giây, vật chạm đất.

Bài 27. Một vật rơi ở độ cao 396,9m xuống mặt đất. Biết rằng quãng đường chuyển động

S (m) của vật phụ thuộc vào thời gian t (s) thông qua công thức $S = \frac{1}{2}gt^2$, với g

là gia tốc rơi tự do và $g \approx 9,8$ (m/s²).

a) Hỏi sau giây thứ 4, vật này cách mặt đất bao nhiêu mét?

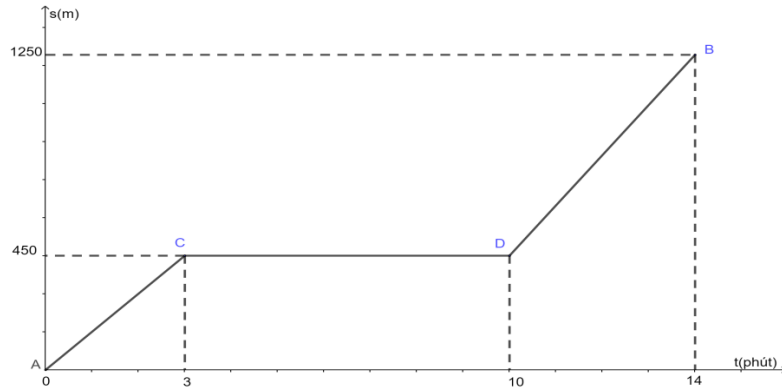
b) Sau bao lâu thì chạm đất?

Lời giải

a) Sau 4 giây vật cách mặt đất : $396,9 - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \cdot 4^2 = 318,5$ (m)

b) Thời gian vật chạm đất: $\frac{1}{2} \cdot 9,8 t^2 = 396,9 \Rightarrow t^2 = 81 \Rightarrow t = 9$ (s)

Bài 28. Bạn An đi từ nhà (địa điểm A) đến trường (địa điểm B). Đồ thị sau cho biết mối liên quan giữa thời gian đi (t) và quãng đường đi (s) của An.



a) Quãng đường đi từ nhà đến trường của An dài bao nhiêu km ?

b) Trên đường đi, do xe bị hư nên An có dừng lại để sửa xe. Hỏi thời gian dừng lại là bao nhiêu phút?

c) Tính vận tốc của An trước và sau khi dừng lại để sửa xe?

Lời giải

a) Quãng đường đi từ nhà đến trường của An dài $1250m = 1,25$ km

b) Thời gian dừng lại sửa xe là: $10 - 3 = 7$ (phút)

c) Vận tốc của An trước khi dừng lại sửa xe là: $450 : 3 = 150$ (m/phút)

Vận tốc của An sau khi dừng lại: $(1250 - 450) : (14 - 10) = 200$ (m/phút).

Bài 29. Một xe dự định đi với vận tốc 50 km/h để đến nơi sau hai giờ. Tuy nhiên thực tế do lưu thông thuận lợi nên xe đã đi với vận tốc nhanh hơn 20% so với dự định. Nửa quãng đường đó lại là đoạn đường cao tốc nên khi đi qua đoạn này xe tăng tốc thêm 25% so với thực tế. Hỏi xe đến nơi sớm hơn dự định bao lâu?

Lời giải

Quãng đường dự định đi ban đầu có chiều dài: $50 \cdot 2 = 100$ (km).

Khi đó nửa quãng đường có chiều dài: 50 (km) .

Thời gian đi nửa quãng đường 50 km đầu là : $50 \cdot 120\% = 60$ (phút).

Thời gian đi đoạn cao tốc 50 km sau là : $50 \cdot 120\% \cdot 125\% = 75$ (phút).

Đổi 2 giờ = 120 phút.

Thời gian đến sớm hơn dự định là $120 - (60 + 75) = 15$ (phút).

Vậy thời gian cần tìm là 15 phút.

Bài 30. Trên một khúc sông, dòng chảy của nước ở bề mặt sông lớn hơn dòng chảy của nước ở đáy sông. Gọi v (km/h) là vận tốc dòng chảy ở bề mặt sông, f (km/h) là

vận tốc dòng chảy ở đáy sông, các nhà vật lí đã tìm được mối liên hệ giữa dòng chảy của nước ở bề mặt sông và dòng chảy của nước ở đáy sông theo công thức sau $\sqrt{f} = \sqrt{v} - 1,31$ (Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

- a) Nếu vận tốc dòng chảy ở bề mặt sông là 9,31 km/h thì vận tốc dòng chảy ở đáy sông là bao nhiêu?
 b) Nếu vận tốc dòng chảy ở đáy sông là 20,32 km/h thì vận tốc dòng chảy ở bề mặt sông là bao nhiêu?

Lời giải

a) Nếu vận tốc dòng chảy ở bề mặt sông là 9,31 km/h thì vận tốc dòng chảy ở đáy sông là :

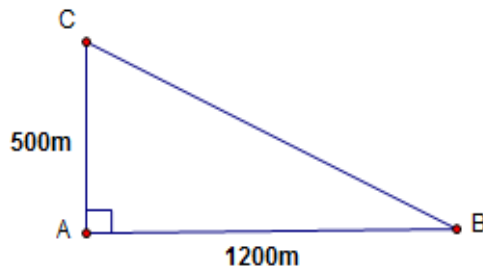
$$\sqrt{f} = \sqrt{v} - 1,31 = \sqrt{9,31} - 1,31 \approx 1,74 \text{ (km/h)}$$

b) Nếu vận tốc dòng chảy ở đáy sông là 20,32 km/h thì vận tốc dòng chảy ở bề mặt sông là:

$$\sqrt{f} = \sqrt{v} - 1,31 \Leftrightarrow \sqrt{v} = \sqrt{f} + 1,31 = \sqrt{20,32} + 1,31 \approx 5,82 \text{ (km/h)}$$

- Bài 31.** Nhà bạn An ở vị trí A , nhà bạn Bình ở vị trí B cách nhau 1200 m. Trường học ở vị trí C , cách nhà bạn An 500 m và AB vuông góc với AC . An đi bộ đến trường với vận tốc 4 km/h, Bình đi xe đạp đến trường với vận tốc 12 km/h. Lúc 6 giờ 30 phút, cả hai cùng xuất phát từ nhà đến trường. Hỏi bạn nào đến trường trước?

Lời giải



Đặt các điểm như hình vẽ

Quãng đường từ nhà Bình đến trường là: $BC = \sqrt{500^2 + 1200^2} = 1300$ m

Thời gian An đi từ nhà đến trường là: $t_A = \frac{0,5}{4} = \frac{1}{8}$ (h) = 7,5 phút

Thời gian Bình đi từ nhà đến trường là: $t_B = \frac{1,3}{12} = \frac{13}{120}$ (h) = 6,5 phút

Lúc 6 giờ 30 phút, cả hai cùng xuất phát từ nhà đến trường thì bạn Bình đến trường sớm hơn bạn An.

- Bài 32.** Bạn Nam đi xe đạp từ nhà (điểm A) đến trường (điểm B) gồm đoạn lên dốc và đoạn xuống dốc, góc $A = 5^\circ$ và góc $B = 4^\circ$, đoạn lên dốc dài 325 mét.

- a) Tính chiều cao của dốc và chiều dài quãng đường từ nhà đến trường.
 b) Biết vận tốc trung bình lên dốc là 8 km/h và vận tốc trung bình xuống dốc là 15 km/h. Tính thời gian (phút) bạn Nam đi từ nhà đến trường.

(Lưu ý kết quả phép tính làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Lời giải

a) Chiều cao của dốc : $325 \cdot \sin 5^\circ \approx 28,3$ m

Chiều dài đoạn xuống dốc : $28,3 : \sin 4^\circ \approx 405,7$ m

Chiều dài cả đoạn đường : $325 + 405,7 = 730,7$ m

b) Thời gian đi cả đoạn đường : $\frac{0,325}{8} + \frac{0,4057}{15} \approx 4$ phút

CHUYÊN ĐỀ 2. TOÁN THỰC TẾ

DẠNG TOÁN NĂNG SUẤT, CÔNG VIỆC

Phương pháp giải:

- Coi khối lượng công việc là 1 đơn vị
- NS 1 + NS 2 = tổng NS
- x giờ (ngày) làm xong CV thì mỗi giờ (ngày) làm được $\frac{1}{x}$ CV đó
- 1 giờ (ngày) làm được $\frac{1}{x}$ CV thì a giờ (ngày) làm được $a \cdot \frac{1}{x}$ CV

Bài 1. Hai đội công nhân cùng làm một công việc thì làm xong trong 4 giờ. Nếu mỗi đội làm một mình xong công việc đó thì đội thứ nhất cần ít thời gian hơn đội thứ hai là 6 giờ. Hỏi mỗi đội làm một mình xong công việc đó trong bao lâu.

Lời giải

1) Gọi thời gian làm một mình để xong công việc của đội thứ nhất là: x (giờ), điều kiện $x > 4$

Thì thời gian làm một mình để xong công việc của đội thứ hai là: $x + 6$ (giờ).

Trong một giờ thì khối lượng công việc mà đội thứ nhất làm được là: $\frac{1}{x}$ (công việc).

Trong một giờ thì khối lượng công việc mà đội thứ hai làm được là: $\frac{1}{x+6}$ (công việc).

Vì hai đội công nhân cùng làm một công việc thì làm xong trong 4 giờ nên trong một giờ khối lượng công việc cả hai đội làm được là $\frac{1}{4}$ (công việc) do đó ta có

phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} &= \frac{1}{4} \\ \Leftrightarrow \frac{4(x+6)}{4x(x+6)} + \frac{4x}{4x(x+6)} &= \frac{x(x+6)}{4x(x+6)} \\ \Rightarrow 4x + 24 + 4x &= x^2 + 6x \\ \Leftrightarrow x^2 - 2x - 24 &= 0 \\ \Leftrightarrow x^2 + 4x - 6x - 24 &= 0 \\ \Leftrightarrow x(x+4) - 6(x+4) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x+4)(x-6) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x+4=0 \\ x-6=0 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 6 \end{cases}$$

So sánh với điều kiện, $x = 6$ thỏa mãn.

Vậy thời gian làm một mình để xong công việc của đội thứ nhất là 6 (giờ)

Vậy thời gian làm một mình để xong công việc của đội thứ hai là 12 (giờ)

Bài 2.

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 4h48 phút thì đầy bể. Một giờ lượng nước của vòi một chảy được bằng 1,5 lần lượng nước của vòi hai chảy. Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì sau bao lâu đầy bể?

Lời giải

Gọi thời gian một mình vòi một chảy đầy bể nước là x (giờ) $\left(x > \frac{24}{5}\right)$

Gọi thời gian một mình vòi hai chảy đầy bể nước là y (giờ) $\left(y > \frac{24}{5}\right)$

Trong 1 giờ, vòi một chảy được $\frac{1}{x}$ (bể)

Trong 1 giờ, vòi hai chảy được $\frac{1}{y}$ (bể)

Trong 1 giờ, cả hai vòi chảy được $1: \frac{24}{5} = \frac{5}{24}$ (bể)

Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24}$ (1)

Mỗi giờ lượng nước của vòi một chảy được bằng 1,5 lần lượng nước của vòi hai chảy nên

ta có phương trình: $\frac{1}{x} = 1,5 \cdot \frac{1}{y}$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ \frac{1}{x} = \frac{1,5}{y} \end{cases}$$

Đặt $a = \frac{1}{x}$; $b = \frac{1}{y}$ ($a, b \neq 0$) (*)

$$\begin{cases} a + b = \frac{5}{24} \\ a = 1,5b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,5b + b = \frac{5}{24} \\ a = 1,5b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2,5b = \frac{5}{24} \\ a = 1,5b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{12} \\ a = \frac{1}{8} \end{cases}$$

Thay $a = \frac{1}{x}$; $b = \frac{1}{y}$ vào (*) ta có:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{8} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8(t/m) \\ y = 12(t/m) \end{cases}$$

Vậy thời gian vòi một, vòi hai chảy một mình đầy bể lần lượt là: 8 giờ, 12 giờ.

Bài 3. Hai bạn An và Bình cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 6 ngày. Nếu làm riêng thì Bình làm xong việc lâu hơn An làm xong việc là 9 ngày. Hỏi nếu An làm một mình 3 ngày rồi nghỉ thì Bình hoàn thành nốt công việc trong thời gian bao lâu?

Lời giải

Gọi thời gian 2 bạn An và Bình làm riêng xong công việc lần lượt là x và y (ngày), ĐK:
 $x, y > 0$.

Nếu làm riêng thì Bình làm xong việc lâu hơn An làm xong việc 9 ngày suy ra $y - x = 9$.

Mỗi ngày:

Bạn An làm riêng được $\frac{1}{x}$ (công việc)

Bạn Bình làm riêng được $\frac{1}{y}$ (công việc)

Cả hai bạn làm được $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ (công việc)

Vì hai bạn An và Bình cùng làm chung một công việc thì hoàn thành sau 6 ngày nên

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}.$$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} y - x = 9 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 9 & (1) \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{x+9} = \frac{1}{6} & (2) \end{cases}$$

$$(2) \Leftrightarrow \frac{2x+9}{x(x+9)} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow 12x+54 = x^2+9x \Leftrightarrow x^2-3x-54=0$$

Giải phương trình được $x = 9(TM)$ hoặc $x = -6(KTM)$, thay $x = 9$ vào (1) ta tìm được:

$$y = 18(TM).$$

Một ngày An làm riêng được $\frac{1}{9}$ công việc nên 3 ngày làm được $\frac{1}{3}$ công việc. Còn lại:

$$1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \text{ (công việc)}$$

Một ngày Bình làm riêng được $\frac{1}{18}$ công việc nên $\frac{2}{3}$ công việc còn lại Bình làm xong trong

số ngày là: $\frac{2}{3} : \frac{1}{18} = 12$ (ngày).

Bài 4. Bác công nhân muốn đổ bê tông 1 ống cống hình trụ không có hai đáy dài 6m, có đường kính ngoài 1m, đường kính trong 0,8m. Hỏi bác công nhân đó cần dùng bao nhiêu m^3 bê tông để làm ống cống đó? (Làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Thể tích bê tông cần tính bằng hiệu các thể tích của 2 hình trụ có chiều cao 6m và bán kính các đường tròn đáy tương ứng là $1 : 2 = 0,5$ m và $0,8 : 2 = 0,4$ m.

Bác công nhân cần số m^3 bê tông là: $\pi \cdot 0,5^2 \cdot 6 - \pi \cdot 0,4^2 \cdot 6 \approx 1,7m^3$.

Bài 5. Để làm một vỏ hộp đựng sữa bột đúng tiêu chuẩn loại 850 gam, nhà sản xuất làm vỏ hộp hình trụ có đường kính đáy là 12 cm, chiều cao của hộp là 15 cm. Hãy tính diện tích vật liệu dùng để làm vỏ hộp sữa bột nêu trên (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai), biết phần ghép nối không đáng kể.

Lời giải

Diện tích vật liệu dùng để làm vỏ hộp sữa cũng là diện tích toàn phần của hình trụ có đường kính đáy 12 cm, chiều cao 15 cm.

$$S_{tp} = S_{xq} + 2S_{\text{đáy}} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 6 \cdot 15 + 2\pi \cdot 6^2 = 252\pi \approx 252 \cdot 3,14 = 791,28 (cm^2).$$

Vậy diện tích vật liệu dùng để làm vỏ hộp sữa là $791,28 (cm^2)$.

Bài 6. Hai xí nghiệp theo kế hoạch phải làm tổng cộng 720 dụng cụ. Nhờ sắp xếp hợp lý dây chuyền sản xuất nên xí nghiệp I vượt mức 10% kế hoạch, xí nghiệp II vượt mức 12% kế hoạch, do đó cả hai xí nghiệp đã làm được 800 dụng cụ. Tính số dụng cụ mỗi xí nghiệp làm được theo thực tế.

Lời giải

Gọi số dụng cụ xí nghiệp I, II làm theo kế hoạch lần lượt là x , y (dụng cụ)

$$(x, y \in \mathbb{N}^*; x < 720; y < 720).$$

Theo kế hoạch hai xí nghiệp phải làm 720 dụng cụ nên ta có phương trình:

$$x + y = 720 \quad (1)$$

Thực tế, xí nghiệp I vượt mức 12% kế hoạch nên xí nghiệp I đã làm được

$$x + 12\%x = 112\%x \text{ (dụng cụ)}.$$

Thực tế, xí nghiệp II vượt mức 10% kế hoạch nên xí nghiệp II đã làm được

$$y + 10\%y = 110\%y \text{ (dụng cụ)}.$$

Thực tế, cả hai xí nghiệp đã làm được 800 dụng cụ nên ta có phương trình:

$$112\%x + 110\%y = 800 \Leftrightarrow 112x + 110y = 80000 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 720 \\ 112x + 110y = 80000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 720 - y \\ 112(720 - y) + 110y = 80000 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 720 - y \\ 2y = 640 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 400 \\ y = 320 \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy thực tế xí nghiệp I làm được $112\% \cdot 400 = 448$ dụng cụ; xí nghiệp II làm được $110\% \cdot 320 = 352$ dụng cụ.

Bài 7. (2,5 điểm)

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 4 giờ 48 phút bể đầy. Mỗi giờ, lượng nước vòi một chảy được bằng 1,5 lần lượng nước của vòi hai chảy. Hỏi mỗi vòi chảy riêng thì sau bao lâu bể đầy ?

Lời giải

Ta có 4 giờ 48 phút = $\frac{25}{4}$ giờ.

Gọi thời gian vòi một chảy một mình đầy bể là x (giờ, $x > \frac{24}{5}$)

Thời gian vòi hai chảy một mình đầy bể là y (giờ, $y > \frac{24}{5}$)

Một giờ vòi một chảy một mình được $\frac{1}{x}$ (bể)

Một giờ vòi hai chảy một mình được $\frac{1}{y}$ (bể)

Vì hai vòi cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 4 giờ 48 phút (= $\frac{24}{5}$ giờ) bể đầy nên ta có phương trình :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \quad (1)$$

Mỗi giờ, lượng nước vòi một chảy được bằng 1,5 lần lượng nước của vòi hai chảy nên ta có pt:

$$\frac{1}{x} = \frac{3}{2y} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ \frac{1}{x} = \frac{3}{2y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2y} + \frac{1}{y} = \frac{5}{24} \\ \frac{1}{x} = \frac{3}{2y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{2y} = \frac{5}{24} \\ \frac{1}{x} = \frac{3}{2y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 12 \\ x = 8 \end{cases} \text{ (tm).}$$

Vậy vòi một chảy một mình sau 8 giờ bể đầy, vòi hai chảy một mình sau 12 giờ bể đầy.

Bài 8.

Giải toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Hưởng ứng phong trào Tết trồng cây, chi đoàn thanh niên dự định trồng 30 cây trong một thời gian nhất định. Do mỗi giờ chi đoàn trồng nhiều hơn dự định 5 cây

nên đã hoàn thành công việc trước dự định 20 phút và trồng thêm được 10 cây nữa. Tính số cây mà chi đoàn dự định trồng trong mỗi giờ.

Lời giải

Gọi số cây mà chi đoàn dự định trồng trong mỗi giờ là x (cây) (ĐK: $x \in \mathbb{N}^*$)

Số cây chi đoàn trồng được trong mỗi giờ trên thực tế là $x + 5$ (cây)

Thời gian chi đoàn dự định trồng xong số cây là $\frac{30}{x}$ (h)

Số cây mà chi đoàn trồng được trong thực tế là $30 + 10 = 40$ (cây)

Thời gian chi đoàn trồng xong số cây trong thực tế là $\frac{40}{x+5}$ (h)

Do chi đoàn hoàn thành công việc trước dự định là 20 phút = $\frac{1}{3}$ h nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{30}{x} - \frac{40}{x+5} &= \frac{1}{3} \\ \Leftrightarrow \frac{30.3(x+5) - 40.3x}{3.x(x+5)} &= \frac{x(x+5)}{3.x(x+5)} \\ \Rightarrow 90(x+5) - 120x &= x(x+5) \\ \Leftrightarrow x^2 + 35x - 450 &= 0 \\ \Delta &= 35^2 - 4.1.(-450) = 3025 \end{aligned}$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = \frac{-35 + \sqrt{3025}}{2.1} = 10$ $x_2 = \frac{-35 - \sqrt{3025}}{2.1} = -45$

$x_1 = 10$ (Thỏa mãn điều kiện); $x_2 = -45$ (Loại)

Vậy số cây mà chi đoàn dự định trồng trong mỗi giờ là 10 cây

Bài 9. Để chở hết 60 tấn hàng, một đội xe dự định sử dụng một số xe cùng loại. Trước khi khởi hành, có 2 xe được điều động đi làm việc khác, vì vậy mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn dự định 1 tấn hàng. Hỏi lúc đầu đội dự định dùng bao nhiêu xe?

Lời giải

a) Gọi số xe đội dự định dùng là x (xe) ($x \in \mathbb{N}, x > 2$).

Số hàng mỗi xe dự định chở là: $\frac{60}{x}$ (tấn).

Số xe thực tế đội dùng là $x - 2$ (xe).

Số hàng thực tế mỗi xe chở là: $\frac{60}{x-2}$ (tấn).

Vì mỗi xe phải chở nhiều hơn 1 tấn hàng so với dự định nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{60}{x-2} - \frac{60}{x} &= 1 \\ \Rightarrow 60x - 60(x-2) &= x(x-2) \\ \Leftrightarrow 60x - 60x + 120 &= x^2 - 2x \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 120 = 0$$

Giải phương trình được $x_1 = 12$ (thỏa mãn đk) $x_2 = -10$ (Không thỏa mãn đk)

Kết luận số xe dự định dùng là 12 xe.

Bài 10. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Hưởng ứng phong trào trồng cây xanh vì một môi trường xanh, sạch, đẹp. Một chi đoàn thanh niên dự định trồng 120 cây xanh. Nhưng khi thực hiện, chi đoàn đó đã tăng cường thêm 3 đoàn viên nữa nên mỗi đoàn viên đã trồng ít hơn 2 cây so với dự định. Hỏi lúc đầu chi đoàn thanh niên đó có bao nhiêu đoàn viên? (biết rằng số cây của mỗi đoàn viên trồng là như nhau)

Lời giải

Gọi số đoàn viên ban đầu của chi đoàn thanh niên là: x ($x \in \mathbb{N}^*$, người)

Số đoàn viên khi thực hiện là $x + 3$ (đoàn viên)

Vì phải trồng 120 cây nên:

Số cây mỗi đoàn viên dự định trồng là: $\frac{120}{x}$ (cây)

Số cây mỗi đoàn viên thực tế trồng được là: $\frac{120}{x+3}$ (cây)

Vì thực tế mỗi đoàn viên trồng ít hơn dự định 2 cây nên ta có phương trình:

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+3} = 2 \Leftrightarrow 60 \cdot (x+3-x) = x(x+3) \Leftrightarrow x^2 + 3x - 180 = 0$$

$$\Delta = 3^2 + 4 \cdot 180 = 729 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 27$$

$$x_1 = 12 \text{ (thỏa mãn)} \text{ hoặc } x_2 = -15 \text{ (không thỏa mãn)}$$

Kết luận: Vậy ban đầu chi đoàn thanh niên đó có 12 đoàn viên.

Bài 11. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại để chở hết 60 tấn hàng phục vụ đồng bào vùng cao đón Tết. Lúc sắp khởi hành có ba xe phải đi làm việc khác vì vậy mỗi xe còn lại phải chở nhiều hơn dự định là 1 tấn hàng. Tính số xe lúc đầu của đội, nếu lượng hàng mỗi xe phải chở là như nhau.

Lời giải

Gọi số xe dự định là x (xe) ($x > 3; x \in \mathbb{N}$)

Số hàng mỗi xe chở được là y (tấn) ($y \geq 0$)

Theo đầu bài ta có phương trình: $xy = 60$ (1)

Vì có ba xe phải đi làm việc khác nên còn lại $x - 3$ (xe)

Số hàng mỗi xe phải chở sau khi ba xe bị điều đi là $y + 1$ (tấn)

Ta có phương trình: $(x - 3)(y + 1) = 60$ (2)

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} xy = 60 \\ (x - 3)(y + 1) = 60 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 60 \\ xy + x - 3y - 3 = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 60 \\ x - 3y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 60 \\ x = 3 + 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (3 + 3y)y = 60 \\ x = 3 + 3y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y^2 + 3y - 60 = 0 \\ x = 3 + 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ y = -5 \text{ (L)} \\ x = 3 + 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = 15 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy số xe là dự định là 15 xe và mỗi xe chờ 4 tấn.

Bài 12. Một đội xe dự định chở 24 tấn hàng. Thực tế khi chở đội được bổ sung thêm 4 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn dự định 1 tấn. Hỏi dự định ban đầu đội có bao nhiêu xe? (Biết khối lượng hàng chở trên mỗi xe như nhau).

Lời giải

Gọi x (chiếc) là số xe ban đầu của đội ($x \in \mathbb{N}^*$).

Số tấn hàng mỗi xe dự định chở là $\frac{24}{x}$ (tấn).

Thực tế đội được bổ sung thêm 4 xe nên số xe thực tế là $x + 4$ (chiếc).

Số tấn hàng mỗi xe thực tế phải chở là $\frac{24}{x+4}$ (tấn).

Vì mỗi xe thực tế chở ít hơn dự định 1 tấn nên ta có phương trình:

$$\frac{24}{x} - \frac{24}{x+4} = 1 \Leftrightarrow \frac{96}{x(x+4)} = 1 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 96 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ x = -12 \end{cases}$$

Vì $x \in \mathbb{N}^*$ nên $x = 8$.

Vậy ban đầu đội có tất cả 8 chiếc xe.

Bài 13. Một lâm trường dự định trồng 75 ha rừng trong một số tuần. Do mỗi tuần trồng vượt mức 5 ha so với kế hoạch nên đã trồng được 80 ha và hoàn thành sớm hơn 1 tuần. Hỏi mỗi tuần lâm trường dự định trồng bao nhiêu ha rừng?

Lời giải

Gọi số ha rừng mà lâm trường dự định trồng trong mỗi tuần là x (ha; $x > 0$)

Thời gian trồng rừng theo kế hoạch là $\frac{75}{x}$ (tuần)

Thực tế mỗi tuần lâm trường trồng được $x + 5$ (ha)

Thời gian trồng rừng thực tế là $\frac{80}{x+5}$ (tuần)

Vì thực tế lâm trường hoàn thành sớm hơn dự định 1 tuần nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{75}{x} - \frac{80}{x+5} &= 1 \\ \Rightarrow 75 \cdot (x+5) - 80 \cdot x &= x \cdot (x+5) \\ \Leftrightarrow 75x + 375 - 80x &= x^2 + 5x \\ \Leftrightarrow x^2 + 10x - 375 &= 0 \end{aligned}$$

Ta có $\Delta' = b'^2 - ac = 400 > 0 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 20$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-5+20}{1} = 15 \text{ (nhận); } x_2 = \frac{-5-20}{1} = -25 \text{ (loại).}$$

Vậy số ha rừng lâm trường dự định trồng mỗi tuần là 15 (ha).

Bài 14. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 7 giờ 12 phút đầy bể. Nếu mở vòi 1 chảy trong 5 giờ rồi khóa lại, mở tiếp vòi 2 chảy trong 6 giờ thì cả hai vòi chảy được $\frac{3}{4}$ bể. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Lời giải

$$\text{Đổi 7 giờ 12 phút} = \frac{36}{5} \text{ giờ}$$

Gọi thời gian mỗi vòi 1 và vòi 2 chảy một mình đầy bể là x, y (giờ). Điều kiện $x, y > 0$

$$\text{Một giờ hai vòi chảy được số phần của bể là: } \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36} \quad (1)$$

Mở vòi 1 chảy trong 5 giờ rồi khóa lại thì số phần bể vòi 1 chảy được là: $\frac{5}{x}$ (bể),

mở tiếp vòi 2 chảy trong 6 giờ thì vòi 2 chảy được số phần của bể là: $\frac{6}{y}$ (bể)

$$\text{Vậy cả hai vòi chảy được } \frac{3}{4} \text{ bể, ta có phương trình: } \frac{5}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{36} \\ \frac{5}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{x} + \frac{5}{y} = \frac{25}{36} \\ \frac{5}{x} + \frac{6}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{1}{18} \\ \frac{1}{x} = \frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 18 \end{cases}$$

Vậy 2 vòi chảy một mình đầy bể hết số giờ là: Vòi 1: 12 giờ; Vòi 2: 18 giờ.

Bài 15. Để chở hết 120 tấn hàng ủng hộ đồng bào vùng cao biên giới, một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại. Lúc sắp khởi hành, họ được bổ sung thêm 5 xe cùng loại của đội, nhờ vậy, so với dự định ban đầu, mỗi xe phải chở ít hơn 2 tấn. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu xe nếu khối lượng hàng mỗi xe phải chở bằng nhau?

Lời giải

Gọi số xe lúc đầu là x (xe, $x \in N^*$)

Số tấn hàng mỗi xe phải chở theo dự định là $\frac{120}{x}$ (tấn)

Thực tế được bổ sung 5 xe nên số xe là: $x+5$ (xe)

Số tấn hàng mỗi xe phải chở theo thực tế là: $\frac{120}{x+5}$ (tấn)

Vì thực tế thêm 5 xe nên mỗi xe chở ít hơn dự định 2 tấn nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{120}{x} - \frac{120}{x+5} &= 2 \\ \Leftrightarrow \frac{120(x+5) - 120x}{x(x+5)} &= \frac{2x(x+5)}{x(x+5)} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 120x + 600 - 120x = 2x^2 + 10x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 10x - 600 = 0 \quad (1)$$

$\Delta' = 5^2 - 2 \cdot (-600) = 1225 > 0$ nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{1225}}{2} = 15 \text{ (thỏa mãn)}$$

$$x_2 = \frac{-5 - \sqrt{1225}}{2} = -20 \text{ (không thỏa mãn - loại)}$$

Vậy số xe lúc đầu là 15 xe.

Bài 16. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước thì sau 2 giờ 55 phút sẽ đầy bể. Nếu để chảy một mình thì vòi thứ nhất chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai là 2 giờ. Tính thời gian mỗi vòi chảy một mình đầy bể.

Lời giải

Gọi thời gian vòi I chảy một mình đầy bể là x (giờ). ĐK: $x > \frac{35}{12}$

Trong một giờ vòi I chảy được $\frac{1}{x}$ (bể),

Trong một giờ vòi II chảy được $\frac{1}{x+2}$ (bể)

Trong một giờ, cả hai vòi chảy được: $1: \frac{35}{12} = \frac{12}{35}$ (bể)

Ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{12}{35}$

$$\Leftrightarrow \frac{x+2}{x(x+2)} + \frac{x}{x(x+2)} = \frac{12}{35}$$

$$\Rightarrow 35(2x+2) = 12x(x+2)$$

$$\Leftrightarrow 12x^2 - 46x - 70 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 - 23x - 35 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 - 30x + 7x - 35 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-5)(6x+7) = 0$$

Phương trình có hai nghiệm:

$$\begin{cases} x = 5 \\ x = \frac{-7}{6} \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện suy ra $x = 5$

Vậy thời gian vòi I chảy một mình đầy bể là 5 giờ.

Thời gian vòi II chảy một mình đầy bể là $5+2 = 7$ giờ.

Bài 17. Để chở hết 120 tấn khoai lang ủng hộ bà con nông dân huyện Bình Sơn, tỉnh Quảng Ngãi vượt qua khó khăn do ảnh hưởng của đại dịch viêm đường hô hấp cấp nCovid – 19, một đội xe dự định dùng một số xe cùng loại. Lúc sắp khởi hành đội được bổ sung thêm 5 xe

cùng loại, vì vậy so với dự định mỗi xe phải chở ít hơn 2 tấn. Hỏi lúc đầu đội có bao nhiêu xe?

Lời giải

Gọi số xe lúc đầu của đội là x (chiếc, $x \in \mathbb{N}^*$)

Số tấn khoai lang mỗi xe dự định phải chở là $\frac{120}{x}$ (tấn)

Số xe lúc sau của đội là $x+5$ (xe)

Số tấn khoai lang mỗi xe thực tế phải chở là $\frac{120}{x+5}$ (tấn)

Vì so với dự định thực tế mỗi xe phải chở ít hơn 2 tấn nên ta có phương trình

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+5} = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 5x - 300 = 0.$$

Giải phương trình $x^2 + 5x - 300 = 0$

$$\Delta = 25 + 4.300 = 1225$$

Vì $\Delta > 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{1225}}{2} = 15; \quad x_2 = \frac{-5 - \sqrt{1225}}{2} = -20$$

Đổi chiếu với điều kiện của ẩn và kết luận số xe lúc đầu của đội là 15 xe.

Bài 18. Hai tổ sản xuất phải hoàn thành 90 sản phẩm theo kế hoạch. Khi thực hiện, tổ I làm vượt mức 15% kế hoạch, tổ II làm vượt mức 12% kế hoạch của tổ. Do đó cả hai tổ làm được 102 sản phẩm. Hỏi thực tế, mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm.

Lời giải

Gọi số sản phẩm các tổ I, II lần lượt phải làm theo kế hoạch là x, y (sản phẩm)

($x, y < 90; x, y \in \mathbb{N}^*$)

Vì theo kế hoạch hai tổ sản xuất phải hoàn thành 90 sản phẩm nên ta có pt:

$$x + y = 90 \quad (1)$$

Thực tế tổ I làm được $\frac{115}{100}x$ (sản phẩm)

Thực tế tổ II làm được $\frac{112}{100}y$ (sản phẩm)

Vì thực tế hai tổ sản xuất làm được 102 sản phẩm nên ta có pt:

$$\frac{115}{100}x + \frac{112}{100}y = 102 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ pt:

$$\begin{cases} x + y = 90 \\ \frac{115}{100}x + \frac{112}{100}y = 102 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 115x + 115y = 10350 \\ 115x + 112y = 10200 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 150 \\ x + y = 90 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 50 \text{ (tm)} \\ x = 40 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Vậy thực tế tổ I sản xuất được 46 sản phẩm.

Vậy thực tế tổ II sản xuất được 56 sản phẩm.

Bài 19. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 800 sản phẩm. Sang tháng thứ hai tổ 1 vượt 15%, Tổ 2 vượt 20% sản phẩm so với tháng thứ nhất do đó cuối tháng cả hai tổ sản xuất được 945 sản phẩm. Tính xem trong tháng thứ nhất mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm.

Lời giải

Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình :

Gọi số sản phẩm tổ 1 làm được trong tháng thứ nhất là x (sản phẩm), số sản phẩm mà tổ 2 làm được trong tháng thứ nhất là y (sản phẩm) ($x, y \in \mathbb{N}; x, y < 800$).

Tháng thứ nhất hai tổ sản xuất được 800 sản phẩm, nên ta có phương trình:

$$x + y = 800 \quad (1)$$

Số sản phẩm tổ 1 làm được trong tháng thứ hai là $115\%x = 1,15x$ (sản phẩm)

Số sản phẩm tổ 2 làm được trong tháng thứ hai là $120\%y = 1,2y$ (sản phẩm)

Do cuối tháng hai cả hai tổ sản xuất được 945 sản phẩm nên ta có phương trình :

$$1,15x + 1,2y = 945 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y = 800 \\ 1,15x + 1,2y = 945 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 800 - y \\ 1,15(800 - y) + 1,2y = 945 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 800 - y \\ 0,05y = 25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 500 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy trong tháng 1 tổ 1 sản xuất được 300 sản phẩm, tổ 2 sản xuất được 500 sản phẩm.

Bài 20. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Hai đội xe chở cát để san lấp một khu đất. Nếu hai đội cùng làm thì trong 18 ngày xong công việc. Nếu đội I làm trong 6 ngày, đội II làm trong 8 ngày thì xong

được 40% công việc. Hỏi mỗi đội làm một mình thì sau bao lâu xong công việc đó?

Lời giải

Gọi thời gian đội I và đội II làm một mình xong công việc lần lượt là x, y (ngày) (Điều kiện: $x > 0, y > 0$).

Trong 1 ngày đội I làm được $\frac{1}{x}$ công việc.

Trong 1 ngày đội II làm được $\frac{1}{y}$ công việc.

Hai đội cùng làm thì trong 18 ngày xong công việc

\Rightarrow Trong 1 ngày hai đội làm được $\frac{1}{18}$ công việc.

Khi đó, ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18}$ (1).

Trong 6 ngày đội I làm được $\frac{6}{x}$ công việc

Trong 8 ngày đội II làm được $\frac{8}{y}$ công việc

Nếu đội I làm trong 6 ngày, đội II làm trong 8 ngày thì xong được 40% công việc

$\Rightarrow \frac{6}{x} + \frac{8}{y} = 40\% = \frac{2}{5}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18} \\ \frac{6}{x} + \frac{8}{y} = \frac{2}{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{45} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{30} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 30 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy thời gian đội I và đội II làm một mình xong công việc lần lượt là 45 ngày và 30 ngày.

Bài 21. Hai tổ sản xuất phải hoàn thành 90 sản phẩm theo kế hoạch. Khi thực hiện, tổ I làm vượt mức 15% kế hoạch, tổ II làm vượt mức 12% kế hoạch của tổ. Do đó cả hai tổ làm được 102 sản phẩm. Hỏi thực tế, mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu sản phẩm.

Lời giải:

Gọi số sản phẩm tổ I sản xuất được theo kế hoạch là x (đk: $x \in \mathbb{N}^*, x < 90$) thì số sản phẩm tổ II sản xuất được theo kế hoạch là $90 - x$ (sản phẩm)

Khi thực hiện: tổ I làm vượt mức 15% kế hoạch nên số sản phẩm tổ I làm được là $x + 15\%x = 1,15x$ (sản phẩm)

tổ II làm vượt mức 12% kế hoạch nên số sản phẩm tổ II làm được là $(90 - x) + 12\%(90 - x) = 1,12(90 - x)$ (sản phẩm)

do cả 2 tổ sản xuất được 102 sản phẩm nên ta có phương trình:

$$1,15x + 1,12(90 - x) = 102$$

$$\Leftrightarrow 1,15x + 100,8 - 1,12x = 102$$

$$\Leftrightarrow 0,03x = 1,2$$

$$\Leftrightarrow x = 1,2 : 0,03 = 40$$

Giá trị $x = 40$ thỏa mãn điều kiện của ẩn

Vậy thực tế: Tổ I làm được 46 sản phẩm, Tổ II làm được 56 sản phẩm.

Bài 22. Một đội xe theo kế hoạch chở hết 120 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 5 tấn. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hết số hàng đó trong bao nhiêu ngày

Lời giải

1) Gọi thời gian dự định đội xe định chở hết 120 tấn hàng là: x (ngày, $x \in \mathbb{N}; x > 1$)

Như vậy, theo kế hoạch, mỗi ngày đội đó chở được: $\frac{120}{x}$ (tấn/ngày)

Thực tế, đội đó chở tất cả là: $120 + 5 = 125$ (tấn hàng)

Đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày nên thời gian thực tế đội chở hàng là: $x - 1$ (ngày)

Do đó, mỗi ngày đội đó thực tế chở được: $\frac{125}{x-1}$ (tấn/ngày)

Vì thực tế mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên ta có phương trình:

$$\frac{125}{x-1} - \frac{120}{x} = 5 \Leftrightarrow \frac{125x - 120x + 120}{x(x-1)} = 5 \Rightarrow 5x + 120 = 5x(x-1) \Leftrightarrow x + 24 = x^2 - x$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 4x - 24 = 0 \Leftrightarrow (x-6)(x+4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 & \text{(nhận)} \\ x = -4 & \text{(loại)} \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch đội đó chở hết số hàng trong 6 ngày.

Bài 23. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình

Một đội xe cần vận chuyển 160 tấn gạo với khối lượng gạo mỗi xe chở bằng nhau. Khi sắp khởi hành thì đội được bổ sung thêm 4 xe nữa nên mỗi xe chở ít hơn dự định lúc đầu 2 tấn gạo (khối lượng gạo mỗi xe chở bằng nhau). Hỏi đội xe ban đầu có bao nhiêu chiếc?

Lời giải

Gọi x (xe) là số xe ban đầu của đội xe. ($x \in \mathbb{N}^*$).

Theo dự kiến số gạo mỗi xe định chở là: $\frac{160}{x}$ (tấn).

Số xe thực tế là: $x+4$ (xe).

Số gạo thực tế mỗi xe chở là: $\frac{160}{x+4}$ (tấn).

Vì thực tế được bổ sung thêm 4 xe nên mỗi xe chở ít hơn dự định lúc đầu là 2 tấn gạo.

Vậy ta có phương trình:

$$\frac{160}{x+4} + 2 = \frac{160}{x} \Leftrightarrow 2x^2 + 8x - 64 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 (TM) \\ x = -8 (KTM) \end{cases}$$

Vậy số xe ban đầu của đội xe là 4 xe.

Bài 24. Một đoàn xe vận tải dự định điều một số xe cùng loại để vận chuyển 40 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành đoàn xe được giao thêm 14 tấn nữa. Do đó phải điều thêm 2 xe cùng loại trên và mỗi xe chở thêm 0,5 tấn. Tìm số lượng xe phải điều theo dự định, biết mỗi xe đều chở số lượng hàng như nhau và mỗi xe không chở quá 3 tấn hàng.

Lời giải

Gọi số tấn hàng mà mỗi xe phải chở theo dự định là x (tấn) ($0 < x \leq 3$)

Trong thực tế mỗi xe phải chở số tấn hàng là $x+0,5$ (tấn)

Số xe phải điều theo dự định là $\frac{40}{x}$ (xe)

Số xe được sử dụng theo thực tế là $\frac{54}{x+0,5}$ (xe)

Thực tế phải điều thêm 2 xe so với dự định nên ta có phương trình :

$$\begin{aligned} \frac{54}{x+0,5} - \frac{40}{x} &= 2 \\ \Leftrightarrow \frac{54x}{x^2+0,5x} - \frac{40(x+0,5)}{x^2+0,5x} &= 2 \\ \Leftrightarrow \frac{54x-40x-20}{x^2+0,5x} &= 2 \\ \Rightarrow 14x-20 &= 2x^2+x \\ \Leftrightarrow 2x^2-13x+20 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x^2-8x-5x+20 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x(x-4)-5(x-4) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x-4)(2x-5) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x-4=0 \\ 2x-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 (ktm) \\ x=\frac{5}{2} (tm) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy mỗi xe phải chở 2,5 tấn hàng.

Bài 25. Một đoàn xe vận tải dự định điều một số xe cùng loại để vận chuyển 40 tấn hàng. Lúc sắp khởi hành đoàn xe được giao thêm 14 tấn nữa. Do đó phải điều thêm 2 xe cùng loại trên và mỗi xe phải chở thêm 0,5 tấn. Tìm số lượng xe phải điều theo dự định, biết mỗi xe đều chở số lượng hàng như nhau và mỗi xe chở không quá 3 tấn hàng.

Lời giải

Gọi số tấn hàng mà mỗi xe phải chở theo dự định là: x (tấn, $0 < x \leq 3$).

Trong thực tế, mỗi xe phải chở số tấn hàng là: $x + 0,5$ (tấn).

Số xe phải điều theo dự định là: $\frac{40}{x}$ (xe).

Số xe được sử dụng theo thực tế là: $\frac{54}{x+0,5}$ (xe).

Vì thực tế phải điều thêm 2 xe so với dự định nên ta có phương trình:

$$\frac{54}{x+0,5} - \frac{40}{x} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{54x}{x(x+0,5)} - \frac{40(x+0,5)}{x(x+0,5)} = \frac{2x(x+0,5)}{x(x+0,5)}$$

$$\Rightarrow 54x - 40(x+0,5) = 2x(x+0,5)$$

$$\Leftrightarrow 14x - 20 = 2x^2 + x$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 13x + 20 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x - 5)(x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} (tm) \\ x = 4 (ktm) \end{cases}$$

Vậy số xe phải điều theo dự định là: $\frac{40}{2,5} = 16$ (xe).

Bài 26. Hai tổ của một nhà máy sản xuất khẩu trang trong một ngày sản xuất được 1500 chiếc khẩu trang. Để đáp ứng nhu cầu khẩu trang trong dịch cúm do chủng mới virus Corona gây ra nên mỗi ngày tổ một vượt mức 75% , tổ hai vượt mức 68% , cả hai tổ sản xuất được 2583 chiếc khẩu trang. Hỏi ban đầu trong một ngày mỗi tổ sản xuất được bao nhiêu chiếc khẩu trang?

Lời giải

Gọi số khẩu trang ban đầu trong một ngày tổ I sản xuất được là x (chiếc)

Số khẩu trang ban đầu trong một ngày tổ II sản xuất là y (chiếc)

(ĐK: $x, y \in \mathbb{N}^*$; $x, y < 1500$)

Hai tổ của một nhà máy sản xuất khẩu trang trong một ngày sản xuất được 1500 chiếc khẩu trang nên ta có phương trình: $x + y = 1500$ (1)

Mỗi ngày tổ một vượt mức 75% nên mỗi ngày tổ một sản xuất được số khẩu trang là $(100\% + 75\%)x = 1,75x$ (chiếc)

Mỗi ngày tổ hai vượt mức 68% nên mỗi ngày tổ hai sản xuất được số khẩu trang là $(100\% + 68\%)y = 1,68y$ (chiếc)

Cả hai tổ sản xuất được 2583 chiếc khẩu trang nên ta có phương trình:
 $1,75x + 1,68y = 2583$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 1500 \\ 1,75x + 1,68y = 2583 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1,68x + 1,68y = 2520 \\ 1,75x + 1,68y = 2583 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,07x = 63 \\ x + y = 1500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 900 \\ x + y = 1500 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 900 \\ 900 + y = 1500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 900 \\ y = 600 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy ban đầu mỗi ngày tổ I sản xuất được 900 chiếc khẩu trang; tổ II sản xuất được 600 chiếc khẩu trang.

Bài 27. Hai người thợ cùng làm chung một công việc sau 3 giờ 36 phút thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì người thứ nhất hoàn thành công việc chậm hơn người thứ hai là 3 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu giờ để xong việc?

Lời giải

Đổi 3 giờ 36 phút $= \frac{18}{5}$ giờ.

Gọi thời gian người 1 làm một mình để xong việc là x (giờ, $x > \frac{18}{5}$).

Thời gian người 2 làm một mình để xong việc là $x - 3$ (h).

Trong 1 giờ, người 1 làm được $\frac{1}{x}$ (công việc).

Trong 1 giờ, người 2 làm được $\frac{1}{x-3}$ (công việc).

Trong 1 giờ, 2 người làm được $\frac{5}{18}$ (công việc) nên ta có phương trình.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-3} = \frac{5}{18}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-3+x}{x(x-3)} = \frac{5}{18}$$

$$\Rightarrow 18(2x-3) = 5x(x-3)$$

$$\Leftrightarrow 36x - 54 = 5x^2 - 15x$$

$$\Leftrightarrow 5x^2 - 51x + 54 = 0$$

$$\Delta = 51^2 - 4 \cdot 5 \cdot 54 = 1521 > 0$$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{51-39}{10} = \frac{6}{5} \text{ (loại)}, x_2 = \frac{51+39}{10} = 9 \text{ (tm)}.$$

Vậy thời gian người 1 làm một mình xong công việc là 9 giờ.

Thời gian người 2 làm một mình xong công việc là 6 giờ.

Bài 28. Theo kế hoạch hai tổ sản xuất phải làm 330 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Nhưng khi thực hiện do tổ I đã sản xuất vượt mức kế hoạch là 10% , tổ II làm giảm 15% so với kế hoạch nên cả hai tổ làm được 318 sản phẩm. Hỏi số sản phẩm được giao theo kế hoạch của mỗi tổ là bao nhiêu.

Lời giải

Gọi số sản phẩm tổ I phải hoàn thành theo kế hoạch là x (sản phẩm, $x \in \mathbb{N}, 0 < x < 330$)

Số sản phẩm tổ II hoàn thành theo kế hoạch là y (sản phẩm, $y \in \mathbb{N}, 0 < y < 330$)

Theo kế hoạch hai tổ phải làm được 330 sản phẩm nên ta có phương trình:

$$x + y = 330(1).$$

Số sản phẩm thực tế của tổ I làm được là: $x + 10\%x = 1,1x$ (sản phẩm).

Số sản phẩm thực tế của tổ II làm được là: $y - 15\%y = 0,85y$ (sản phẩm).

Vì thực tế của hai tổ làm được 318 sản phẩm ta có phương trình $1,1x + 0,85y = 318(2)$.

Từ (1);(2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 330 \\ 1,1x + 0,85y = 318 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,1x + 1,1y = 363 \\ 1,1x + 0,85y = 318 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 330 \\ 0,25y = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 150(TM) \\ y = 180(TM) \end{cases}$$

Vậy số sản phẩm theo kế hoạch của tổ I là 150 (sản phẩm).

Vậy số sản phẩm theo kế hoạch của tổ II là 180(sản phẩm).

Bài 29. Hai người cùng làm chung một công việc thì sau 18 giờ thì xong. Nếu một mình người thứ nhất làm trong 6 giờ, sau đó một mình người thứ hai làm trong 8 giờ thì cả hai người làm được $\frac{2}{5}$ công việc. Hỏi nếu mỗi người làm một mình thì sau bao nhiêu giờ xong công việc

Lời giải

Gọi thời gian mà người thứ nhất và người thứ hai nếu làm một mình sẽ xong công việc lần lượt là x, y (ĐK: $x, y > 18$) (giờ)

Mỗi giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ (công việc)

Mỗi giờ, người thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ (công việc)

Mỗi giờ, cả hai người làm được $\frac{1}{18}$ (công việc)

Ta có phương trình : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18}$

Nếu một mình người thứ nhất làm trong 6 giờ, sau đó một mình người thứ hai làm trong

8 giờ thì cả hai người làm được $\frac{2}{5}$ công việc nên ta có phương trình : $\frac{6}{x} + \frac{8}{y} = \frac{2}{5}$

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{18} \\ \frac{6}{x} + \frac{8}{y} = \frac{2}{5} \end{cases}$$

Đặt $a = \frac{1}{x}$ và $b = \frac{1}{y}$ hệ phương trình trở thành
$$\begin{cases} a + b = \frac{1}{18} \\ 6a + 8b = \frac{2}{5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{45} \\ b = \frac{1}{30} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{45} \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{30} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45 \\ y = 30 \end{cases} \text{ (tmdk).}$$

Vậy, thời gian mà người thứ nhất và người thứ hai nếu làm một mình sẽ xong công việc lần lượt là 45;30 (giờ)

Bài 30. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn không có nước thì sau 4 giờ đầy bể. Nếu chảy riêng thì vòi thứ nhất sẽ chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai là 6 giờ. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi mất bao lâu mới chảy đầy bể?

Lời giải

* Cách 1: Giải bài toán bằng cách lập phương trình:

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể là x (giờ; $x > 4$)

Thời gian vòi thứ hai chảy riêng đầy bể là $x + 6$ (giờ)

Mỗi giờ vòi thứ nhất chảy được là : $\frac{1}{x}$ (bể)

Mỗi giờ vòi thứ hai chảy được là : $\frac{1}{x+6}$ (bể)

Mỗi giờ cả hai chảy được là : $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6}$ (bể)

Vì hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn không có nước thì sau 4 giờ đầy bể nên ta có phương trình :

$$\frac{4}{x} + \frac{4}{x+6} = 1$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \text{ (n)} \\ x = -4 \text{ (l)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = 12$$

Kết luận: Vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể trong 6 giờ, vòi thứ hai chảy riêng đầy bể trong 12 giờ.

* Cách 2: Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình:

Gọi thời gian vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể là x (giờ; $x > 4$)

Thời gian vòi thứ hai chảy riêng đầy bể là y (giờ; $y > 6$)

Mỗi giờ vòi thứ nhất chảy được là : $\frac{1}{x}$ (bể)

Mỗi giờ vòi thứ hai chảy được là : $\frac{1}{y}$ (bể)

Nếu chảy riêng thì vòi thứ nhất sẽ chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai là 6 giờ nên $y - x = 6 \Leftrightarrow y = x + 6$

Mỗi giờ cả hai chảy được là : $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ (bể)

Vì hai vòi nước cùng chảy vào một bể cạn không có nước thì sau 4 giờ đầy bể nên ta có phương trình :

$$\frac{4}{x} + \frac{4}{y} = 1$$

Theo đề bài ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} y = x + 6 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 & (n) \\ y = 12 \\ x = -4 & (l) \\ y = 2 \end{cases}$$

Kết luận: Vòi thứ nhất chảy riêng đầy bể trong 6 giờ, vòi thứ hai chảy riêng đầy bể trong 12 giờ.

Bài 31. Hai phân xưởng của một nhà máy theo kế hoạch phải làm tổng cộng 300 dụng cụ. Nhưng khi thực hiện phân xưởng I vượt mức 10% kế hoạch của mình; phân xưởng II vượt mức 20% kế hoạch của mình, do đó cả hai phân xưởng đã làm được 340 dụng cụ. Tính số dụng cụ mỗi phân xưởng phải làm theo kế hoạch.

Lời giải

Gọi số dụng cụ mà phân xưởng I và phân xưởng II phải làm theo kế hoạch lần lượt là x , y (dụng cụ; x , y nguyên dương, $x < 300$, $y < 300$)

Theo bài ra ta có phương trình: $x + y = 300$ (1)

Thực tế phân xưởng I làm được $x + 10\%x = 1,1x$ (dụng cụ)

Thực tế phân xưởng II làm được $y + 20\%y = 1,2y$ (dụng cụ)

Theo đề bài ta có phương trình $1,1x + 1,2y = 340$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 300 \\ 1,1x + 1,2y = 340 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình được $x = 200$, $y = 100$.

Vậy số dụng cụ mà phân xưởng I và phân xưởng II phải làm theo kế hoạch lần lượt là 200 dụng cụ và 100 dụng cụ.

- Bài 32.** Hai đội công nhân dệt may cần sản xuất một số lượng khẩu trang theo đơn đặt hàng. Nếu làm chung thì sau 4 giờ họ sẽ làm xong. Nhưng hai đội mới làm chung được 3 giờ thì đội 1 nghỉ, đội 2 tiếp tục làm trong 3 giờ nữa mới xong. Hỏi mỗi đội nếu làm một mình thì phải bao lâu mới xong công việc?

Lời giải

Gọi thời gian đội 1 làm một mình xong công việc là x (giờ, $x > 4$)

Thời gian đội 2 làm một mình xong công việc là y (giờ, $y > 4$)

Trong 1 giờ, đội 1 làm một mình được $\frac{1}{x}$ (công việc)

Trong 1 giờ, đội 2 làm một mình thì được $\frac{1}{y}$ (công việc)

Vì nếu hai đội làm chung thì sẽ hoàn thành công việc sau 4 giờ nên ta có pt :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \quad (1)$$

Trong 3 giờ hai đội làm chung thì làm được $3 \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ (công việc)

Trong 3 giờ đội 2 làm một mình được $\frac{3}{y}$ (công việc)

Vì hai đội làm chung được 3 giờ thì đội 1 nghỉ, đội 2 tiếp tục làm trong 3 giờ nữa mới xong nên ta có pt :

$$3 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{3}{y} = 1 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ 3 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + \frac{3}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{3}{y} = \frac{3}{4} \\ \frac{3}{x} + \frac{6}{y} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{y} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 12 \\ x = 6 \end{cases} \quad (\text{tm})$$

Vậy nếu làm riêng thì đội 1 hoàn thành công việc trong 6 giờ, đội 2 hoàn thành công việc trong 12 giờ.

- Bài 33.** Đầu năm, hai công ty chế biến nông sản tỉnh Bình Thuận dự định xuất khẩu 1010 tấn thanh long. Nhưng do thực tế dịch bệnh Covid 19 diễn biến phức tạp tại Trung Quốc nên sản lượng xuất khẩu thanh long của công ty thứ nhất giảm 15%, công ty thứ hai giảm 10%. Vì vậy, cả hai công ty chỉ xuất khẩu được 900 tấn thanh long. Hỏi theo dự định, mỗi công ty xuất khẩu được bao nhiêu tấn thanh long?

Lời giải

Gọi sản lượng thanh long xuất khẩu theo dự định của công ty thứ nhất là x (đơn vị: tấn, $0 < x < 1010$)

Gọi sản lượng thanh long xuất khẩu theo dự định của công ty thứ hai là y (đơn vị: tấn, $0 < y < 1010$)

Theo dự định, hai công ty xuất khẩu được 1010 tấn thanh long, có phương trình:

$$x + y = 1010 \quad (1)$$

Thực tế: + Sản lượng thanh long xuất khẩu của công ty thứ nhất là $85\% \cdot x = 0,85x$ (tấn)

+ Sản lượng thanh long xuất khẩu của công ty thứ hai là $90\% \cdot y = 0,9y$

(tấn)

Thực tế, hai công ty xuất khẩu được 900 tấn, có phương trình: $0,85x + 0,9y = 900$ (2)

Từ (1), (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 1010 \\ 0,85x + 0,9y = 900 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,9x + 0,9y = 909 \\ 0,85x + 0,9y = 900 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,05x = 9 \\ x + y = 1010 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 180 \\ y = 1010 - 180 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 180 \\ y = 830 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy công ty thứ nhất dự định xuất khẩu 180 tấn thanh long, công ty thứ nhất dự định xuất khẩu 830 tấn thanh long.

Bài 34. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một xí nghiệp theo kế hoạch phải lắp ráp 800 chiếc máy tính. Nếu một ngày lắp ráp thêm 10 máy tính thì không những hoàn thành sớm hơn 1 ngày so với kế hoạch mà còn lắp ráp thêm 10 máy tính. Tính số máy tính lắp ráp mỗi ngày theo kế hoạch?

Lời giải

Gọi x (cái) là số máy tính lắp ráp mỗi ngày theo kế hoạch ($x > 0$).

Thời gian để hoàn thành 800 chiếc máy tính theo kế hoạch là $\frac{800}{x}$ (ngày).

Số máy lắp ráp mỗi ngày nếu tăng năng suất là $x + 10$ (cái).

Số máy tính lắp được nếu tăng năng suất là $800 + 10 = 810$ (cái).

Thời gian hoàn thành 810 cái máy tính nếu tăng năng suất là $\frac{810}{x + 10}$ (ngày).

Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{800}{x} - 1 = \frac{810}{x + 10}$.

$$\Rightarrow 800(x + 10) - x(x + 10) = 810x$$

$$\Leftrightarrow 800x + 8000 - x^2 - 10x - 810x = 0$$

$$\Leftrightarrow -x^2 - 20x + 8000 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 20x - 8000 = 0$$

$$\Delta' = 100 + 8000 = 8100 > 0.$$

$$\Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 90$$

Suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = -10 - 90 = -100 \text{ (loại)}$$

$$x_2 = -10 + 90 = 80 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy mỗi ngày theo kế hoạch xưởng lắp ráp được 80 máy tính.

- Bài 35.** Theo kế hoạch hai tổ phải sản xuất 720 sản phẩm. Nhưng do ảnh hưởng của dịch Covid-19 nên tổ một bị giảm mức 18%, tổ hai giảm mức 20% so với kế hoạch do đó cả hai tổ chỉ sản xuất được 582 sản phẩm. Tính số sản phẩm mỗi tổ phải làm theo kế hoạch.

Lời giải

Gọi số sản phẩm tổ 1 phải làm theo kế hoạch là x (sản phẩm) ($x \in \mathbb{N}^*$, $x < 720$)

Số sản phẩm tổ 2 phải làm theo kế hoạch là $720 - x$ (sản phẩm)

Thực tế tổ 1 làm được $x - 18\%x = 0,82x$ (sản phẩm)

Thực tế tổ 2 làm được $(720 - x) - 20\%(720 - x) = 0,8(720 - x)$ (sản phẩm)

Vì cả hai tổ làm được 582 nên ta có phương trình:

$$0,82x + 0,8(720 - x) = 582$$

$$\Leftrightarrow 0,82x + 576 - 0,8x = 582$$

$$\Leftrightarrow x = 300 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy theo kế hoạch tổ một sản xuất 300 sản phẩm, tổ hai sản xuất 420 sản phẩm.

- Bài 36.** Hai đội xe có tổng số 55 chiếc, được giao nhiệm vụ vận chuyển 675 tấn hàng từ thiện để giúp đỡ các địa phương bị ảnh hưởng bởi dịch COVID-19. Biết mỗi xe của đội I phải chở 15 tấn hàng, mỗi xe của đội II phải chở 10 tấn hàng. Tính số xe của mỗi đội.

Lời giải

Gọi x, y (xe) ($x, y \in \mathbb{N}^*$) lần lượt là số xe của đội I và đội II.

Hai đội xe có tổng số 55 chiếc nên ta có phương trình: $x + y = 55$.

Mỗi xe của đội I phải chở 15 tấn hàng, mỗi xe của đội II phải chở 10 tấn hàng nên ta có phương trình: $15x + 10y = 675$.

$$\text{Vậy ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x + y = 55 \\ 15x + 10y = 675 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 \text{ (thỏa mãn)} \\ y = 30 \text{ (thỏa mãn)} \end{cases}$$

Vậy đội I có 25 chiếc xe và đội II có 30 chiếc xe.

- Bài 37.** Một phân xưởng theo kế hoạch phải dệt 3000 tấm vải để làm khẩu trang phục vụ các đơn vị tuyến đầu chống dịch. Trong 8 ngày đầu họ đã thực hiện được đúng kế hoạch, những ngày còn lại do nhu cầu cung cấp tăng lên họ đã dệt vượt mức mỗi ngày 10 tấm, nên đã hoàn thành kế hoạch trước 2 ngày. Hỏi theo kế hoạch mỗi ngày phân xưởng phải dệt bao nhiêu tấm vải?

Lời giải

Gọi x (tấm) là số tấm vải xưởng này dệt trong một ngày theo kế hoạch ($x \in \mathbb{N}^*$).

Vậy thời gian xưởng này dệt theo kế hoạch là: $\frac{3000}{x}$ (ngày).

Thực tế số ngày đã làm là: $\frac{3000}{x} - 2$ (ngày).

Trong 8 ngày đầu, số tấm vải đã dệt được là: $8x$ (tấm).

Vậy số vải cần dệt còn lại sau 8 ngày đã làm là: $3000 - 8x$ (tấm).

Số ngày còn lại thực tế sau 8 ngày đầu là: $\frac{3000}{x} - 2 - 8 = \frac{3000}{x} - 10$ (ngày).

Những ngày sau, số tấm vải mỗi ngày xưởng dệt là: $x + 10$ (tấm).

Vậy ta có phương trình:

$$\left(\frac{3000}{x} - 10\right)(x + 10) = 3000 - 8x \Leftrightarrow 2x^2 + 100x - 30000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 100(TM) \\ x = -150(KTM) \end{cases}$$

Vậy theo kế hoạch, mỗi ngày xưởng đó cần dệt 100 tấm vải.

Bài 38. Thực hiện kế hoạch “Mùa hè xanh” lớp 9A được phân công trồng 420 cây. Lớp dự định chia đều số cây trồng cho mỗi học sinh trong lớp. Nhưng đến giờ trồng cây, có 5 bạn vắng, vì vậy mỗi bạn phải trồng thêm 2 cây nữa so với dự định. Hỏi số học sinh của lớp 9A?

Lời giải

Gọi x là số học sinh lớp 9A ($x > 5$ và $x \in \mathbb{Z}$)

Số cây dự định mỗi học sinh phải trồng là $\frac{420}{x}$ (cây).

Số cây thực tế mỗi học sinh phải trồng là $\frac{420}{x-5}$

Theo đề bài ta có phương trình:

$$\frac{420}{x-5} - \frac{420}{x} = 2 \quad (1)$$

Điều kiện: $x \neq 5$

$$(1) \Rightarrow 420x - 420(x-5) = 2x(x-5)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 10x - 2100 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x - 1050 = 0$$

$$\text{Ta có } \Delta = (-5)^2 - 4 \cdot (-1050) = 4225 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 65$$

$$x_1 = \frac{5+65}{2} = 35 \text{ (nhận)}$$

$$x_2 = \frac{5-65}{2} = -30 \text{ (loại)}$$

Vậy số học sinh lớp 9A là 35 học sinh.

Bài 39. Hai người thợ cùng làm một công việc trong 16 giờ thì xong. Nếu người thợ thứ nhất làm trong 3 giờ, người thợ thứ hai làm trong 6 giờ thì hoàn thành 25% công việc. Hỏi mỗi người thợ chỉ làm một mình thì trong bao lâu hoàn thành công việc?

Lời giải

Gọi x (giờ) là thời gian người thợ thứ nhất làm một mình xong công việc.

y (giờ) là thời gian người thợ thứ hai làm một mình xong công việc.

(điều kiện $x > 16, y > 16$)

Trong 1 giờ người thợ thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ công việc.

người thợ thứ hai làm được $\frac{1}{y}$ công việc.

cả hai người thợ làm được $\frac{1}{16}$ công việc.

Ta có phương trình: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16}$ (1)

Người thợ thứ nhất làm trong 3 giờ, người thợ thứ hai làm trong 6 giờ thì hoàn thành

25% công việc ta có phương trình: $\frac{3}{x} + \frac{6}{y} = \frac{1}{4}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $x = 24, y = 48$ (thỏa mãn)

Vậy chỉ làm một mình thì:

Người thợ thứ nhất hoàn thành công việc trong 24 giờ

Người thợ thứ hai hoàn thành công việc trong 48 giờ

Bài 40. Một địa phương cấy 10 ha giống lúa loại I và 8 ha giống lúa loại II. Sau một mùa vụ, địa phương đó thu hoạch và tính toán sản lượng thấy:

+ Tổng sản lượng của hai giống lúa thu về là 139 tấn.

+ Sản lượng thu về từ 4 ha giống lúa loại I nhiều hơn sản lượng thu về từ 3 ha giống lúa loại II là 6 tấn.

Hãy tính năng suất lúa trung bình (đơn vị: tấn/ ha) của mỗi loại giống lúa.

Lời giải

Gọi năng suất lúa trung bình của loại I là x ($0 < x < 139$).

Gọi năng suất lúa trung bình của loại II là y ($0 < y < 139$).

Theo giả thiết ta có cấy 10 ha giống lúa loại I và 8 ha giống lúa loại II, tổng sản lượng của hai giống lúa thu về là 139 tấn, do đó ta có: $10x + 8y = 139$ (1)

Mà ta lại có sản lượng thu về từ 4 ha giống lúa loại I nhiều hơn sản lượng thu về từ 3 ha giống lúa loại II là 6 tấn, ta được: $4x - 3y = 6$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases} 10x + 8y = 139 \\ 4x - 3y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7,5 \\ y = 8 \end{cases}$ (thỏa mãn).

Vậy năng suất lúa trung bình của loại I là: 7,5 (tấn / ha)

Vậy năng suất lúa trung bình của loại II là: 8 (tấn / ha)

Bài 41. Người ta nuôi cá trong một bể xây, mặt bể là hình chữ nhật chiều dài 60 m, chiều rộng 40 m. Trên mỗi đơn vị diện tích mặt bể người ta thả 12 con cá giống, đến mỗi kỳ thu hoạch, trung bình mỗi con cá cân nặng 240 g. Khi bán khoảng 30000 đồng/kg và thấy lãi qua kỳ thu hoạch này là 100 triệu. Hỏi vốn mua cá giống và các chi phí trong đợt này chiếm bao nhiêu phần trăm so với giá bán (làm tròn 1 chữ số thập phân)

Lời giải

Ta có: $240g = 0,24(kg)$

Diện tích mặt bể: $60.40 = 2400(m^2)$

Trên mỗi đơn vị diện tích thả 12 con cá giống nên số cá thả vào bể là:

$12.2400 = 28800(\text{con})$

Mỗi kỳ thu hoạch được: $28800.0,24 = 6912(kg)$

Số tiền bán cá: $6912.30000 = 207360000(\text{đồng}) = 207,36(\text{triệu đồng})$

Tiền vốn bỏ ra và các chi phí chiếm: $207,36 - 100 = 107,36(\text{triệu đồng})$

Vậy vốn và chi phí chiếm tỉ lệ là: $\frac{107,36}{207,36}.100\% = 51,8\%$

CHUYÊN ĐỀ 3. TOÁN THỰC TẾ**DẠNG LIÊN QUAN ĐẾN TUỔI**

Bài 1. Ở một trường Trung học cơ sở, tuổi trung bình của các giáo viên nữ trong trường là 36, tuổi trung bình của các giáo viên nam trong trường là 40. Tính tuổi trung bình của các giáo viên nam và các giáo viên nữ biết rằng số giáo viên nữ gấp ba lần số giáo viên nam ?

Lời giải

Gọi số giáo viên nam là x , số giáo viên nữ là $3x$ ($x \in \mathbb{N}^*$)

Gọi y là số tuổi trung bình của giáo viên nam và giáo viên nữ.

$$\text{Ta có } 40x + 36 \cdot 3x = y(x + 3x)$$

$$\Rightarrow 148x = 4xy \Rightarrow y = 37$$

Vậy tuổi trung bình của giáo viên nam và giáo viên nữ là 37 tuổi.

CHUYÊN ĐỀ 4. TOÁN THỰC TẾ

DẠNG LIÊN QUAN ĐẾN KINH DOANH

Bài 1. Nhà may A sản xuất một lô áo gồm 200 chiếc áo với giá vốn là 30 000 000 (đồng) và giá bán mỗi chiếc áo sẽ là 300 000 (đồng). Khi đó gọi K (đồng) là số tiền lời (hoặc lỗ) của nhà may thu được khi bán t chiếc áo.

- a) Thiết lập hàm số của K theo t .
- b) Hỏi cần phải bán bao nhiêu chiếc áo mới có thể thu hồi được vốn ban đầu?
- c) Để lời được 6 000 000 đồng thì cần phải bán bao nhiêu chiếc áo?

Lời giải

a) Hàm số của K theo t là: $K = 300\,000 \cdot t - 30\,000\,000$ (với $0 \leq t \leq 200$)

b) Thay $K = 0$ vào công thức $K = 300\,000 \cdot t - 30\,000\,000$, ta được:

$$0 = 300\,000 \cdot t - 30\,000\,000 \Leftrightarrow t = 100 \text{ (nhận)}$$

Vậy cần phải bán ra được 100 chiếc áo mới thu hồi được vốn ban đầu.

c) Thay $K = 6\,000\,000$ vào công thức $K = 300\,000 \cdot t - 30\,000\,000$, ta được:

$$6\,000\,000 = 300\,000 \cdot t - 30\,000\,000 \Leftrightarrow t = 120 \text{ (nhận)}$$

Vậy cần phải bán ra được 120 chiếc áo thì sẽ lãi được 6 000 000 đồng.

Bài 2. Một nhà may A sản xuất một lô áo là 500 chiếc áo với tổng số vốn ban đầu là 30 triệu đồng và giá bán ra mỗi chiếc áo là 200 000 đồng. Khi đó gọi K (đồng) là số tiền lời (hoặc lỗ) của nhà may A thu được khi bán t chiếc áo.

- a) Thiết lập hàm số của K theo t .
- b) Hỏi phải bán được ít nhất bao nhiêu chiếc áo thì nhà may bắt đầu có lời?

Lời giải

a) Bán t chiếc áo với giá 200 000 đồng 1 chiếc thì thu về: $200\,000 \cdot t$ đồng.

Hàm số $K = 200\,000 \cdot t - 30\,000\,000$ (đồng)

b) Để bắt đầu có lời thì: $K > 0 \Leftrightarrow 200\,000 \cdot t > 30\,000\,000 \Leftrightarrow t > 150$

Vậy phải bán được ít nhất 151 chiếc áo thì nhà may bắt đầu có lời.

Bài 3. Đề 110 Tại cửa hàng, giá niêm yết của một cái áo là 300 000 đồng. Nếu bán với giá bằng ba phần tư giá niêm yết thì cửa hàng lãi 25% so với giá gốc. Hỏi để lãi 40% thì cửa hàng phải niêm yết giá một cái áo là bao nhiêu?.

Lời giải

Ba phần tư giá niêm yết là $\frac{3}{4} \cdot 300\,000 = 225\,000$ đồng.

Số tiền 225 000 đồng tương ứng với 125% giá gốc nên giá gốc là

$$\frac{100}{125} \cdot 225\,000 = 180\,000 \text{ (đồng)}.$$

Để có lãi 40% so với giá gốc thì cửa hàng cần niêm yết giá là : $140\% \cdot 180\,000 = 252\,000$ (đồng).

Bài 4. ĐỀ 110 Một vật có khối lượng 279 g và có thể tích 37 ml là hợp kim của sắt và kẽm. Tính xem trong đó có bao nhiêu gam sắt và bao nhiêu gam kẽm? Biết khối lượng riêng của sắt là 7800 kg/m^3 và khối lượng riêng của kẽm là 7000 kg/m^3 .

Lời giải

Đổi đơn vị: $7800 \text{ kg/m}^3 = 7,8 \text{ g/cm}^3$; $7000 \text{ kg/m}^3 = 7 \text{ g/cm}^3$.

Gọi x (g) và y (g) lần lượt là khối lượng của sắt và kẽm có trong hợp kim.

Điều kiện: $0 < x, y < 279$.

Theo bài ra ta có:

* Vật có khối lượng 279 g nên $x + y = 279$.

* Vật có thể tích 37 ml là hợp kim của sắt và kẽm nên $\frac{x}{7,8} + \frac{y}{7} = 37$.

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 279 \\ \frac{x}{7,8} + \frac{y}{7} = 37 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 279 \\ 35x + 39y = 10101 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 279 \\ 4y = 10101 - 35 \cdot 279 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 279 \\ y = 84 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 195 \\ y = 84 \end{cases}$$

Vậy trong vật đó có 195 g sắt và 84 g kẽm.

Bài 5. Thực hiện chương trình khuyến mãi “Ngày chủ nhật vàng”, một cửa hàng điện máy giảm giá 50% trên 1 tivi cho lô hàng tivi 40 cái với giá bán lẻ trước đó là 6500000 đ/cái. Đến trưa cùng ngày thì cửa hàng đã bán được 20 cái và cửa hàng quyết định giảm thêm 10% nữa (của giá đã giảm lần 1) cho số tivi còn lại.

- Tính số tiền mà cửa hàng thu được khi bán hết lô hàng tivi.
- Biết rằng giá vốn là 2.850.000 đ/cái tivi. Hỏi cửa hàng lời hay lỗ khi bán hết lô hàng tivi đó.

Lời giải

a) Số tiền cửa hàng thu được khi bán hết lô hàng là:

$$20 \cdot 50\% \cdot 6500000 + 20 \cdot (1 - 10\%) \cdot 50\% \cdot 6500000 = 123500000 \text{ đồng}$$

b) Tiền vốn là $40 \cdot 2850000 = 114000000$ đồng < 123500000 đồng

Vậy cửa hàng lời khi bán hết lô hàng tivi đó.

Bài 6. Siêu thị AEON MALL Bình Tân thực hiện chương trình giảm giá cho khách hàng mua loại nước rửa chén Sunlight trà xanh loại 4,5 lít như sau: Nếu mua 1 can giảm 8.000 đồng so với giá niêm yết. Nếu mua 2 can thì can thứ nhất giảm 8.000 đồng và can thứ hai giảm 15.000 đồng so với giá niêm yết. Nếu mua từ ba can trở lên thì ngoài hai can đầu được hưởng chương trình giảm giá như trên, từ can thứ 3 trở đi mỗi can sẽ được giảm giá 20% so với giá niêm yết. Ông A mua 5 can nước rửa chén Sunlight trà xanh loại 4,5 lít ở Siêu thị AEON MALL Bình Tân thì phải trả bao nhiêu tiền, biết giá niêm yết là 115.000 đồng/can.

Lời giải

Số tiền mua một can nước rửa chén sunlight trà xanh thứ nhất:

$$115000 - 8000 = 107000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền mua một can nước rửa chén sunlight trà xanh thứ hai:

$$115000 - 15000 = 100000 \text{ (đồng)}$$

Giá tiền mua ba can nước rửa chén sunlight trà xanh còn lại:

$$115000 \times 80\% \times 3 = 276000 \text{ (đồng)}$$

Vậy Ông A phải trả số tiền mua 5 can nước rửa chén sunlight trà xanh:

$$107000 + 100000 + 276000 = 483000 \text{ (đồng)}$$

Bài 7. Giá bán của một chiếc tivi giảm giá hai lần, mỗi lần giảm 10% so với giá đang bán, sau khi giảm giá hai lần thì giá còn lại là 16 000 000 đồng. Vậy giá bán ban đầu của chiếc tivi là bao nhiêu ?

Lời giải

Gọi a (đồng) là giá bán ban đầu của chiếc tivi ($a \in \mathbb{N}^*$)

Giá tiền còn lại sau khi giảm 10% lần thứ nhất: $90\%.a = \frac{9}{10}a$ (đồng)

Giá tiền còn lại sau khi giảm 10% lần thứ hai: $90\% \cdot \frac{9}{10}a = \frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10}a = \frac{81}{100}a$ (đồng)

Vì sau khi giảm giá hai lần thì giá còn lại là 16 000 000 đồng nên ta có phương trình:

$$\frac{81}{100}a = 16000000$$

$$\Rightarrow a = 16000000 : \frac{81}{100} \approx 19753000 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy giá bán ban đầu của chiếc tivi là 19 753 000 đồng.

Bài 8. Thực hiện chương trình khuyến mãi tri ân khách hàng, một siêu thị điện máy khuyến mãi giảm giá 15% trên 1 chiếc tivi. Sau đó để thu hút khách hàng, siêu thị lại giảm thêm 10% nữa (so với giá đã giảm lần 1) nên giá bán của chiếc tivi lúc này là 11 475 000 đồng.

a) Hỏi giá bán ban đầu của 1 chiếc tivi nếu không khuyến mãi là bao nhiêu.

b) Biết rằng giá vốn là 10 500 000 đồng / chiếc tivi. Hỏi nếu bán hết 20 chiếc tivi trong đợt khuyến mãi thứ 2 thì siêu thị lời bao nhiêu tiền?

Lời giải

a) Gọi a (đồng) là giá bán ban đầu của chiếc tivi ($a > 0$)

Giá tiền còn lại sau khi giảm lần thứ nhất: $(100\% - 15\%).a = 85\%.a = \frac{17}{20}a$ (đồng)

Số tiền còn lại sau khi giảm lần thứ hai:

$$(100\% - 10\%) \cdot \frac{17}{20}a = 90\% \cdot \frac{17}{20}a = \frac{9}{10} \cdot \frac{17}{20}a = \frac{153}{200}a \text{ (đồng)}$$

Vì sau khi giảm giá hai lần thì giá còn lại là 11 475 000 đồng nên ta có phương trình:

$$\frac{153}{200}a = 11475000$$

$$\Rightarrow a = 11475000 : \frac{153}{200} = 15000000 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy giá bán ban đầu của chiếc tivi nếu không khuyến mãi là 15 000 000 đồng.

b) Khi bán hết 20 chiếc tivi ở đợt giảm giá lần 2 siêu thị lời số tiền là

$$(11475000 - 10500000) \cdot 20 = 19500000 \text{ (đồng)}.$$

Bài 9. Ông Tư dự định mua một trong hai loại xe máy như sau.

Loại 1: Giá 23 triệu đồng, lượng xăng tiêu thụ là 60 km/lít.

Loại 2: Giá 26,5 triệu đồng, lượng xăng tiêu thụ là 64 km/lít

Giá trung bình mỗi lít xăng là 23 ngàn đồng. Ông tư dự định mua xe máy và mỗi năm ông đi khoảng 7525 km.

a) Gọi T (triệu đồng) là chi phí của xe theo thời gian t (tính theo năm). Lập hàm số của T theo t của hai loại xe trên.

b) Với thời gian đi 10 năm thì nên chọn xe nào tiết kiệm hơn (Làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

$$\text{a) Loại 1: } T_1 = 23 + \frac{7525}{60} \cdot 0,23t = 23 + \frac{6923}{240}t \text{ (km)}$$

$$\text{Loại 2: } T_2 = 26,5 + \frac{7525}{64} \cdot 0,23t = 26,5 + \frac{6923}{256}t \text{ (km)}$$

b) Với t = 10 năm

$$T_1 = 23 + \frac{6923}{240} \cdot 10 = \frac{7475}{24} \approx 311 \text{ (triệu đồng)}$$

$$T_2 = 26,5 + \frac{6923}{256} \cdot 10 \approx 297 \text{ (triệu đồng)}$$

Vì 311 triệu > 297 triệu.

Vậy với thời gian là 10 năm thì nên mua xe loại 2 lợi hơn

Bài 10. Bác Tư mua 1 con heo và 1 con bò. Sau 1 thời gian, do heo mất giá nên ông bán giá 8 triệu đồng và bị lỗ 20% nhưng may mắn ông gỡ lại thiệt hại nhờ con bò lên giá nên ông bán với giá 18 triệu đồng và lời 20%. Hỏi sau khi bán con heo và con bò ông lời hay lỗ bao nhiêu tiền ?

Lời giải

Giá con heo và con bò lúc Bác Tư mua vào là:

$$8 : (100\% - 20\%) + 18 : (100\% + 20\%) = 25 \text{ (triệu đồng)}$$

Giá con heo và con bò lúc Bác Tư bán là:

$$8 + 18 = 26 \text{ (triệu đồng)}$$

Vậy Bác Tư lời và số tiền lời là:

$$26 - 25 = 1 \text{ (triệu đồng)}$$

Bài 11. Nhân dịp Lễ giỗ tổ Hùng Vương, một siêu thị điện máy đã giảm giá nhiều mặt hàng để kích cầu mua sắm. Giá niêm yết một tủ lạnh và một máy giặt có tổng số tiền là 25,4 triệu đồng nhưng trong dịp này giá một tủ lạnh giảm 40% giá bán và giá một máy giặt giảm 25% giá bán nên cô Liên đã mua hai món đồ trên với tổng số tiền là 16,77 triệu đồng. Hỏi giá mỗi món đồ trên khi chưa giảm giá là bao nhiêu tiền ?

Lời giải

Gọi x (triệu đồng) là giá tiền một tủ lạnh khi chưa giảm giá (x > 0)

Gọi y (triệu đồng) là giá tiền một máy giặt khi chưa giảm giá (y > 0)

Giá niêm yết hai món đồ trên là 25,4 triệu nên có phương trình:

$$x + y = 25,4$$

Giá bán hai món đồ trên sau khi giảm giá là 16,77 triệu nên có phương trình

$$(100\% - 40\%).x + (100\% - 25\%).y = 16,77$$

$$\text{Giải hệ phương trình } \begin{cases} x + y = 25,4 \\ \frac{3}{5}x + \frac{3}{4}y = 16,77 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15,2(t/m) \\ y = 10,2(t/m) \end{cases}$$

Vậy giá một tủ lạnh chưa giảm giá là 15,2 triệu đồng

Giá một máy giặt chưa giảm giá là 10,2 triệu đồng

Bài 12. Cửa hàng đồng giá 40 000 đồng một món có chương trình giảm giá 20% cho một món hàng và nếu khách hàng mua 5 món trở lên thì từ món thứ 5 trở đi khách hàng chỉ phải trả 60% giá đang bán.

a) Tính số tiền một khách hàng phải trả khi mua 7 món hàng.

b) Nếu có khách hàng đã trả 272 000 đồng thì khách hàng này đã mua bao nhiêu món hàng ?

Lời giải

a) Số tiền khách hàng trả khi mua 4 món đồ đầu là: $40000.4.0,8 = 128000$ (đồng)

Số tiền khách hàng trả khi mua 3 món đồ sau là: $40000.3.0,6 = 72000$ (đồng)

Tổng số tiền khách hàng phải trả khi mua 7 món hàng là:

$$128000 + 72000 = 200000 \text{ (đồng)}$$

b) Số tiền khách hàng trả khi mua 4 món đồ đầu là: 128000 đồng

vậy số tiền còn lại là: $272000 - 128000 = 144000$ đồng

số sản phẩm mua được với số tiền còn lại là: $\frac{144000}{40000.0,6} = 6$ (sản phẩm)

Vậy với 272000 đồng thì khách hàng mua được 10 món đồ

Bài 13. Thực hiện chương trình khuyến mãi “Ngày Chủ Nhật Vàng”, một cửa hàng điện máy X tổ chức bán hàng giảm giá cho tất cả các sản phẩm điện máy. Một chiếc ti vi được niêm yết giá bán là 12 150 000 đồng, biết rằng giá bán này đã được siêu thị giảm giá 2 lần mỗi lần 10% . Hỏi giá bán chiếc tivi đó của siêu thị khi chưa giảm giá là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x là giá trị ban đầu của chiếc tivi ($x > 0$)

Giá trị lần 1 khi giảm 10% : $x - 10\%x = 0,9x$

Giá trị lần 2 khi giảm 10% : $0,9x - 0,9x.10\% = 0,81x$

Từ đề bài ta có phương trình: $0,81x = 12150000$

$$x = 15000000$$

Vậy giá tiền ban đầu của chiếc tivi là 15000000 đồng

Bài 14. Một đợt bán xe đạp ở cửa hàng sau khi giảm giá lần đầu là 10 % và lần thứ hai là 5 % thì bây giờ đã tăng 8 % trở lại. Biết giá giảm hay tăng giá được tính dựa theo giá đang bán. Hiện tại giá mỗi chiếc xe đạp là 7387200 (đồng). Tính giá gốc ban đầu khi chưa tăng giảm của đợt bán xe đạp này.

Lời giải

Gọi x (đồng) là giá gốc ban đầu khi chưa tăng giảm của đợt bán xe đạp ($x > 0$).

Giá đợt bán xe sau lần giảm giá đầu tiên là: $x - x.10\% = 0,9x$ (đồng).

Giá đợt bán xe sau lần giảm giá thứ hai là: $0,9x - 0,9x.5\% = 0,855x$ (đồng).

Giá đợt bán xe sau khi tăng giá là: $0,855x + 0,855x.8\% = 0,9234x$ (đồng).

Theo đề bài ta có: $0,9234x = 7387200 \Leftrightarrow x = 8000000$ (đồng)

Vậy giá bán xe ban đầu là 8 triệu đồng.

Bài 15. Để khuyến khích tiết kiệm điện, giá điện sinh hoạt được tính theo kiểu lũy tiến, nghĩa là nếu người sử dụng càng dùng nhiều điện thì giá mỗi số điện (1 kWh) càng tăng lên theo các mức như sau:

Mức thứ nhất: Tính cho 100 số điện đầu tiên;

Mức thứ hai: Tính cho số điện thứ 101 đến 150, mỗi số đắt hơn 150 đồng so với mức thứ nhất;

Mức thứ ba: Tính cho số điện thứ 151 đến 200, mỗi số đắt hơn 200 đồng so với mức thứ hai; v.v...

Ngoài ra, người sử dụng còn phải trả thêm 10 % thuế giá trị gia tăng (thuế VAT).

Tháng vừa qua, nhà Tuấn dùng hết 165 số điện và phải trả 95700 đồng. Hỏi mỗi số điện ở mức thứ nhất giá là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x (đồng) là giá điện ở mức thứ nhất. ($x > 0$). Khi đó:

Số tiền phải trả ở mức 1 là $100x$.

Số tiền phải trả ở mức 2 là $50(x+150)$.

Số tiền phải trả ở mức 3 là $15(x+350)$.

Số tiền phải trả chưa tính thuế VAT là

$$100x + 50(x+150) + 15(x+350) = 165x + 7500 + 5250 = 165x + 12750.$$

Số tiền thuế VAT là $(165x + 12750).0,1$

Theo đề bài ta có phương trình $165x + 12750 + (165x + 12750).0,1 = 95700$

$$\Leftrightarrow (165x + 12750)(1 + 0,1) = 95700$$

$$\Leftrightarrow 165x + 12750 = 87000$$

$$\Leftrightarrow 165x = 74250$$

$$\Leftrightarrow x = 450 \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy giá điện ở mức thấp nhất là 450 đồng.

Bài 16. Bác Bình gửi tiết kiệm 100 triệu đồng vào ngân hàng A, kì hạn một năm. Cùng ngày, bác gửi tiết kiệm 150 triệu đồng vào ngân hàng B, kì hạn một năm, với lãi suất cao hơn lãi suất của ngân hàng A là 1% /năm. Biết sau đúng một năm kể từ ngày gửi tiền. Bác Bình nhận được tổng số tiền lãi là 16,5 triệu đồng từ hai khoản tiền gửi tiết kiệm nêu trên. Hỏi lãi suất tiền gửi tiết kiệm kì hạn một năm của ngân hàng A là bao nhiêu phần trăm?

Lời giải

Gọi lãi suất gửi tiết kiệm kì hạn một năm của ngân hàng A là $x\%$ / năm. ($x > 0$).

Thì lãi suất gửi tiết kiệm kì hạn một năm của ngân hàng B là $(x+1)\%$ / năm.

Tiền lãi bác Bình nhận được sau một năm gửi vào ngân hàng A là $100x\%$ (triệu đồng).

Tiền lãi bác Bình nhận được sau một năm gửi vào ngân hàng B là $150(x+1)\%$ (triệu đồng).

Tổng số tiền lãi bác Bình nhận được từ hai khoản tiết kiệm trên là 16,5 triệu đồng nên ta có phương trình $100x\% + 150(x+1)\% = 16,5 \Leftrightarrow x = 6$ (thỏa mãn).

Vậy lãi suất tiền gửi tiết kiệm kì hạn một năm của ngân hàng A là 6%.

Bài 17. Nhân dịp tựu trường, cửa hàng sách A thực hiện chương trình giảm giá cho học sinh khi mua các loại sách bài tập, sách giáo khoa, sách tham khảo,... Chương trình áp dụng với bộ sách bài tập môn Toán lớp 9 (trọn bộ bao gồm 5 quyển) như sau: Nếu mua quyển tập 1 thì được giảm 5% so với giá niêm yết. Nếu mua 2 tập đầu thì quyển tập 1 được giảm 5% còn quyển tập 2 được giảm 10% so với giá niêm yết. Nếu mua trọn bộ 5 quyển thì ngoài hai quyển đầu được giảm giá như trên, từ quyển tập 3 trở đi mỗi quyển sẽ được giảm 20% so với giá niêm yết.

a) Bạn Bình mua trọn bộ 5 quyển sách bài tập Toán lớp 9 ở cửa hàng sách A thì phải trả số tiền là bao nhiêu, biết rằng mỗi quyển sách bài tập Toán lớp 9 có giá niêm yết là 30 000 đồng.

b) Cửa hàng sách B áp dụng hình thức giảm giá khác cho loại sách bài tập Toán lớp 9 nêu trên là: nếu mua từ 3 quyển trở lên thì sẽ giảm giá 5 000 đồng cho mỗi quyển. Nếu bạn Bình mua trọn bộ 5 quyển sách bài tập Toán lớp 9 thì bạn Bình nên mua ở cửa hàng sách nào để số tiền phải trả ít hơn? Biết rằng giá niêm yết của hai cửa hàng sách là như nhau.

Lời giải

$$\text{a) Giá của quyển tập 1: } 30\,000 \cdot (100\% - 5\%) = 28\,500 \text{ (đồng)}$$

$$\text{Giá của quyển tập 2: } 30\,000 \cdot (100\% - 10\%) = 27\,000 \text{ (đồng)}$$

$$\text{Giá của 3 quyển còn lại: } 30\,000 \cdot (100\% - 20\%) \cdot 3 = 72\,000 \text{ (đồng)}$$

Vậy nếu bạn Bình mua trọn bộ 5 quyển sách bài tập Toán lớp 9 ở cửa hàng sách A thì phải trả số tiền là:

$$28\,500 + 27\,000 + 72\,000 = 127\,500 \text{ (đồng)}$$

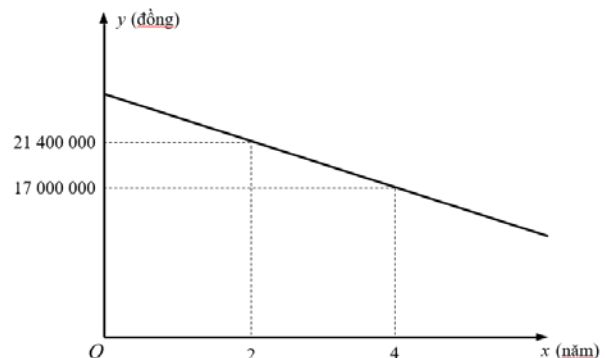
b) Nếu bạn Bình mua trọn bộ 5 quyển sách bài tập Toán lớp 9 ở cửa hàng sách B thì phải trả số tiền là: $(30\,000 - 5\,000) \cdot 5 = 125\,000$ (đồng) $< 127\,500$ (đồng)

Vậy bạn Bình nên mua ở cửa hàng sách B để số tiền phải trả ít hơn.

Bài 18. Đầu năm 2018, anh Nghĩa mua lại một chiếc máy tính xách tay cũ đã sử dụng qua 2 năm với giá là 21 400 000 đồng. Cuối năm 2019, sau khi sử dụng được thêm 2 năm nữa, anh Nghĩa mang chiếc máy tính đó ra cửa hàng để bán lại. Cửa hàng thông báo mua lại máy với giá chỉ còn 17 000 000 đồng. Anh Nghĩa thắc mắc về sự chênh lệch giữa giá mua và giá bán nên được nhân viên cửa hàng giải thích về mối liên hệ giữa giá trị của một chiếc máy tính xách tay với thời gian nó được sử dụng. Mối liên hệ đó được thể hiện dưới dạng một hàm số bậc nhất: $y = ax + b$ có đồ thị như sau:



- a) Xác định các hệ số a và b .
 b) Xác định giá ban đầu của chiếc máy tính xách tay nêu trên khi chưa qua sử dụng.



Lời giải

a) Dựa vào đồ thị hàm số, ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} 21\,400\,000 = 2a + b \\ 17\,000\,000 = 4a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2\,200\,000 \\ b = 25\,800\,000 \end{cases}$$

Vậy $a = -2\,200\,000$; $b = 25\,800\,000$

b) Ta có hàm số $y = -2\,200\,000 \cdot x + 25\,800\,000$

Vậy giá ban đầu của chiếc máy tính xách tay nêu trên khi chưa qua sử dụng là:

$$y = -2\,200\,000 \cdot 0 + 25\,800\,000 = 25\,800\,000 \text{ (đồng)}$$

Bài 19. An đi siêu thị mua một túi kẹo nặng 500 g trong đó gồm có hai loại kẹo là kẹo màu xanh và kẹo màu đỏ, về đếm được tổng cộng có 140 chiếc kẹo. Biết mỗi chiếc kẹo màu xanh nặng 3 g và mỗi chiếc kẹo màu đỏ nặng 5 g. Hỏi có bao nhiêu chiếc kẹo mỗi loại trong túi kẹo mà An đã mua.

Lời giải

Gọi số kẹo màu xanh và số kẹo màu đỏ trong túi kẹo lần lượt là x, y chiếc ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

Tổng số kẹo là 140 nên: $x + y = 140$

Khối lượng túi kẹo là 500 g nên: $3x + 5y = 500$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 140 \\ 3x + 5y = 500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 100 \\ y = 40 \end{cases}$$

Vậy gói kẹo màu xanh có 100 chiếc; gói kẹo màu đỏ có 40 chiếc

Bài 20. Cho Một gia đình (hộ A) kết nối mạng Internet. Cước phí hằng tháng được tính theo công thức sau: $T = 500a + 45000$. Trong công thức T là số tiền phải trả hàng tháng, a (tính bằng giờ) là thời gian truy cập Internet trong 1 tháng.

a) Hãy tính số tiền hộ A phải trả nếu sử dụng 50 giờ trong tháng.

b) Qua tháng sau hộ A phải trả 65000 đ. Vậy hộ A đã sử dụng bao nhiêu giờ cho dịch vụ Internet?

Lời giải

a) $T = 500a + 45000$

Với $a = 50$ thì $T = 500.50 + 45000 = 70000$ đồng.

b) Với $T = 65000$ thì $65000 = 500a + 45000$

$$\Leftrightarrow 500a = 20000$$

$$\Leftrightarrow a = 40$$

Vậy $a = 40$ giờ.

Bài 21. Thực hiện chương trình khuyến mãi “Ngày Chủ nhật vàng”, một cửa hàng điện máy giảm giá 50% trên 1 ti vi cho lô hàng ti vi gồm có 40 cái, giá bán lẻ trước đó là 6500000 đồng/cái. Đến trưa cùng ngày thì cửa hàng đã bán được 20 cái và cửa hàng quyết định giảm thêm 10% nữa (so với giá đã giảm lần 1) cho số ti vi còn lại.

a) Số tiền mà cửa hàng đó thu được khi đã bán hết lô hàng ti vi.

b) Biết rằng giá vốn là 2850000 đồng/cái ti vi. Hỏi cửa hàng lời hay lỗ khi bán hết lô hàng ti vi đó?

Lời giải

a) Số tiền 1 ti vi sau khi giảm giá 50% là:

$$6500000.50\% = 3250000 \text{ đ}$$

Số tiền bán được 20 cái lúc đầu là:

$$3250000.20 = 65000000 \text{ đ}$$

Giá bán 1 ti vi sau khi giảm giá lần 2 là

$$3250000 - 3250000.10\% = 2925000 \text{ đ}$$

Số tiền bán được 20 cái sau giảm giá lần 2 là:

$$2925000.20 = 58500000 \text{ đ}$$

Số tiền mà cửa hàng đó thu được khi đã bán hết lô hàng ti vi là:

$$65000000 + 58500000 = 123500000 \text{ đ}$$

b) Giá vốn của hết lô hàng ti vi là:

$$2850000.40 = 114000000 \text{ đ}$$

Cửa hàng bán hết lô hàng ti vi lời được số tiền

$$123500000 - 114000000 = 9500000 \text{ đ}$$

Bài 22. Siêu thị thực hiện chương trình giảm giá cho khách hàng mua loại nước rửa chén Sunlight loại 4,5 lít như sau: Nếu mua 1 can giảm 8000 đồng so với giá niêm yết. Nếu mua 2 can thì can thứ nhất giảm 8000 đồng và can thứ hai giảm 15000 đồng so với giá niêm yết. Nếu mua từ ba can trở lên thì ngoài hai can đầu được hưởng chương trình giảm giá như trên, từ can thứ 3 trở đi mỗi can sẽ được giảm giá 20% so với giá niêm yết. Ông A mua 5 can nước rửa chén Sunlight loại 4,5 lít ở Siêu thị thì phải trả bao nhiêu tiền, biết giá niêm yết là 115000 đồng/can.

Lời giải

Số tiền mua một can nước rửa chén sunlight trà xanh thứ nhất là:

$$115000 - 8000 = 107000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền mua một can nước rửa chén sunlight trà xanh thứ hai là:

$$115000 - 15000 = 100000 \text{ (đồng)}$$

Giá tiền mua ba can nước rửa chén sunlight trà xanh còn lại là:

$$115000 \cdot 80\% \cdot 3 = 276000 \text{ (đồng)}$$

Ông A phải trả số tiền mua 5 can nước rửa chén sunlight trà xanh là:

$$107000 + 100000 + 276000 = 483000 \text{ (đồng)}$$

Bài 23. Nhằm động viên, khen thưởng các em đạt danh hiệu “*Học sinh giỏi cấp thành phố*” năm học 2018-2019, trường THCS A tổ chức chuyến tham quan ngoại khóa tại một điểm du lịch với mức giá ban đầu là 375.000 đồng/người. Biết công ty du lịch giảm 10% chi phí cho mỗi giáo viên và giảm 30% chi phí cho mỗi học sinh. Số học sinh tham gia gấp 4 lần số giáo viên và tổng chi phí tham quan (sau khi giảm giá) là 12.487.500 đồng. Tính số giáo viên và số học sinh đã tham gia chuyến đi.

Lời giải

Gọi số giáo viên tham gia chuyến đi là x (Giáo viên). Điều kiện $x \in \mathbb{N}^*$

Khi đó: số học sinh tham gia chuyến đi là: $4x$ (Học sinh)

Theo bài ra, ta có phương trình:

$$x \cdot 90\% \cdot 375000 + 4x \cdot 70\% \cdot 375000 = 12487500$$

$$\Leftrightarrow 375000x \cdot (90\% + 4 \cdot 70\%) = 12487500$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{12487500}{375000 \cdot (90\% + 4 \cdot 70\%)} \Leftrightarrow x = 9$$

Vậy số giáo viên tham gia chuyến đi là 9 và số học sinh đã tham gia chuyến đi là 36.

Bài 24. Cho Vào ngày “Black Friday” giá bán 1 bộ máy vi tính được giảm 10% . Nếu mua online thì được giảm tiếp 5% trên giá đã giảm.

a) Bình mua online 1 bộ máy vi tính với giá niêm yết là 15000000 đồng (đã bao gồm thuế VAT)

vào ngày trên thì phải trả bao nhiêu tiền?

b) Cùng lúc đó, Bình mua thêm đĩa cài đặt phần mềm diệt virus ABC bản quyền 1 năm và phải trả tất cả là 13081500 đồng. Hỏi đĩa cài đặt phần mềm diệt virus ABC giá niêm yết là bao nhiêu? (*Kết quả làm tròn đến chữ số hàng ngàn*).

Lời giải

a) Số tiền Bình phải trả khi mua online bộ máy vi tính vào ngày trên là:

$$(15\,000\,000 \cdot 90\%) \cdot 95\% = 12\,825\,000 \text{ (đồng)}$$

b) Số tiền Bình đã trả khi mua đĩa cài đặt phần mềm diệt virus bản quyền:

$$13\,081\,500 - 12\,825\,000 = 256\,000 \text{ (đồng)}$$

Giá của cái đĩa trước khi giảm 5% :

$$256\,000 : 95\% \approx 270\,000 \text{ (đồng)}$$

Giá của cái đĩa trước khi giảm 10% :

$$270\,000 : 90\% = 300\,000 \text{ (đồng)}$$

Vậy giá ban đầu của cái đĩa cài đặt phần mềm diệt virus ABC là 300000 đồng.

Bài 25. Một món đồ có giá là 120000 đồng. Người ta giảm giá món đồ hai đợt, mỗi đợt đều giảm giá là $m\%$. Sau hai đợt giảm giá, giá của món đồ là 76800 đồng. Hỏi mỗi đợt giảm giá là bao nhiêu phần trăm?

Lời giải

Sau đợt giảm giá thứ nhất :

Tiền giảm giá là: $120000m\%$

Giá còn lại của món đồ là: $120000 - 120000m\% = 120000 \cdot (1 - m\%)$

Sau đợt giảm giá thứ hai:

Tiền giảm giá là: $120000(1 - m\%) \cdot m\%$.

Giá còn lại của món đồ là: $120000(1 - m\%) - 120000(1 - m\%) \cdot m\% = 120000(1 - m\%)^2$

Theo bài ra ta có $120000(1 - m\%)^2 = 76800m = 20$.

Mỗi đợt giảm giá là 20% .

Bài 26. Nhân dịp World Cup 2018 một cửa hàng thể thao đồng loạt giảm giá toàn bộ sản phẩm trong cửa hàng. Một áo thể thao giảm 10% một quần thể thao giảm 20% , một đôi giày thể thao giảm 30% . Đặc biệt nếu mua đủ bộ bao gồm 1 quần, 1 áo, 1 đôi giày thì sẽ được giảm tiếp 5% (tính theo giá trị của 3 mặt hàng trên sau khi giảm giá). Bạn An vào cửa hàng mua 3 áo giá 300000 VNĐ/ cái, 2 quần giá 250000/ cái, 1 đôi giày giá 1000000 VNĐ/ đôi (giá trên là giá chưa giảm). Vậy số tiền bạn An phải trả là bao nhiêu ?

Lời giải

Tổng giá tiền sản phẩm sau khi giảm :

$$3 \cdot 300000 \cdot 90\% + 2 \cdot 250000 \cdot 80\% + 1000000 \cdot 70\% = 1\,910\,000 \text{ (VNĐ)}$$

Vì mua đủ bộ 3 món nên số tiền được giảm thêm là :

$$(300000 \cdot 90\% + 250000 \cdot 80\% + 1000000 \cdot 70\%) \cdot 5\% = 585000 \text{ (VNĐ)}$$

Số tiền bạn An phải trả là: $1\,910\,000 - 585000 = 1\,325\,000 \text{ (VNĐ)}$

Bài 27. Để khuyến khích tiết kiệm điện, giá điện sinh hoạt được tính theo kiểu lũy tiến, nghĩa là nếu người sử dụng càng dùng nhiều điện thì giá mỗi số điện ($1kWh$) càng tăng lên theo các mức như sau:

Mức thứ nhất: Tính cho 100 số điện đầu tiên;

Mức thứ hai: Tính cho số điện thứ 101 đến 150 , mỗi số đắt hơn 150 đồng so với mức thứ nhất;

Mức thứ ba: Tính cho số điện thứ 151 đến 200 , mỗi số đắt hơn 200 đồng so với mức thứ hai;

v.v...

Ngoài ra, người sử dụng cịn phải trả thêm 10% thuế giá trị gia tăng (thuế VAT).

Tháng vừa qua, nhà Tuấn dùng hết 165 số điện và phải trả 95 700 đồng. Hỏi mỗi số điện ở mức thứ nhất giá là bao nhiêu ?

Lời giải

Gọi x (đồng) là giá điện ở mức thứ nhất. ($x > 0$)

Số tiền phải trả ở mức 1: $100x$

Số tiền phải trả ở mức 2: $50(x + 150)$

Số tiền phải trả ở mức: $15(x + 350)$

Số tiền phải trả chưa tính thuế VAT:

$$100x + 50(x + 150) + 15(x + 350) = 165x + 7500 + 5250 = 165x + 12750$$

Số tiền thuế VAT $(165x + 12750) \cdot 0,1$

Ta có phương trình: $165x + 12750 + (165x + 12750) \cdot 0,1 = 95\,700$

$$\Leftrightarrow (165x + 12750) (1 + 0,1) = 95\,700$$

$$\Leftrightarrow 165x + 12750 = 87\,000 \Leftrightarrow 165x + 12750 = 87\,000$$

$$\Leftrightarrow x = 450 \text{ (thỏa điều kiện đặt ra).}$$

Vậy giá điện ở mức thấp nhất là 450 đồng.

Bài 28. Giá cước dịch vụ GrabBike tại Thành phố Hồ Chí Minh từ tháng 2/2019 là: trong 2 km đầu tiên có giá 12000 đồng; mỗi km tiếp theo có giá là 3400 đồng. Tuy nhiên, nhà cung cấp dịch vụ này sẽ cộng thêm cả cước thời gian (sau 2 km đầu tiên) với mức cước 300 đồng/phút.

	Giá cước tối thiểu 2km đầu tiên	Giá cước mỗi km tiếp theo	Giá cước tính theo thời gian di chuyển (sau 2km đầu tiên)
Cách tính giá cước hiện tại	12.000đ	3.800đ/km	0đ/phút
Cách tính giá cước mới	12.000đ	3.400đ/km	300đ/phút

Gọi A (đồng) là tổng giá cước, S (km) là quãng đường đi được, t (phút) là thời gian đi hết quãng đường, giả sử tài xế di chuyển 2 km đầu tiên mất 6 phút. Như vậy mỗi quan hệ giữa tổng giá cước và thời gian theo công thức sau:

$$A = 12000 + (S - 2) \cdot 3400 + (t - 6) \cdot 300$$

a) Bạn An đi dịch vụ Grabike với quãng đường 10 km trong 30 phút thì bạn An sẽ trả bao nhiêu tiền?

b) Bạn An đi dịch vụ Grabike với quãng đường 12,5 km và trả số tiền là 120000 đ. Hỏi bạn An mất bao nhiêu thời gian?

(kết quả giá tiền làm tròn đến chữ số hàng ngàn, thời gian làm tròn đến phút)

Lời giải

a) Ta có: $A = 12000 + (S - 2) \cdot 3400 + (t - 6) \cdot 300$ với $S = 10$ km; $t = 30$ phút

$$A = 12000 + (10 - 2) \cdot 3400 + (30 - 6) \cdot 300 = 46400 \approx 46000 \text{ (đồng)}$$

b) $A = 12000 + (S - 2) \cdot 3400 + (t - 6) \cdot 300$ với $A = 60000$ đồng; $S = 12,5$ km

$$\Leftrightarrow 60000 = 12000 + (12,5 - 2) \cdot 3400 + (t - 6) \cdot 300$$

$$\Leftrightarrow t = 47 \text{ (phút)}$$

Bài 29. Trong tháng đầu hai tổ làm được 800 sản phẩm. Sang tháng thứ hai, tổ I vượt mức 15%, tổ II vượt mức 20% so với tháng đầu, do đó tháng thứ hai cả hai tổ làm được 945 sản phẩm. Hỏi tháng đầu, mỗi tổ làm được bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải

Gọi số sản phẩm tổ I làm trong tháng đầu là x sản phẩm ($0 \leq x \leq 800; x \in N$).

Gọi số sản phẩm tổ II làm trong tháng đầu là y sản phẩm ($0 \leq y \leq 800, x \in N$).

Vì trong tháng đầu hai tổ làm được 800 sản phẩm nên ta có phương trình:

$$x + y = 800 \quad (1)$$

Theo giả thiết, sang tháng thứ hai, tổ I vượt mức 15%, tổ II vượt mức 20% so với tháng đầu nên ta có:

$$\text{số sản phẩm tổ I làm được trong tháng hai là } x + 15\%x = \frac{23}{20}x,$$

$$\text{số sản phẩm tổ II làm được trong tháng hai là } y + 20\%y = \frac{6}{5}y.$$

Mà tháng thứ hai cả hai tổ làm được 945 sản phẩm nên ta có phương trình:

$$\frac{23}{20}x + \frac{6}{5}y = 945 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 800 \\ \frac{23}{20}x + \frac{6}{5}y = 945 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 800 - y \\ \frac{23}{20}(800 - y) + \frac{6}{5}y = 945 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 800 - y \\ \frac{23}{20}(800 - y) + \frac{6}{5}y = 945 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 800 - y \\ 920 - \frac{23}{20}y + \frac{6}{5}y = 945 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 800 - y \\ -\frac{23}{20}y + \frac{6}{5}y = 25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 800 - y \\ \frac{1}{20}y = 25 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 800 - y \\ y = 500 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 500 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy tháng đầu, tổ I làm được 300 sản phẩm, tổ II làm được 500 sản phẩm.

Bài 30. Nhân dịp Quốc tế Phụ nữ 8/3 bạn Hồng dự định đi siêu thị mua tặng mẹ một cái máy sấy tóc và một cái bàn ủi với tổng giá tiền là 720 nghìn đồng. Vì lễ nên siêu thị giảm giá, mỗi máy sấy tóc giảm 10%, mỗi bàn ủi giảm 20% nên Hồng chỉ phải trả 602 nghìn đồng. Hỏi giá tiền ban đầu (khi chưa trả giá) của mỗi máy sấy tóc, bàn ủi là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi giá tiền ban đầu (khi chưa giảm giá) của mỗi máy sấy tóc là x (nghìn đồng) ($0 < x < 720$)

Giá tiền ban đầu (khi chưa giảm giá) của mỗi bàn ủi là $720 - x$ (nghìn đồng)

Giá tiền sau khi giảm giá của mỗi máy sấy tóc là $\frac{90}{100}x = \frac{9}{10}x$ (nghìn đồng)

Giá tiền sau khi giảm giá của mỗi bàn ủi là $\frac{80}{100}(720 - x) = 576 - \frac{4}{5}x$ (nghìn đồng)

Vì sau khi giảm giá, Hồng chỉ phải trả 602 nghìn đồng nên ta có phương trình:

$$\frac{9}{10}x + 576 - \frac{4}{5}x = 602$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{10}x = 26$$

$$\Leftrightarrow x = 260 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy giá tiền ban đầu (khi chưa giảm giá) của mỗi máy sấy tóc là 260 nghìn đồng.

Giá tiền ban đầu (khi chưa giảm giá) của mỗi bàn ủi là $720 - 260 = 460$ (nghìn đồng).

Bài 31. Lớp 9A có nhu cầu tổ chức đi học tập trải nghiệm vào dịp cuối năm, do vậy cần thuê một hướng dẫn viên du lịch cho chuyến đi trải nghiệm này. Có hai công ty du lịch A và B được liên hệ để lấy thông tin về giá:

- Công ty A có phí dịch vụ ban đầu là 500 nghìn đồng cộng với 3 nghìn đồng cho mỗi ki lô mét (km) hướng dẫn.

- Công ty B có phí dịch vụ ban đầu là 400 nghìn đồng cộng với 3 nghìn 500 đồng cho mỗi ki lô mét (km) hướng dẫn.

Phí dịch vụ của cả hai công ty chỉ tính cho chiều đi (chiều về không tính phí).

a) Lớp 9A nên chọn công ty nào để thuê hướng dẫn viên biết rằng quãng đường cho chuyến đi theo một chiều là 360km.

b) Khoảng cách giữa điểm đi và điểm đến cần thỏa mãn điều kiện gì để việc chọn công ty B có lợi hơn.

Lời giải

a) Để đi quãng đường 360km thì

Số tiền phải trả nếu chọn công ty A là: $500000 + 3000.360 = 1580000$ (đồng)

Số tiền phải trả nếu chọn công ty B là: $400000 + 3500.360 = 1660000$ (đồng)

Như vậy, lớp 9A nên chọn dịch vụ của công ty A.

b) Gọi quãng đường cần đi là x (km) ($x > 0$)

Số tiền phải trả nếu chọn công ty A là: $500000 + 3000.x$ (đồng)

Số tiền phải trả nếu chọn ty B là: $400000 + 3500.x$ (đồng)

Nếu chọn công ty B có lợi hơn thì số tiền phải trả cho công ty B phải ít hơn công ty A, nghĩa là ta có: $400000 + 3500.x < 500000 + 3000.x$

Giải bất phương trình được: $x < 200$.

Kết hợp với điều kiện ta có: $0 < x < 200$.

Vậy nên chọn công ty B nếu đi quãng đường nhỏ hơn 200 km.

Bài 32. Một công ty du lịch dự định tổ chức một tour du lịch xuyên Việt nhân kỉ niệm ngày giải phóng hoàn toàn miền Nam 30-4. Công ty dự định nếu giá tour là 2 triệu đồng thì sẽ có khoảng 150 người tham gia. Để kích thích mọi người tham gia, công ty sẽ quyết định giảm giá và cứ mỗi lần giảm giá tour 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm 20 người tham gia. Hỏi công ty phải giảm giá tour là bao nhiêu để doanh thu từ tour xuyên Việt là lớn nhất.

Lời giải

Gọi x là giá tour (triệu đồng; $0 < x < 2$)

Giá đã giảm so với ban đầu là $2 - x$ (triệu đồng)

Vì mỗi lần giảm giá tour 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm 20 người tham gia nên số người tham gia tăng thêm khi giảm $2 - x$ triệu đồng là $(2 - x) : 0,1.20 = 400 - 200x$ (người)

Tổng số người tham gia là: $150 + 400 - 200x = 550 - 200x$ (người)

Tổng doanh thu là :

$$L = x(550 - 200x) \text{ (triệu đồng)}$$

$$\text{Ta có: } L = x(550 - 200x) = -200\left(x - \frac{11}{8}\right)^2 + \frac{3025}{8} \leq \frac{3025}{8}$$

Doanh thu từ tour xuyên Việt là lớn nhất là $L = \frac{3025}{8} = 378,125$ (triệu đồng) khi $x = \frac{11}{8} = 1,375$ (triệu đồng). Vậy giá tour là 1 375 000 triệu đồng.

Bài 33. Một vé xem phim có giá 60000 đồng. Khi có đợt giảm giá, mỗi ngày số lượng người xem tăng lên 50% , do đó doanh thu cũng tăng 25% . Hỏi giá vé khi được giảm là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x là số lượng khán giả đi xem phim lúc chưa giảm giá ($x \in \mathbb{N}^*$)

Số tiền thu được lúc chưa giảm giá là $60000x$ (đồng)

Số lượng khán giả sau khi giảm giá là: $x.150\%$

Số tiền thu được sau khi giảm giá là: $60000x.125\%$

$$\text{Vậy giá tiền số vé lúc giảm: } \frac{60000x.125\%}{x.150\%} = 50000 \text{ (đồng)}$$

Bài 34. Một cửa hàng thời trang nhập về 100 áo với giá vốn 300000 đồng/ 1 áo. Đợt một, cửa hàng bán hết 80 áo. Nhân dịp khuyến mãi, để bán hết phần còn lại, cửa hàng đã giảm giá 30% so với giá niêm yết ở đợt một. Biết rằng sau khi bán hết số áo của đợt nhập hàng này thì cửa hàng lãi 12300000 đồng.

- a) Tính tổng số tiền cửa hàng thu về khi bán hết 100 áo ?
b) Hỏi vào dịp khuyến mãi cửa hàng đó bán một chiếc áo giá bao nhiêu tiền ?

Lời giải

- a) Tổng số tiền cửa hàng thu về khi bán hết 100 áo là :

$$300000.100 + 12300000 = 42300000 \text{ đồng.}$$

- b) Gọi x là giá bán 1 áo ở đợt đầu. ($x > 300000$).

Giá bán 1 áo vào ngày *khuyến mãi*: $70\% \cdot x$

Vì tổng số tiền sau khi bán hết áo là 42300000 đồng. Ta có phương trình:

$$80x + 20.70\%x = 42300000$$

$$\Leftrightarrow x = 450000 \text{ (nhận)}$$

Vậy giá bán 1 áo vào ngày khuyến mãi là :

$$70\%.450000 = 315000 \text{ đồng.}$$

Bài 35. Một người thuê nhà với giá 3 000 000 đồng/tháng và người đó phải trả tiền dịch vụ giới thiệu là 1 000 000 đồng (Tiền dịch vụ chỉ trả 1 lần). Gọi x (tháng) là khoảng thời gian người đó thuê nhà, y (đồng) là số tiền người đó phải tốn khi thuê nhà trong x tháng.

- a) Em hãy tìm một hệ thức liên hệ giữa y và x ?
b) Tính số tiền người đó phải tốn sau khi ở 2 tháng, 6 tháng?

Lời giải

a) $y = f(x) = 3000000x + 1000000.$

b) $f(2) = 3000000.2 + 1000000 = 7000000.$

$$f(6) = 3000000.6 + 1000000 = 19000000.$$

Bài 36. Trong một xưởng sản xuất đồ gia dụng có tổng cộng 900 thùng hàng và mỗi ngày nhân viên sẽ lấy 30 thùng hàng để đi phân phối cho các đại lí.

- a) Gọi T là số thùng hàng còn lại trong xưởng sau n ngày. Hãy lập hàm số T theo n .
b) Biết một thùng hàng có giá trị là 2 triệu đồng và mỗi chuyến xe vận chuyển 30 thùng hàng trong mỗi ngày sẽ tốn 2,5 triệu đồng. Hỏi sau khi bán hết tất cả thùng hàng thì xưởng sẽ lời bao nhiêu tiền ?

Lời giải

a) Vì mỗi ngày nhân viên lấy đi 30 thùng hàng nên số thùng hàng còn lại trong xưởng sau n ngày là:
 $T = 900 - 30n$

Vậy hàm số T theo n là: $T = 900 - 30n.$

- b) Số tiền mà xưởng thu được khi bán hết 900 thùng hàng là:

$$900.2000000 = 1800000000 \text{ (đồng)}$$

Số chuyến xe để chở hết 900 thùng hàng là: $900 : 30 = 30 \text{ (chuyến)}$

Số tiền mà xưởng phải trả cho 30 chuyên xe là:

$$30.2500000 = 75000000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền lời sau khi xưởng bán hết 900 thùng hàng là:

$$1800000000 - 75000000 = 1725000000 \text{ (đồng)}$$

Bài 37. Nhân dịp đội tuyển Việt Nam có thành tích tốt tại vòng loại World cup 2022 Châu Á, một cửa hàng thể thao đồng loạt giảm giá toàn bộ sản phẩm trong cửa hàng. Một áo thể thao giảm 10% , một quần thể thao giảm 20% , một đôi giày thể thao giảm 30% . Đặc biệt nếu mua đủ bộ bao gồm 1 quần, 1 áo, 1 đôi giày thì sẽ được giảm tiếp 5% (tính theo giá trị của 3 mặt hàng trên sau khi giảm giá). Bạn Quang Hải vào cửa hàng mua 3 áo giá 300000 VNĐ/cái, 2 quần giá 250000/ cái, 1 đôi giày giá 1000000 VNĐ/đôi (giá trên là giá chưa giảm). Vậy số tiền bạn Hải phải trả là bao nhiêu?

Lời giải

Giá 1 áo giảm là: $300000 - 300000.10\% = 270000$

Giá 1 quần giảm là: $250000 - 250000.20\% = 200000$

Giá 1 giày giảm là: $1000000 - 1000000.30\% = 700000$

Combo 1 áo, 1 quần, 1 giày giảm:

$$(270000 + 200000 + 700000) - (270000 + 200000 + 700000).5\% = 1111500$$

Tổng số tiền An phải trả: $1111500 + (270000.2) + 200000 = 1851500 \text{ VNĐ}$

Bài 38. Xe máy Honda Future Vành Đúc – Đèn Led 2018 có giá niêm yết là 31540000 đồng. Năm 2019, cửa hàng đã giảm giá xe này lần 1. Năm 2020, cửa hàng giảm thêm lần nữa trên giá đã giảm với phần trăm bằng lần 1 và Anh Hai chỉ phải trả số tiền 28464850 đồng khi mua xe này. Hỏi cửa hàng đã giảm giá xe này bao nhiêu phần trăm cho mỗi đợt ?

Lời giải

Gọi x là phần trăm cửa hàng giảm giá mỗi đợt cho xe này ($x > 0$).

Theo đề bài xe máy có giá niêm yết là 31540000 đồng. Năm 2019, cửa hàng đã giảm giá xe này lần 1. Năm 2020, cửa hàng giảm thêm lần nữa trên giá đã giảm với phần trăm bằng lần 1 và Anh Hai chỉ phải trả số tiền 28464850 đồng khi mua xe này nên ta có:

$$31540000.(100\% - x)(100\% - x) = 28464850$$

$$\Leftrightarrow 31540000.(1 - x)^2 = 28464850$$

$$\Leftrightarrow (1 - x)^2 = 28464850 : 31540000$$

$$\Leftrightarrow (1 - x)^2 = 0,9025$$

$$\Leftrightarrow 1 - x = 0,95$$

$$\Leftrightarrow x = 1 - 0,95$$

$$\Leftrightarrow x = 0,05 = 5\% \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy cửa hàng đã giảm giá xe này mỗi đợt là 5%.

Bài 39. Một gia đình ở Đồng Nai nuôi ba con bò sữa để có thu nhập cho gia đình. Trung bình mỗi con cho khoảng 2400 lít sữa/ năm , giá bán khoảng 12 000 đồng/ lít. Biết rằng tiền lời mỗi năm

(sau khi đã trừ đi chi phí đầu tư, chăm sóc bò) bằng $\frac{1}{3}$ chi phí đầu tư và chăm sóc bò. Tính xem mỗi năm gia đình có được thu nhập (số tiền lời) là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x (đồng) là số tiền lời mỗi năm của gia đình ($x > 0$).

Chi phí đầu tư và chăm sóc bò: $3x$ (đồng)

Ta có phương trình: $x + 3x = 3.2400.12000$

$$\Leftrightarrow 4x = 86400000$$

$$\Leftrightarrow x = 86400000 : 4$$

$$\Leftrightarrow x = 21600000 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Vậy thu nhập mỗi năm của gia đình là 21600000 đồng

Bài 40. Một cơ sở sản xuất bánh da dứa định sản xuất 1 000 trái bánh có đường kính 3dm. Biết 1 m^2 da giá 200 000 đồng, tiền công và tiền vật liệu khác là 50 000 đồng. Hỏi khi người ta bán lẻ một trái bánh là 200 000 đồng thì người ta thu được lãi là bao nhiêu phần trăm so với giá vốn? (Cho $\pi = 3,14$.)

Lời giải

Vì trái bánh có dạng hình cầu, có đường kính 3 dm = 0,3 m

$$\Rightarrow S \text{ trái bánh} = S \text{ mặt cầu } 3,14 \cdot (0,3)^2 = 0,2826(m^2)$$

Mà 1 m^2 da giá 200000 đồng, tiền công và tiền vật liệu khác 50000 đồng.

Giá vốn để làm một trái bánh là:

$$0,2826 \cdot 200000 + 50000 = 106520 \text{ (đồng).}$$

Số vốn để làm 1000 trái bánh là: $1000 \cdot 106520 = 106520000$ (đồng).

Phần trăm lãi so với giá vốn là 46,74%.

Bài 41. Bạn Kim dự định đem vừa đủ số tiền để mua 40 quyển tập tại nhà sách Nguyễn Tri Phương. Tuy nhiên, hôm nay nhà sách có chương trình khuyến mãi đầu năm giảm giá 20% mỗi quyển tập. Hỏi với số tiền bạn Kim đem có thể mua được tất cả bao nhiêu quyển tập?

Lời giải

Giá tiền mua một quyển tập khi chưa giảm là x ($x > 0$).

Số quyển tập sẽ mua được khi đã giảm là y ($y > 0$).

Vì số tiền để mua 40 quyển tập bằng với số tiền bằng với số tiền mua sách khi được giảm giá 20% mỗi quyển tập nên ta có phương trình:

$$40x = (1 - 20\%) \cdot x \cdot y$$

$$\Leftrightarrow 40 = (1 - 20\%) \cdot y$$

$$\Leftrightarrow 40 = \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot y$$

$$\Leftrightarrow 40 = \frac{4}{5} \cdot y$$

$$\Leftrightarrow y = 50 \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Kim mua được 50 quyển tập.

Bài 42. Nhân dịp Tết nguyên đán, cửa hàng thể thao đồng loạt giảm giá toàn bộ sản phẩm trong cửa hàng. Một áo thể thao giảm 10% , một quần thể thao giảm 20% , một đôi giày thể thao giảm 30% . Đặc biệt nếu mua đủ bộ bao gồm 1 quần, 1áo, 1đôi giày thì sẽ được giảm tiếp 5% (tính theo giá trị của 3 mặt hàng trên sau khi giảm giá). Bạn An vào cửa hàng mua 3 áo giá 300000 VNĐ/cái, 2 quần giá 250000/cái, 1 đôi giày giá 1000000 VNĐ/ đôi (giá trên là giá chưa giảm). Vậy số tiền bạn An phải trả là bao nhiêu?

Lời giải

Số tiền bạn An phải trả khi mua 3 áo là :

$$3.300000.90\% = 810000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền bạn An phải trả khi mua 2 quần là :

$$2.250000.80\% = 400000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền bạn An phải trả khi mua 1 đôi giày là :

$$1000000.70\% = 700000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền bạn An được giảm khi mua đủ bộ là :

$$(810000 : 3 + 400000 : 2 + 700000).5\% = 58500 \text{ (đồng)}$$

Vậy, số tiền bạn An phải trả là :

$$810000 + 400000 + 700000 - 58500 = 1851500 \text{ (đồng)}$$

Bài 43. Bà Hai đi chợ mua 23 trái táo và lê hết 206 000 đồng. Biết giá một trái táo là 10 000 đồng, giá một quả lê là 8 000 đồng. Hỏi bà Hai đã mua bao nhiêu trái táo, bao nhiêu trái lê?

Lời giải

Gọi số trái táo bà Hai đã mua là: x (trái) ($x \in \mathbb{N}^*, x < 23$)

Số trái lê bà Hai đã mua là: $23 - x$ (trái)

Số tiền mua táo là: $10x$ (ngàn đồng)

Số tiền mua lê là: $8(23 - x)$ (ngàn đồng)

Theo đề bài ta có phương trình:

$$10x + 8(23 - x) = 206 \Leftrightarrow 2x = 22 \Leftrightarrow x = 11 \text{ (nhận)}$$

Vậy bà Hai đã mua 11 quả táo và $23 - 11 = 12$ quả lê.

Bài 44. Trong kho hàng có tất cả 800 tấn hàng và mỗi ngày người ta đến kho lấy đi 30 tấn hàng.

a) Hãy viết hàm số biểu thị số hàng còn lại trong kho.

b) Hỏi sau mấy ngày thì trong kho còn 260 tấn hàng.

Lời giải

a) Gọi số ngày lấy hàng là x (ngày) ($x \in \mathbb{N}$)

Hàm số biểu thị số hàng còn lại trong kho sau x ngày là:

$$y = 800 - 30x$$

b) Với $y = 260$, ta có:

$$260 = 800 - 30x \Leftrightarrow x = 18$$

Vậy sau 18 ngày thì số hàng trong kho còn lại 260 tấn hàng.

Bài 45. Một nông trại có tổng số Gà và Vịt là 6000 con, sau khi bán đi 1600 con Gà và 800 con Vịt thì số Vịt còn lại bằng 80% số Gà. Hỏi sau khi bán, nông trại còn lại bao nhiêu con Gà? Bao nhiêu con Vịt?

Lời giải

Gọi x là số con Gà, y là số con Vịt ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

Tổng số Gà và Vịt là 6000 con nên: $x + y = 6000$

Số con Vịt sau khi bán bằng 80% số con Gà sau khi bán nên:

$$y - 800 = 80\% (x - 1600)$$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 6000 \\ y - 800 = 80\% (x - 1600) \end{cases}$$

Giải hệ phương trình tìm được $x = 3600$, $y = 2400$

Số con Gà còn lại sau khi bán: $3600 - 1600 = 2000$ (con)

Số con Vịt còn lại sau khi bán: $2400 - 800 = 1600$ (con)

Giải lại b)

b) Gọi số Gà và số Vịt ban đầu của nông trại ban đầu lần lượt là x, y (con),
($x, y \in \mathbb{N}^*$; $x, y < 6000$)

Vì tổng số Gà và Vịt ban đầu của nông trại là 6000 con nên ta có phương trình:

$$x + y = 6000 \quad (1) \quad (\text{con})$$

Sau khi bán được 1600 con Gà và 800 con Vịt thì số con Vịt sau khi bán bằng 80% số con Gà sau khi bán nên ta có phương trình:

$$y - 800 = 80\% (x - 1600) \Leftrightarrow 4x - 5y = 2400 \quad (2) \quad (\text{con})$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 6000 \\ 4x - 5y = 2400 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 5y = 30000 \\ 4x - 5y = 2400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 6000 \\ 9x = 32400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2400(t/m) \\ x = 3600(t/m) \end{cases}$$

Số con Gà còn lại sau khi bán 1600 con là: $3600 - 1600 = 2000$ (con)

Số con Vịt còn lại sau khi bán 800 con là: $2400 - 800 = 1600$ (con).

Bài 46. Thực hiện chương trình khuyến mãi “ngày chủ nhật vàng” một cửa hàng điện máy giảm giá 50% cho lô hàng ti vi gồm có 40 cái với giá bán lẻ trước đó là 6 500 000 đồng một cái ti vi. Đến trưa cùng ngày thì cửa hàng bán được 20 cái ti vi và cửa hàng quyết định giảm thêm 10% nữa (so với giá đã giảm lần 1) cho số ti vi còn lại.

a) Tính số tiền mà cửa hàng thu được khi bán hết lô hàng ti vi.

b) Biết rằng giá vốn là 2 850 000 đồng/cái ti vi. Hỏi cửa hàng lời hay lỗ khi bán hết lô hàng ti vi đó.

Lời giải

a) Giá tiền mỗi ti vi sau khi giảm giá 50% là:

$$6\,500\,000 \cdot 50\% = 3\,250\,000 \text{ (đồng)}.$$

Số tiền cửa hàng thu được khi bán 20 cái ti vi ban đầu là:

$$3\,250\,000 \cdot 20 = 65\,000\,000 \text{ (đồng)}.$$

Số tiền cửa hàng thu được khi bán 20 cái ti vi còn lại là:

$$3\,250\,000 \cdot 90\% \cdot 20 = 58\,500\,000 \text{ (đồng)}.$$

Số tiền cửa hàng thu được khi bán hết lô hàng ti vi là:

$$65\,000\,000 + 58\,500\,000 = 123\,500\,000 \text{ (đồng)}.$$

b) Số tiền vốn của cửa hàng là:

$$2850000.40 = 114\,000\,000 \text{ (đồng)}.$$

Vậy cửa hàng đó đã lời $123\,500\,000 - 114\,000\,000 = 9\,500\,000$ (đồng) sau khi bán hết lô tivi.

Bài 47. Một cửa hàng niêm yết giá bán ghế như sau:

	Đơn giá (chưa tính thuế giá trị gia tăng)
Mua từ cái thứ 1 đến cái thứ 3	350 000 đồng/ cái
Mua từ cái thứ 4 đến cái thứ 5	330 000 đồng/ cái
Mua từ cái thứ 6 trở lên	300 000 đồng/ cái

Cô Hoa muốn mua 20 chiếc ghế. Tính số tiền cô phải trả là bao nhiêu? (Biết khi tính tiền cô phải trả thêm thuế VAT là 8%).

Lời giải

Số tiền mua 3 chiếc ghế đầu chưa tính thuế VAT là: $350\,000.3 = 1\,050\,000$ (đồng).

Số tiền mua 2 chiếc ghế tiếp theo chưa tính thuế VAT là: $330\,000.2 = 660\,000$ (đồng).

Số tiền mua 15 chiếc ghế còn lại chưa tính thuế VAT là: $300\,000.15 = 4\,500\,000$ (đồng).

Số tiền cô Hoa phải trả khi mua 20 chiếc ghế là:

$$(4\,500\,000 + 660\,000 + 1\,050\,000).108\% = 6\,706\,800 \text{ (đồng)}.$$

Bài 48. Một cửa hàng điện máy đợt Noel giảm 15% trên giá bán tivi. Đến ngày tết Âm lịch, cửa hàng tiếp tục giảm 10% so với đợt 1 nên giá của một chiếc tivi chỉ còn 7650000 đồng. Hỏi giá ban đầu của một chiếc tivi là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x (đồng) là giá tiền ban đầu của chiếc tivi ($x > 0$)

Giá tiền chiếc tivi sau khi giảm giá đợt Noel là: $x - 15\%x = 0,85x$ (đồng)

Giá tiền chiếc tivi sau khi giảm giá đợt tết Âm lịch là:

$$0,85x - 10\%.0,85x = 0,765x \text{ (đồng)}$$

Theo đề bài ta có: $0,765x = 7650000$

$$\Rightarrow x = 10000000 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy giá bán ban đầu của chiếc tivi là 10000000 đồng.

Bài 49. Trong đợt khuyến mãi chào năm học mới, nhà sách A thực hiện chương trình giảm giá cho khách hàng như sau:

Khi mua tập loại 96 trang do công ty B sản xuất thì mỗi quyển tập được giảm 10% so với giá niêm yết. Khi mua bộ I đúng 10 quyển tập loại 96 trang đóng gói sẵn hoặc bộ II đúng 20 quyển tập loại 96 trang đóng gói sẵn do công ty C sản xuất thì mỗi quyển tập bộ I được giảm 10% so với giá niêm yết, còn mỗi quyển tập bộ II được giảm 15% so với giá niêm yết. Khách hàng mua lẻ từng quyển tập loại 96 trang do công ty C sản xuất thì không được giảm giá.

Biết giá niêm yết của 1 quyển tập 96 trang do hai công ty B và công ty C sản xuất đều có giá là 8000 đồng.

a) Bạn Hùng vào nhà sách A mua đúng 10 quyển tập loại 96 trang đóng gói sẵn (bộ I) do công ty C sản xuất thì bạn Hùng phải trả số tiền là bao nhiêu?

b) Mẹ bạn Lan vào nhà sách A mua 25 quyển tập loại 96 trang thì nên mua tập do công ty nào sản xuất để số tiền phải trả là ít hơn?

Lời giải

a) Bạn Hùng vào nhà sách A mua đúng 10 quyển tập loại 96 trang đóng gói sẵn (bộ I) do công ty C sản xuất thì bạn Hùng phải trả số tiền là

Số tiền bạn Hùng phải trả là: $10.8000.90\% = 72000$ (đồng)

b) Giá tiền phải trả khi mua 25 quyển tập do công ty B sản xuất là:

$25.8000.90\% = 180000$ (đồng)

Giá tiền phải trả khi mua 25 quyển tập do công ty C sản xuất là:

$20.8000.85\% + 5.8000 = 176000$ (đồng)

Vậy mẹ bạn Lan mua 25 tập loại 96 trang do công ty C sản xuất thì số tiền phải trả là ít hơn.

Bài 50. Một vé xem phim có giá 80000 đồng. Khi có đợt giảm giá, mỗi ngày số người xem tăng lên 60% so với lúc chưa giảm giá, do đó doanh thu cũng tăng 20% so với lúc chưa giảm giá. Hỏi giá vé khi được giảm là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi số tiền được giảm cho 1 vé là x (đồng) ($x > 0$)

Gọi số người đến xem lúc chưa giảm giá là y ($y > 0$)

Ta có : $160\% y \cdot (80000 - x) = 120\% \cdot 80000 \cdot y \Rightarrow x = 20000$ (đồng).

Vậy giá vé sau khi được giảm là: $80000 - 20000 = 60000$ (đồng).

Bài 51. Cửa hàng A nhập về một số sản phẩm và dự định bán mỗi sản phẩm với giá 280000 đồng để đạt được lợi nhuận 40%. Sau khi bán được một phần ba số sản phẩm, cửa hàng nhận thấy sản phẩm bán không chạy nên quyết định giảm giá bán mỗi sản phẩm để đạt lợi nhuận trên toàn bộ sản phẩm là 20%. Hỏi cửa hàng A bán mỗi sản phẩm còn lại với giá bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x (đồng) là giá cửa hàng A bán số sản phẩm còn lại ($x > 0$)

y là tổng số sản phẩm cửa hàng nhập về ($y \in \mathbb{N}^*$).

Theo dự định cửa hàng bán mỗi sản phẩm với giá 280000 đồng để đạt được lợi nhuận 40% ta có phương trình: $280000y = 140\%$ (1)

Sau khi bán được một phần ba số sản phẩm, cửa hàng nhận thấy sản phẩm bán không chạy nên quyết định giảm giá bán mỗi sản phẩm để đạt lợi nhuận trên toàn bộ sản phẩm là 20% nên ta có

phương trình: $\frac{y}{3} \cdot 280000 + \frac{y}{3} \cdot x = 120\%$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 280000y = 140\% \\ \frac{y}{3} \cdot 280000 + \frac{y}{3} \cdot x = 120\% \end{cases}$$

$\Leftrightarrow x = 220000$ (thoả mãn).

Vậy cửa hàng A bán mỗi sản phẩm còn lại với giá 220000 đồng.

Bài 52. Một người mua hai loại hàng và phải trả tổng cộng 2,17 triệu đồng kể cả thuế giá trị gia tăng (VAT) với mức 10% đối với loại hàng thứ nhất và 8% đối với loại hàng thứ hai. Nếu áp thuế VAT 9% cho cả 2 loại hàng thì người đó phải trả tổng cộng 2,18 triệu đồng. Hỏi giá tiền mỗi loại hàng là bao nhiêu khi chưa tính thuế VAT?

Lời giải

Gọi x, y (triệu đồng) lần lượt là giá tiền chưa có thuế VAT của loại hàng thứ nhất và thứ hai ($x, y > 0$).

Số tiền đã trả (có VAT) cho loại hàng thứ nhất là $110\% x$.

Số tiền đã trả (có VAT) cho loại hàng thứ hai là $108\% y$.

Ta có pt : $1,1x + 1,08y = 2,17$ (1)

Khi áp thuế VAT 9% cho cả 2 loại hàng thì ta có phương trình: $1,09x + 1,09y = 2,18$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 1,1x + 1,08y = 2,17 \\ 1,09x + 1,09y = 2,18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,5 \\ y = 1,5 \end{cases}$$

Vậy giá tiền chưa có thuế VAT của loại hàng thứ nhất là 0,5 triệu đồng.

giá tiền chưa có thuế VAT của loại hàng thứ hai là 1,5 triệu đồng.

Bài 53. Công ty Viễn thông A cung cấp dịch vụ Internet với mức phí ban đầu là 400000 đồng và phí hàng tháng là 50000 đồng. Công ty Viễn thông B cung cấp dịch vụ Internet không tính phí ban đầu nhưng phí hàng tháng là 90000 đồng.

a) Viết hai hàm số biểu thị mức tính phí khi sử dụng Internet của hai công ty Viễn thông A và công ty Viễn thông B?

b) Hỏi gia đình ông C sử dụng Internet trên mấy tháng thì chọn dịch vụ bên công ty Viễn thông A có lợi hơn?

Lời giải

a) Gọi y_1, y_2 là hai hàm số lần lượt biểu thị mức tính phí khi sử dụng Internet của hai công ty A và B. Gọi x là biến số tháng sử dụng Internet ($x > 0, x \in \mathbb{N}$). Khi đó

$$y_1 = 400000 + 50000x$$

$$y_2 = 90000x$$

b) Để số tháng để gia đình ông C sử dụng Internet bên công ty Viễn thông A có lợi hơn khi sử dụng bên công ty Viễn thông B thì

$$400000 + 50000x < 90000x \Leftrightarrow x > 10$$

Vậy gia đình ông C sử dụng Internet trên 10 tháng thì chọn dịch vụ bên công ty Viễn thông A có lợi hơn. (hoặc từ 11 tháng trở lên)

Bài 54. Hôm qua mẹ của bạn Hồng qua tiệm tạp hóa gần nhà mua 20 quả trứng gồm 10 quả trứng gà và 10 quả trứng vịt hết 45000 đồng. Hôm nay mẹ của bạn Hồng cũng qua tiệm tạp hóa gần nhà mua 20 quả trứng gồm 15 quả trứng gà và 5 quả trứng vịt chỉ hết 42500 đồng mà giá trứng thì vẫn như cũ. Hỏi nếu ngày mai mẹ bạn Hồng nhờ bạn Hồng qua tiệm tạp hóa trên mua 30 quả trứng gồm 20 quả trứng gà và 10 quả trứng vịt thì mẹ bạn Hồng phải đưa cho bạn Hồng số tiền vừa đủ là bao nhiêu biết giá trứng không thay đổi?

Lời giải

Gọi x, y (đồng) lần lượt là số tiền của 1 quả trứng gà, 1 quả trứng vịt ($x > 0; y > 0$)

Ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 10x + 10y = 45000 \\ 15x + 5y = 42500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2000 \\ y = 2500 \end{cases} \text{ (thoả mãn)}$$

Số tiền mẹ bạn Hồng cần đưa vừa đủ cho bạn Hồng là:

$$20.2000 + 10.2500 = 65000 \text{ (đồng).}$$

Bài 55. Một quyển sách Toán ôn Tuyển sinh 10 có giá bìa 30 000 đồng, đang được giảm giá 5%; một quyển sách Văn ôn Tuyển sinh 10 có giá bìa 40 000 đồng, đang được giảm giá 10%. Trong thời gian giảm giá, nhà sách đó bán được tất cả 120 quyển sách Văn và Toán ôn Tuyển sinh 10, thu được về số tiền là 3 795 000 đồng. Hỏi: nhà sách đó đã bán được bao nhiêu quyển sách Văn, bao nhiêu quyển sách Toán ôn Tuyển sinh 10?

Lời giải

Gọi: số quyển sách Văn: x (quyển) (x là số nguyên dương)

số quyển sách Toán: y (quyển) (y là số nguyên dương)

Theo đề ta có hệ pt:

$$\begin{cases} x + y = 120 \\ 40000(100\% - 10\%)x + 35000(100\% - 5\%)y = 3795000 \end{cases}$$

Suy ra: $x = 50$ (nhận) và $y = 70$ (nhận)

Vậy: Số quyển sách Văn: 50 (quyển)

Số quyển sách Toán: 70 (quyển)

Bài 56. Trong đợt khuyến mãi chào năm học mới, nhà sách A thực hiện chương trình giảm giá cho khách hàng như sau:

- Khi mua tập loại 96 trang do công ty B sản xuất thì mỗi quyển tập được giảm 10% so với giá niêm yết.

- Khi mua bộ I đúng 10 quyển tập loại 96 trang đóng gói sẵn hoặc bộ II đúng 20 quyển tập loại 96 trang đóng gói sẵn do công ty C sản xuất thì mỗi quyển tập bộ I được giảm 10% so với giá niêm yết, còn mỗi quyển tập bộ II được giảm 15% so với giá niêm yết. Khách hàng mua lẻ từng quyển tập loại 96 trang do công ty C sản xuất thì không được giảm giá.

Biết giá niêm yết của 1 quyển tập 96 trang do hai công ty B và công ty C sản xuất đều có giá là 8000 đồng.

a) Bạn Hùng vào nhà sách A mua đúng 10 quyển tập loại 96 trang đóng gói sẵn (bộ I) do công ty C sản xuất thì bạn Hùng phải trả số tiền là bao nhiêu?

b) Mẹ bạn Lan vào nhà sách A mua 25 quyển tập loại 96 trang thì nên mua tập do công ty nào sản xuất để số tiền phải trả là ít hơn? (mua tất cả tập của cùng một công ty)

Lời giải

a) Số tiền bạn Hùng phải trả là $10.8000.90\% = 72000$ đồng

b) Giá tiền phải trả khi mua 25 quyển tập do công ty B sản xuất là $25.8000.90\% = 180000$ (đồng)

Giá tiền phải trả khi mua 25 quyển tập do công ty C sản xuất là

$20.8000.85\% + 5.8000 = 176000$ (đồng)

Vậy mẹ bạn Lan nên mua tập do công ty C sản xuất thì số tiền phải trả là ít hơn.

Bài 57. Một buổi sinh hoạt ngoại khóa có 40 học sinh tham dự, trong đó nam nhiều hơn nữ. Trong giờ giải lao, mỗi bạn nam mua một ly nước giá 5000 đồng/ly, mỗi bạn nữ mua một bánh ngọt giá 8000 đồng/cái. Các bạn đưa 260 000 đồng và được căn – tin thối lại 3 000 đồng. Hỏi lớp có bao nhiêu học sinh nam và bao nhiêu học sinh nữ?

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số hs nam và số hs nữ tham dự buổi sinh hoạt ngoại khóa.

$$(0 < y < x < 40; x, y \in \mathbb{N}^*)$$

Có 40 hs tham dự buổi sinh hoạt ngoại khóa nên: $x + y = 40$

Các bạn đưa 260 000 đồng và được căn – tin thối lại 3 000 đồng nên:

$$5000x + 8000y = 260000 - 3000$$

$$\text{Ta có hpt: } \begin{cases} x + y = 40 \\ 5000x + 8000y = 260000 - 3000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 21 \\ y = 19 \end{cases} \text{ (Thỏa mãn)}$$

Vậy có 21 học sinh nam; 19 học sinh nữ

Bài 58. Một cửa hàng điện máy thực hiện giảm giá 10% trên 1 ti vi cho lo hàng gồm 40 chiếc với giá bán lẻ trước đó là 6500000đ/chiếc. Đến trưa cùng ngày thì cửa hàng bán được 20 chiếc, khi đó cửa hàng quyết định giảm giá thêm 10% nữa so với giá đang bán.

a) Tính số tiền cửa hàng thu được khi bán hết lô hàng ti vi

b) Biết rằng giá vốn là 30500000đ/chiếc. Hỏi cửa hàng có lời hay lỗ khi bán hết lô hàng trên.

Lời giải

a) Giá tiền một ti vi sau khi giảm 10% so với giá bán lẻ trước đó là

$$6500000 - \frac{10}{100} \cdot 6500000 = 5850000$$

Giá bán ti vi sau giảm giá lần 2 là:

$$5850000 - \frac{10}{100} \cdot 5850000 = 5265000$$

Số tiền cửa hàng thu được sau khi bán hết lo hàng là:

$$5850000 \cdot 20 + 5265000 \cdot 20 = 222300000$$

b) Tổng số tiền vốn của lô hàng đó là

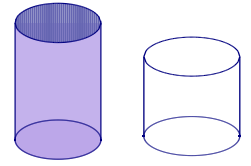
$$3050000 \cdot 40 = 122000000$$

Ta có: $122000000 < 222300000$ nên cửa hàng có lời khi bán hết lô hàng ti vi.

CHUYÊN ĐỀ 5. TOÁN THỰC TẾ

DẠNG HÌNH HỌC

- Bài 1.** Có hai lọ thủy tinh hình trụ, lọ thứ nhất phía bên trong có đường kính đáy là 30cm , chiều cao 20cm , đựng đầy nước. Lọ thứ hai bên trong có đường kính đáy là 40cm , chiều cao 12cm . Hỏi nếu đổ hết nước từ trong lọ thứ nhất sang lọ thứ hai nước có bị tràn ra ngoài không? Tại sao? (Lấy $\pi \approx 3,14$)



Lời giải

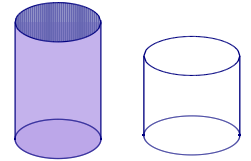
Gọi thể tích lọ thủy tinh có đường kính đáy là 30cm , chiều cao

$$20\text{cm} \text{ là } V_1 \Rightarrow V_1 = \pi \cdot \left(\frac{30}{2}\right)^2 \cdot 20 \approx 3,14 \cdot 4500$$

Gọi thể tích lọ thứ hai bên trong có đường kính đáy là 40cm ,

$$\text{chiều cao } 12\text{cm} \text{ là } V_2 \Rightarrow V_2 = \pi \cdot \left(\frac{40}{2}\right)^2 \cdot 12 \approx 3,14 \cdot 4800$$

Vậy $V_1 < V_2$, do đó nếu đổ hết nước từ lọ thứ nhất sang lọ thứ 2 sẽ không bị tràn.



- Bài 2.** Một chiếc xô hình nón cụt làm bằng tôn để đựng nước. Các bán kính đáy là 14 (cm) và 9 (cm), chiều cao là 23 (cm). Tính dung tích của xô.

Lời giải

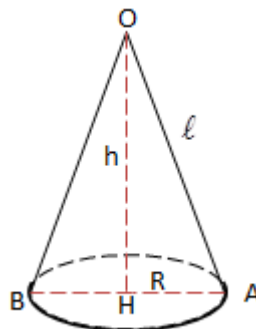
Dung tích của xô là:

$$V = \frac{\pi \cdot 23}{3} (14^2 + 9^2 + 14 \cdot 9) = \frac{9269\pi}{3} (\text{cm}^3).$$



- Bài 3.** Một hình nón có bán kính đáy bằng 5cm và diện tích xung quanh là $65\pi \text{ cm}^2$. Tính thể tích của hình nón đó.

Lời giải



Diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq} = \pi Rl = \pi 5l$

Theo đề bài, ta có $S_{xq} = 65\pi \Rightarrow 65\pi = \pi \cdot 5 \cdot l \Leftrightarrow l = 13 \text{ cm}$

Gọi H là tâm của đường tròn đáy, AB là đường kính của (H), O là đỉnh của hình nón.

Xét $\triangle OHA$ vuông tại H, có:

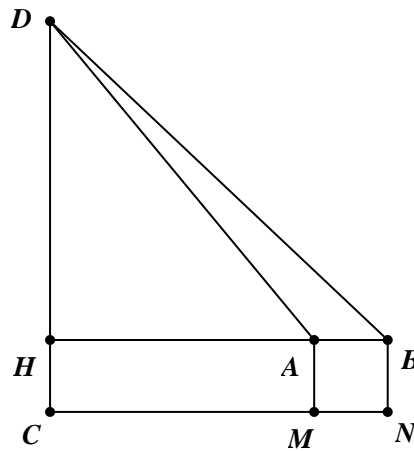
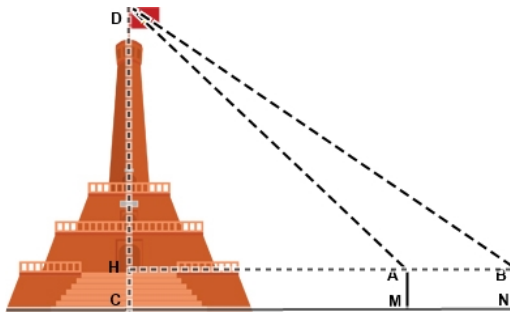
$$OA^2 = OH^2 + AH^2 \Rightarrow OH^2 = OA^2 - AH^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144 \Rightarrow OH = 12 \text{ cm}$$

$$\text{Thể tích của hình nón là: } V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 100\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

Bài 4. Đo chiều cao từ mặt đất đến đỉnh cột cờ của cột cờ Hà Nội (Kỳ đài Hà Nội), người ta cắm hai cọc bằng nhau MA và NB cao 1 m so với mặt đất. Hai cọc này song song, cách nhau 10 m và thẳng hàng so với trục cột cờ (như hình vẽ). Đặt giác kế đứng tại A và B để ngắm đến đỉnh cột cờ, người ta đo được các góc lần lượt là $50^\circ 19' 12''$ và $43^\circ 16'$ so với đường song song mặt đất. Hãy tính chiều cao của cột cờ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

Tính chiều cao của cột cờ Hà Nội



Gọi chiều cao của cột cờ là CD (m)

Theo đầu bài ta có: $CH = AM = BN = 1\text{ m}$; $AB = 10\text{ m}$; $\widehat{DAH} = 50^\circ 19' 12''$ và $\widehat{DBH} = 43^\circ 16'$

Xét $\triangle AHD$ vuông tại H , có

$$AH = DH \cdot \cot \widehat{DAH} \text{ (Hệ thức về cạnh và góc)}$$

Xét $\triangle BHD$ vuông tại H , có

$$BH = DH \cdot \cot \widehat{DBH} \text{ (Hệ thức về cạnh và góc)}$$

$$\text{Mà } AB = BH - AH \Rightarrow AB = DH \cdot \cot \widehat{DBH} - DH \cdot \cot \widehat{DAH}$$

$$\Leftrightarrow AB = DH \cdot (\cot \widehat{DBH} - \cot \widehat{DAH}) \Leftrightarrow DH = \frac{AB}{\cot \widehat{DBH} - \cot \widehat{DAH}}$$

$$\Rightarrow DH = \frac{10}{\cot 43^{\circ}16' - \cot 50^{\circ}19'12''} \approx 42,96(\text{m})$$

$$\Rightarrow CD = CH + HD \approx 1 + 42,96 = 43,96 (\text{m})$$

Vậy chiều cao của cột cờ Hà Nội xấp xỉ 43,96 m.

- Bài 5.** Có hai lọ thủy tinh hình trụ, lọ thứ nhất phía bên trong có đường kính đáy là 30 cm, chiều cao 20 cm, đựng đầy nước. Lọ thứ hai bên trong có đường kính đáy là 40 cm, chiều cao 12 cm. Hỏi nếu đổ hết nước từ trong lọ thứ nhất sang lọ thứ hai nước có bị tràn ra ngoài không? Tại sao? (Lấy $\pi \approx 3,14$).

Lời giải

$$V_{\text{hình trụ 1}} = \pi r_1^2 h_1 = 3,14 \cdot 15^2 \cdot 20 \approx 14130 (\text{cm}^3)$$

$$V_{\text{hình trụ 2}} = \pi r_2^2 h_2 = 3,14 \cdot 20^2 \cdot 12 \approx 15072 (\text{cm}^3)$$

Vậy khi đổ nước từ lọ thứ nhất sang lọ thứ hai thì nước không bị tràn vì thể tích của lọ thứ hai lớn hơn thể tích của lọ thứ nhất.

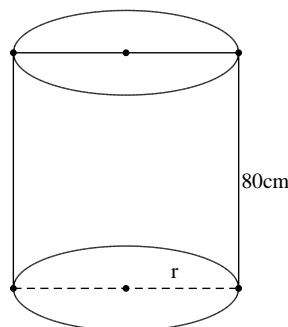
- Bài 6.** Một bồn nước inox có dạng một hình trụ với chiều cao là 1,65m và diện tích đáy là $0,42 \text{ m}^2$. Hỏi bồn nước này đựng đầy được bao nhiêu mét khối nước? (Bỏ qua bề dày của bồn nước).

Lời giải

Bồn nước đựng được số mét khối nước là : $1,65 \cdot 0,42 = 0,693 (\text{m}^3)$.

- Bài 7.** Tính diện tích tôn cần thiết để làm một cái thùng hình trụ có chiều cao là 80(cm) và đáy có diện tích là $5024 (\text{cm}^2)$ (không tính diện tích các chỗ mối ghép và nắp thùng). Lấy $\pi = 3,14$.

Lời giải



Gọi bán kính đáy, chiều cao, diện tích xung quanh và diện tích đáy của thùng hình trụ lần lượt là r (cm), h (cm), S_{xq} (cm²), S_d (cm²).

$$\text{Vì } S_d = \pi r^2 \text{ nên bán kính đáy là : } r = \sqrt{\frac{S_d}{\pi}} \approx \sqrt{\frac{5024}{3,14}} = \sqrt{1600} = 40 \text{ (cm).}$$

$$\text{Diện tích xung quanh của hình trụ là : } S_{xq} = 2\pi R.h \approx 2.3,14.40.80 = 20096 \text{ (cm}^2\text{).}$$

$$\text{Vậy diện tích tôn cần thiết để làm thùng là : } S_{xq} + S_d \approx 20096 + 5024 = 25120 \text{ (cm}^2\text{).}$$

Bài 8. Một chiếc xô bằng tôn dạng hình nón cụt. Các bán kính đáy là 12 cm và 8 cm, chiều cao là 24 cm. Tính diện tích tôn để làm xô (không kể diện tích các chỗ ghép và xô không có nắp).

Lời giải

$$\text{Độ dài đường sinh của xô là : } l = \sqrt{24^2 + (12-8)^2} = 4\sqrt{37} \text{ (cm).}$$

$$\text{Diện tích xung quanh của xô là : } S_{xq} = \pi(r_1 + r_2)l = \pi.(12+8).4.\sqrt{37} = 80\sqrt{37}\pi \text{ (cm}^2\text{).}$$

$$\text{Diện tích đáy xô là : } S_d = \pi r_1^2 = 64\pi \text{ (cm}^2\text{).}$$

$$\text{Diện tích tôn để làm xô là : } S = S_{xq} + S_d = 80\sqrt{37}\pi + 64\pi \text{ (cm}^2\text{).}$$

Bài 9. Bạn Toán đi mua giúp bố cây lăn sơn ở cửa hàng nhà bác Học. Một cây lăn sơn tường có dạng một khối trụ với bán kính đáy là 5 cm và chiều cao là 23 cm (hình vẽ bên). Nhà sản xuất cho biết sau khi lăn 1000 vòng thì cây sơn tường có thể bị hỏng. Hỏi bạn Toán cần mua ít nhất mấy cây lăn sơn tường biết diện tích tường mà bố bạn Toán cần sơn là 100 m². (Cho $\pi = 3,14$)



Lời giải

$$\text{Đổi } 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}, 23 \text{ cm} = 0,23 \text{ m.}$$

Diện tích tường được sơn khi lăn cây lăn sơn 1 vòng bằng diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính 0,05 m và chiều cao 0,23 m.

$$\text{Diện tích xung quanh của hình trụ bằng: } S_{xq} = 2\pi rh = 2 \times 3,14 \times 0,05 \times 0,23 = 0,023\pi \text{ (m}^2\text{)}$$

$$\text{Diện tích mỗi cây sơn có thể sơn được là } 1000 \times S_{xq} = 23\pi \text{ (m}^2\text{).}$$

Vì $\frac{100}{23\pi} \approx 1,38$ nên số cây lãn sơn tối thiểu cần phải mua là 2 cây.

Bài 10. Một tháp nước có bể chứa là một hình cầu, đường kính bên trong của bể đo được là 6 mét. Người ta dự tính lượng nước đựng đầy trong bể đủ dùng cho một khu dân cư trong 5 ngày. Cho biết khu dân cư đó có 1304 người. Hỏi người ta đã dự tính mức bình quân mỗi người dùng bao nhiêu lít nước trong một ngày? (Lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Lời giải

Bán kính hình cầu của bể nước là: $R = 6 : 2 = 3(m)$

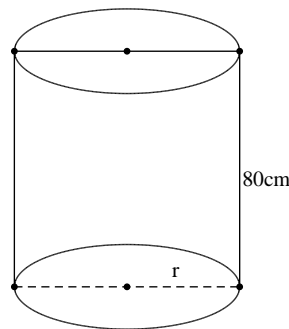
Thể tích của bể nước hình cầu là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 3^3 = 113,04(m^3) = 113040$ (lít)

Lượng nước chứa đầy bể xấp xỉ 113040 lít nước

Lượng nước trung bình mỗi người dùng trong một ngày là: $113040 : 1304 \approx 86,9$ (lít).

Bài 11. Tính diện tích tôn cần thiết để làm một cái thùng hình trụ có chiều cao là 80(cm) và đáy có diện tích là $5024 (cm^2)$ (không tính diện tích các chỗ mối ghép và nắp thùng). Lấy $\pi = 3,14$.

Lời giải



Gọi bán kính đáy, chiều cao, diện tích xung quanh và diện tích đáy của thùng hình trụ lần lượt là r (cm), h (cm), S_{xq} (cm^2), S_d (cm^2).

Vì $S_d = \pi r^2$ nên bán kính đáy là: $r = \sqrt{\frac{S_d}{\pi}} \approx \sqrt{\frac{5024}{3,14}} = \sqrt{1600} = 40$ (cm).

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi R.h \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 40 \cdot 80 = 20096$ (cm^2).

Vậy diện tích tôn cần thiết để làm thùng là: $S_{xq} + S_d \approx 20096 + 5024 = 25120$ (cm^2).

Bài 12. Một chai dung dịch rửa tay khô hình trụ cao 12 cm, đường kính đáy bằng 5 cm. Tính thể tích chai dung dịch đó.

Lời giải

Gọi d , r thứ tự là đường kính và bán kính mặt đáy của chai dung dịch.

$d = 5 \text{ cm} \Rightarrow r = 2,5 \text{ cm}$.

Thể tích chai dung dịch đó là: $V = \pi r^2 h = (2,5)^2 \cdot 12\pi = 75\pi$ (cm^3)

Bài 13. Một lon coca chiều cao là $11,7\text{cm}$; bán kính đáy bằng 3cm . Hỏi 3 lon coca như vậy có đủ đầy một chai 1 lít không? (lấy $\pi \approx 3,14$ và làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất)

Lời giải

Lon coca có dạng là một hình trụ cao $11,7\text{cm}$ và bán kính đáy 3cm . Thể tích của một lon coca là: $V = Sh = \pi R^2 h \approx 3,14 \cdot 3^2 \cdot 11,7 \approx 330,6 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Thể tích của 3 lon coca là $330,6 \cdot 3 = 991,8 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Vì $991,8 \text{ cm}^3 < 1(l) = 1000 \text{ cm}^3$ nên 3 lon coca như vậy không thể đủ đầy một chai 1 lít.

Bài 14. Nón Huế là một hình nón có đường kính đáy bằng 40cm , độ dài đường sinh là 30cm . Người ta lát mặt xung quanh hình nón bằng ba lớp lá khô. Tính diện tích lá cần dùng để tạo nên một chiếc nón Huế như vậy (làm tròn cm^2)

Lời giải

Chiếc nón Huế là một hình nón có đường kính đáy $d = 40(\text{cm})$, nên bán kính đáy

$$R = \frac{d}{2} = \frac{40}{2} = 20(\text{cm})$$

Độ dài đường sinh: $l = 30(\text{cm})$

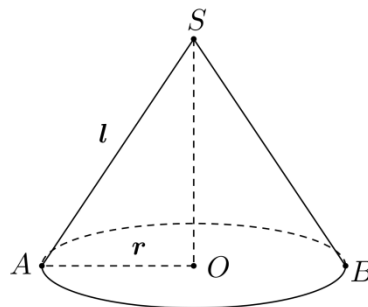
Vậy diện tích xung quanh của hình nón này là: $S = \pi Rl = 3,14 \cdot 20 \cdot 30 = 1884(\text{cm}^2)$

Vì người ta lát nón bằng 3 lớp lá, nên diện tích lá cần dùng để tạo nên một chiếc nón Huế sẽ là: $1884 \cdot 3 = 5652(\text{cm}^2)$.

Bài 15. Chiếc nón do làng Chuông (Thanh Oai – Hà Nội) sản xuất là hình nón có đường sinh bằng 30cm , đường kính bằng 40cm . Người ta dùng hai lớp lá để phủ lên bề mặt xung quanh của nón.

Lời giải

Minh họa hình nón như hình vẽ dưới đây.



Trong đó, đường sinh $l = SA = 30\text{cm}$

Đường kính $2r = AB = 40\text{cm} \Rightarrow r = 40 : 2 = 20\text{cm}$.

Lớp lá phủ lên bề mặt xung quanh của chiếc nón chính là diện tích xung quanh của hình nón (S_{xq}).

$$S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot 20 \cdot 30 = 600\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vì người ta dùng 2 lớp lá để phủ lên mặt xung quanh của nón nên diện tích lá cần dùng để làm một chiếc nón là:

$$2 \cdot S_{xq} = 2 \cdot 600\pi = 1200\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vậy diện tích lá cần dùng để làm một chiếc nón là $1200\pi \text{ cm}^2$.

Bài 16. Một tàu đánh cá khi ra khơi cần mang theo 50 thùng dầu, mỗi thùng dầu coi là hình trụ có chiều cao là 90 cm, đường kính đáy thùng là 60 cm. Hãy tính xem lượng dầu tàu phải mang theo khi ra khơi là bao nhiêu lít (lấy $\pi = 3,14$ kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Bán kính của đáy thùng dầu là $R = 60 : 2 = 30 \text{ (cm)}$

Thể tích của mỗi thùng dầu là $V = \pi R^2 h = 3,14 \cdot 30^2 \cdot 90 = 254340 \text{ (cm}^3\text{)}$ hay $V = 254,34 \text{ (dm}^3\text{)}$

\Rightarrow Thể tích của 50 thùng dầu là $254,34 \cdot 50 = 12717 \text{ (dm}^3\text{)}$ hay 12717 (lít).

Vậy khi ra khơi tàu phải mang theo 12717 lít dầu.

Bài 17. Người ta làm một thùng chứa nước dạng hình trụ không có nắp bằng tôn. Diện tích tôn tối thiểu cần để làm thùng đó bằng $5\pi \text{ m}^2$ với $\pi \approx 3,14$. Tính thể tích của thùng đó biết chiều cao của thùng bằng đường kính đáy (làm tròn đến hai chữ số thập phân).

Lời giải

Gọi bán kính hình tròn đáy của thùng chứa nước hình trụ là $r \text{ (m)}$ (Điều kiện: $r > 0$)

\Rightarrow Chiều cao của thùng chứa nước là $h = 2r \text{ (m)}$

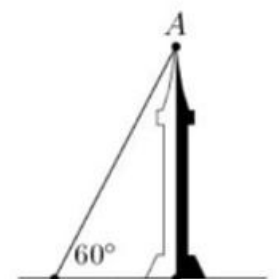
\Rightarrow Diện tích xung quanh và một đáy của thùng chứa nước là: $S = 2\pi rh + \pi r^2 = 5\pi r^2 \text{ (m}^2\text{)}$

Vì diện tích tôn tối thiểu cần để làm thùng đó bằng $5\pi \text{ m}^2$ nên ta có phương trình:

$$5\pi r^2 = 5\pi \Leftrightarrow r^2 = 1 \Leftrightarrow r = 1 \text{ (vì } r > 0\text{)}$$

Vậy thể tích thùng chứa nước là: $V = \pi r^2 h = 3,14 \cdot 1^2 \cdot 2 = 6,28 \text{ m}^3$

Bài 18. Vào thời điểm các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc 60° , bóng của một cái tháp trên mặt đất dài 20 m (hình vẽ bên). Tính chiều cao của tháp.
(Kết quả làm tròn đến số thập phân thứ hai)



Lời giải

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A có

$$\tan C = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \tan 60^\circ = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{AB}{20}$$

$$\Rightarrow AB = 20\sqrt{3} \approx 34,64 \text{ (m)}$$

Vậy chiều cao của tháp là 34,64 (m)

- Bài 19.** Lon nước ngọt hình trụ có đường kính đáy là 5 cm, chiều cao là 12 cm. Tính thể tích lon nước ngọt? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2 và lấy $\pi \approx 3,14$)

Lời giải

Lon nước ngọt đó có bán kính đáy $r = 2,5$ cm; chiều cao $h = 12$ cm. Thể tích của lon nước đó là: $V = \pi r^2 h = 3,14 \cdot (2,5)^2 \cdot 12 = 235,5 \text{ (cm}^2\text{)}$

- Bài 20.** Một bồn nước inox có dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài 1,5 m, chiều rộng 1,2 m, chiều cao 1,4 m. Hỏi bồn nước đựng đầy được bao nhiêu mét khối nước? (Bỏ qua bề dày của bồn nước).

Lời giải

Thể tích của bồn nước hình hộp chữ nhật là: $1,5 \cdot 1,2 \cdot 1,4 = 2,52 \text{ (m}^3\text{)}$

Vậy bồn nước đựng được 2,52 m³ nước

- Bài 21.** Một chiếc cốc hình trụ có đường kính đáy là 10 cm, chiều cao bằng $\frac{6}{5}$ đường kính đáy. Tính thể tích của chiếc cốc đó.

Lời giải

Chiếc cốc hình trụ có đường kính đáy là 10cm thì bán kính đáy $r = \frac{10}{2} = 5\text{cm}$

Chiều cao của chiếc cốc hình trụ là: $\frac{6}{5} \cdot 10 = 12\text{cm}$

Suy ra thể tích của chiếc cốc đó là $V = \pi \cdot r^2 \cdot h \approx 3,14 \cdot 5^2 \cdot 12 = 942 \text{ (cm}^2\text{)}$

- Bài 22.** Một téc nước hình trụ mà phía trong có đường kính đáy là 0,6 m chiều cao 1 m. Tính thể tích nước chứa đầy trong 45 téc như vậy.

Lời giải

Thể tích của téc nước hình trụ là: $V = \pi R^2 h$.

Theo đề ta có: $d = 0,6 \text{ (m)} \Rightarrow R = 0,3 \text{ (m)}$.

Vậy thể tích của 1 téc đầy nước là: $V = \pi \cdot 0,3^2 \cdot 1 = 0,09\pi \approx 0,2827 \text{ (m}^3\text{)}$.

Vậy thể tích nước được chứa đầy trong 45 tếc nước như trên là:

$$\frac{81\pi}{20} \approx 45.0,2827 = 12,723(m^3).$$

Bài 23. Một lon nước ngọt hình trụ có đường kính đáy là 5 cm, độ dài trục là 12 cm. Tính diện tích toàn phần của lon nước hình trụ đó.

Lời giải

Chiều cao của lon nước là $h = 12$ (cm)

Bán kính đáy của lon nước hình trụ là $R = 5 : 2 = 2,5$ (cm)

Diện tích toàn phần của lon nước hình trụ là :

$$S = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi \cdot 2,5 \cdot 12 + 2\pi \cdot 2,5^2 = 72,5\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

Bài 24. Dùng 1 mảnh vải hình tròn để phủ lên 1 chiếc bàn tròn có diện tích 1849π (cm²), sao cho khăn rủ xuống khỏi mép bàn 20 cm (không tính phần viền mép khăn). Tính diện tích phần khăn rủ xuống khỏi mép bàn?



Lời giải

b) Gọi bán kính của bàn là R .

$$\text{Có } S = 1849\pi \Leftrightarrow \pi R^2 = 1849\pi \Rightarrow R = 43 \text{ (cm)}$$

Bán kính mảnh vải là $r = R + 20 = 63$ (cm)

$$\text{Diện tích mảnh vải là } S_{\text{vải}} = \pi r^2 = 3969\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Diện tích phần khăn rủ xuống là } 3969\pi - 1849\pi = 2120\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

Bài 25. Nhân ngày 8/3, Hoa định mua một chiếc nón lá để tặng cô Anna - cô giáo dạy tiếng Anh. Chiếc nón có dạng hình nón với đường kính của đáy là 40cm, chiều cao của nón là 20cm. Hãy tính được diện tích lá cần dùng để phủ kín một lớp lên bề mặt của chiếc nón?

Lời giải

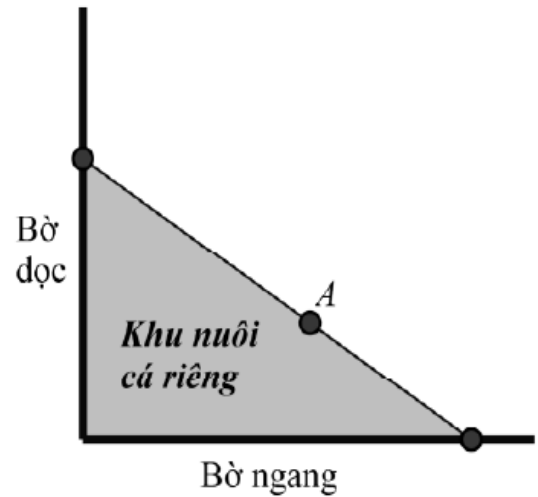
$$\text{Độ dài đường sinh của hình nón là: } l = l = \sqrt{20^2 + \left(\frac{40}{2}\right)^2} = 20\sqrt{2} \text{ cm}$$

Diện tích lá cần sử dụng chính là diện tích xung quanh của hình nón là:

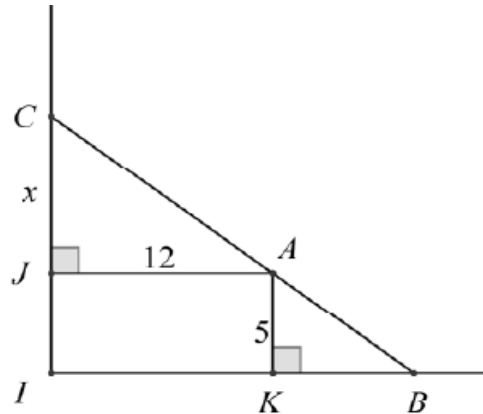
$$S_{\text{xq}} = \pi Rl = 20 \cdot 20\sqrt{2}\pi = 400\sqrt{2}\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Bài 26.

Người ta giăng lưới để nuôi riêng một loại cá trên một góc hồ. Biết rằng lưới được giăng theo một đường thẳng từ một vị trí trên bờ ngang đến một vị trí trên bờ dọc và phải đi qua một cái cọc đã cắm sẵn ở vị trí A. Hỏi diện tích nhỏ nhất có thể giăng là bao nhiêu, biết rằng khoảng cách từ cọc đến bờ ngang là 5 m và khoảng cách từ cọc đến bờ dọc là 12 m.



Lời giải



Đặt tên các điểm như hình vẽ. Đặt $CJ = x, (x > 0)$.

Vì hai tam giác AJC và BKA là hai tam giác đồng dạng nên:

$$\frac{CJ}{AK} = \frac{JA}{KB} \Leftrightarrow \frac{x}{5} = \frac{12}{KB} \Leftrightarrow KB = \frac{60}{x}.$$

Diện tích của khu nuôi cá là: $S = \frac{1}{2}(x+5) \cdot \left(\frac{60}{x} + 12\right)$.

$$\Leftrightarrow S(x) = \frac{1}{2} \left(60 + 12x + \frac{300}{x} + 60 \right) \Leftrightarrow S(x) = 6x + \frac{150}{x} + 60$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si ta có:

$$6x + \frac{150}{x} \geq 2\sqrt{6x \cdot \frac{150}{x}} = 60$$

Dấu bằng xảy ra khi $6x = \frac{150}{x} \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x = 5$.

Nên
$$S(x) = 6x + \frac{150}{x} + 60 \geq 60 + 60 = 120$$

Suy ra diện tích nhỏ nhất có thể giăng là $120(m^2)$, đạt được khi $x = 5m$.

Bài 27. Một viên bi sắt hình cầu có bán kính bằng $5cm$, tính thể tích của viên bi đó. (Kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân) (Lấy $\pi \approx 3,14$).

Lời giải

Thể tích viên bi là:
$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \approx \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 5^3 \approx 523,33 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Bài 28.

Cần phải có ít nhất bao nhiêu lít nước để thay nước cho một chậu thủy tinh nuôi cá cảnh? (Chậu nước được xem như một phần mặt cầu đường kính $3dm$).

Biết lượng nước đổ vào chiếm $\frac{2}{3}$ thể tích hình cầu và $1 \text{ lít} = 1 dm^3$.



Lời giải

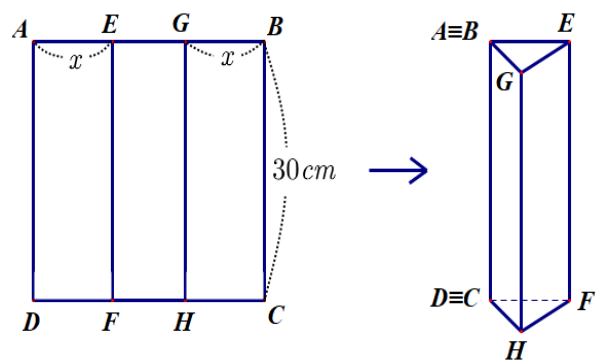
Bán kính hình cầu là $R = \frac{d}{2} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ (dm)}.$

Thể tích hình cầu là $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot (1,5)^3 = 4,5\pi \text{ (dm}^3\text{)}.$

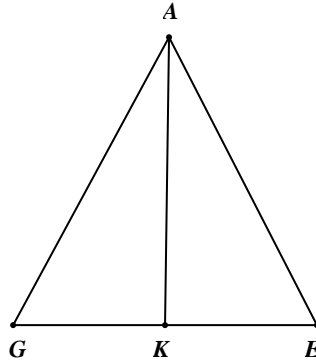
Lượng nước ít nhất cần thay cho bể cá là $\frac{2}{3} \cdot 4,5\pi = 3\pi \approx 9,42 dm^3 = 9,42 \text{ (lít)}.$

Bài 29. Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh là $30cm$.

Trên cạnh AB lấy hai điểm E, G sao cho $AE = GB = x(cm)$ và điểm E nằm giữa điểm A và điểm G . Qua E kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt CD tại F ; qua G kẻ đường thẳng vuông góc với AB cắt CD tại H . Người ta gập hình vuông theo hai cạnh EF và GH sao cho cạnh AD trùng cạnh BC như hình vẽ để tạo thành hình lăng trụ đứng khuyết đáy. Tìm x để thể tích hình lăng trụ lớn nhất.



Lời giải



Ta có $AE = GB = x$ ($0 < x < 15$) $\Rightarrow EG = 30 - 2x$.

Kẻ đường cao AK của $\triangle AGE$.

Vì $\triangle AGE$ cân tại A nên $KE = \frac{EG}{2} = \frac{30 - 2x}{2} = 15 - x$ (cm).

$\triangle AKE$ vuông tại $K \Rightarrow AE > KE \Rightarrow x > \frac{15}{2}$.

Áp dụng định lý Py-ta-go vào tam giác vuông AKE ta có

$$AK^2 + KE^2 = AE^2$$

$$\Leftrightarrow AK^2 = AE^2 - KE^2$$

$$\Leftrightarrow AK = \sqrt{AE^2 - KE^2}$$

$$\Leftrightarrow AK = \sqrt{x^2 - (15 - x)^2}$$

$$\Leftrightarrow AK = \sqrt{30x - 225}.$$

Diện tích đáy AGE là

$$S_{AGE} = \frac{1}{2} AK \cdot GE = \frac{1}{2} \sqrt{30x - 225} \cdot (30 - 2x) = \sqrt{30x - 225} \cdot (15 - x) \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Thể tích lăng trụ là $V = 30 \cdot \sqrt{30x - 225} \cdot (15 - x) \text{ (cm}^3\text{)}.$

$$\begin{aligned} V &= 30 \cdot \sqrt{30x - 225} \cdot (15 - x) = 30 \cdot \sqrt{15 \cdot (2x - 15)} \cdot \sqrt{15 - x} \cdot \sqrt{15 - x} \\ &= 10 \cdot \sqrt{15} \cdot 3 \cdot \sqrt{2x - 15} \cdot \sqrt{15 - x} \cdot \sqrt{15 - x}. \end{aligned}$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba số dương $2x - 15$, $15 - x$, $15 - x$ ta được

$$3 \cdot \sqrt[3]{(2x - 15)(15 - x)(15 - x)} \leq (2x - 15) + (15 - x) + (15 - x)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt[3]{(2x - 15)(15 - x)(15 - x)} \leq 5$$

$$\Leftrightarrow (2x - 15)(15 - x)(15 - x) \leq 5^3$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(2x - 15)(15 - x)(15 - x)} \leq \sqrt{5^3} = 5\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow V \leq 10 \cdot \sqrt{15} \cdot 3 \cdot 5\sqrt{5} \Rightarrow V \leq 750\sqrt{3}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $2x - 15 = 15 - x \Leftrightarrow x = 10$.

Vậy $x = 10$ thì thể tích lăng trụ lớn nhất.

Bài 30. Một chiếc cốc thủy tinh hình trụ có đường kính đáy là 6 cm, chiều cao 12 cm. Tính lượng nước chứa được khi rót nước đầy cốc.

Lời giải

Bán kính đáy: $r = 6 : 2 = 3 \text{ cm}$.

Thể tích của cốc nước: $V = \pi.r^2.h = \pi.3^2.12 = 108\pi(\text{cm}^3)$.

Bài 31. Từ một sợi dây thép dài 8 dm, người ta uốn thành một hình chữ nhật. Trong các hình chữ nhật có thể uốn được thành hình nào có diện tích lớn nhất?

Lời giải

Gọi độ dài các cạnh của hình chữ nhật uốn được là a và b (dm)

ĐK: $a > 0; b > 0$

Chu vi hình chữ nhật uốn được là: $2(a+b)(\text{dm})$

Vì sợi dây thép dài 8 dm nên:

$$2.(a+b) = 8 \Leftrightarrow a+b = 4$$

Diện tích hình chữ nhật uốn được là $a.b(\text{dm}^2)$

Vì $a, b > 0$ nên áp dụng bất đẳng thức cô si ta có:

$$a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow 4 \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \sqrt{ab} \leq 2 \Rightarrow ab \leq 4$$

Dấu "=" xảy ra khi $a = b = 2$ (thỏa mãn)

Vậy trong các hình chữ nhật có thể uốn được, hình vuông có diện tích lớn nhất, mỗi cạnh hình vuông là 2 dm.

Bài 32. Một thùng hình hộp chữ nhật có chiều dài là 0,5 m ; chiều rộng là 0,4 m ; chiều cao là 3 dm . Hỏi cần phải mua bao nhiêu lít dầu để đổ đầy thùng?

Lời giải

$$0,5\text{m} = 5\text{dm}$$

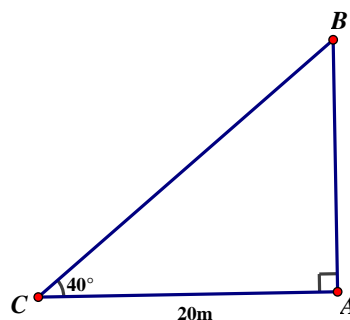
$$0,4\text{m} = 4\text{dm}$$

Thể tích thùng là : $V = 5.4.3 = 60 \text{ dm}^3$

\Rightarrow Cần phải mua 60 lít dầu để đổ đầy thùng

Bài 33. Để đo chiều cao của một ngọn tháp, không thể trèo lên đỉnh, người ta dùng thước dài, thước đo góc và đèn laser để thực hiện thao tác đó thu được kết quả như hình vẽ. Hãy tính chiều cao của tháp.

Lời giải

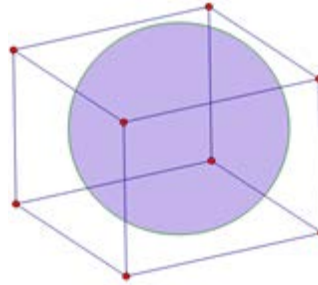


Chiều cao của một ngọn tháp chính là cạnh AB của $\triangle ABC$

$$\text{Ta có } \tan 40^\circ = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AB = AC \cdot \tan 40^\circ = 20 \cdot 0,84 \approx 16,8 \text{ m}$$

Vậy chiều cao của ngọn tháp đó là 16,8 m .

Bài 34. Đặt quả bóng vào trong một hộp hình lập phương sao cho quả bóng tiếp xúc với các mặt của hình lập phương đó. Hãy tính đường kính d của quả bóng, biết thể tích hình khối lập phương $V = 4096 \text{ cm}^3$



Lời giải

Độ dài một cạnh của hình lập phương là:

$$\sqrt[3]{4096} = 16 \text{ (cm)}$$

Đường kính của quả bóng chính bằng độ dài cạnh của hình lập phương.

Vậy quả bóng có đường kính là: 16 cm .

Bài 35. Công ty sữa muốn thiết kế bao bì đựng sữa với thể tích 100 ml . Bao bì được thiết kế bởi một trong hai mô hình là: Hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông hoặc hình trụ. Hỏi thiết kế theo mô hình nào thì tiết kiệm nguyên vật liệu nhất?

Lời giải

1. Nếu thiết kế bao bì dạng: Hình trụ

Ta gọi, R : bán kính hình trụ

l : chiều cao hình trụ

Thể tích của hình trụ là: $V = \pi R^2 l = 100 \text{ (ml)}$

Diện tích toàn phần của hình trụ là: $S_{tp} = 2\pi Rl + 2\pi R^2 = \pi Rl + \pi Rl + 2\pi R^2$

Áp dụng b.đ.t Cô-Si cho ba số không âm: πRl ; πRl ; $2\pi R^2$ ta được

$$S_{tp} = \pi Rl + \pi Rl + 2\pi R^2 \geq 3\sqrt[3]{\pi Rl \cdot \pi Rl \cdot 2\pi R^2} = 3\sqrt[3]{2\pi \cdot (\pi R^2 l)^2}$$

$$S_{tp} \geq 3\sqrt[3]{2\pi \cdot 100^2} \approx 119,27 \text{ (1)}$$

Dấu "=" xảy ra khi $\pi Rl = \pi Rl = 2\pi R^2 \Leftrightarrow l = 2R$

2. Nếu thiết kế bao bì dạng: Hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông

Ta gọi, a : độ dài cạnh đáy của hình hộp chữ nhật

h : chiều cao của hình hộp chữ nhật

Thể tích của hình hộp chữ nhật là: $V = a^2 \cdot h = 100 \text{ ml}$

Diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật là:

$$S_{tp} = 2a^2 + 4ah = 2a^2 + 2ah + 2ah$$

Áp dụng b.đ.t Cô-Si cho ba số không âm : $2a^2$; $2ah$; $2ah$ ta được:

$$S_{tp} = 2a^2 + 2ah + 2ah \geq 3\sqrt[3]{2a^2 \cdot 2ah \cdot 2ah} = 3\sqrt[3]{8a^2 h \cdot a^2 h}$$

$$S_{tp} \geq 3 \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{100^2} \approx 129,27 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra, thiết kế hộp sữa dạng hình trụ có chiều cao gấp 2 lần bán kính đáy thì tốn ít nguyên vật liệu nhất.

Bài 36. Một hộp sữa hình trụ có bán kính đáy là 4cm, chiều cao là 10cm. Tính diện tích vật liệu dùng để tạo nên một vỏ hộp sữa đó nếu tỉ lệ hao hụt là 5%?

Lời giải

Diện tích toàn phần của hộp sữa là :

$$S = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot 4 \cdot 10 + 2\pi \cdot 4^2 = 112\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

Vì tỉ lệ hao hụt là 5% nên diện tích vật liệu dùng để tạo nên vỏ hộp sữa là:

$$112\pi \cdot 105\% \approx 369,26 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Bài 37. Một hộp sữa hình trụ có đường kính đáy là 12 cm, chiều cao là 10 cm. Tính diện tích vật liệu dùng để tạo nên vỏ hộp như vậy. (Không tính phần mép nối).

Lời giải

$$\text{Bán kính đáy hộp sữa: } R = \frac{d}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ (cm)}$$

$$\text{Diện tích xung quanh là } S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot 6 \cdot 10 = 120\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Diện tích hai đáy là } 2 \cdot S_{\text{day}} = 2\pi R^2 = 72\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Tổng diện tích vật liệu cần dùng là } 120\pi + 72\pi = 192\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

Bài 38. Tính diện tích da dùng để làm quả bóng hình cầu nếu không tính đến tỉ lệ hao hụt. Biết khi bơm căng thì quả bóng có đường kính là 14 cm.

Lời giải

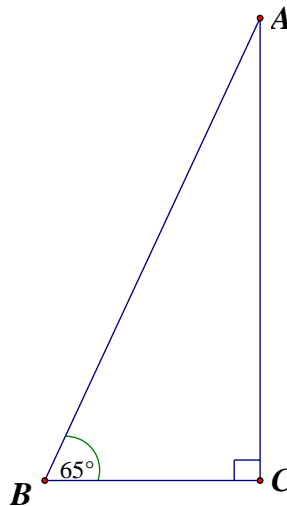
$$\text{Diện tích da cần dùng để làm quả bóng là } \pi \cdot 14^2 = 196\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Bài 39. Đặt một chiếc thang dài 5 mét vào bức tường như hình vẽ, để người trèo thang được an toàn, theo kinh nghiệm người ta đặt chiếc thang đó tạo với mặt đất góc 65° . Hỏi khi đó chiếc thang đạt độ cao bao nhiêu?



Lời giải

Từ bài toán đã cho ta hình vẽ sau:



Gọi A là VỊ TRÍ đỉnh thang, B là VỊ TRÍ chân thang, đoạn BC là khoảng cách từ chân thang đến tường. Khi đó: $\triangle ABC$ vuông tại C , $AB = 5\text{ m}$, $\widehat{B} = 65^\circ$.

Áp dụng hệ thức về cạnh và góc trong tam giác ta có:

$$AC = AB \cdot \sin 65^\circ = 5 \cdot \sin 65^\circ \approx 4,53 \text{ (m)}.$$

Bài 40. Một thửa ruộng hình chữ nhật có chu vi là 250 m và diện tích là 3750 m^2 . Tính chiều dài và chiều rộng của thửa ruộng đó.

Lời giải

Gọi chiều dài thửa ruộng hình chữ nhật là x (m)

Chiều rộng thửa ruộng hình chữ nhật là y (m). (Điều kiện: $0 < y < x < 125$)

Vì thửa ruộng hình chữ nhật có chu vi là 250m nên ta có phương trình:

$$(x + y) \cdot 2 = 250 \Leftrightarrow x + y = 125 \quad (1)$$

Vì thửa ruộng hình chữ nhật có diện tích là $3750m^2$ nên ta có phương trình: $xy = 3750$
(2)

Từ (1) và (2) ta có phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 125 \\ xy = 3750 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 125 - y \\ (125 - y)y = 3750 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 125 - y \\ y^2 - 125y + 3750 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 125 - y \\ y_1 = 75 \\ y_2 = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x_1 = 50 \\ y_1 = 75 \end{cases} \\ \begin{cases} x_2 = 75 \\ y_2 = 50 \end{cases} \end{cases}$$

Vì $0 < y < x < 125$ nên $x = 75$, $y = 50$.

Vậy chiều dài thửa ruộng hình chữ nhật là 75(m).

Chiều rộng thửa ruộng hình chữ nhật là 50(m).

- Bài 41.** Người ta nhấn chìm hoàn toàn một tượng đá nhỏ vào một lọ thủy tinh có dạng hình trụ. Diện tích đáy lọ thủy tinh là $21,6\text{cm}^2$. Nước trong lọ dâng lên 9,5mm. Hỏi thể tích của tượng đá là bao nhiêu?

Lời giải

Khi nhấn chìm hoàn toàn một tượng đá nhỏ vào một lọ thủy tinh có dạng hình trụ, nước trong lọ dâng lên chính là thể tích của tượng đá.

Đổi: $9,5\text{mm} = 0,95\text{cm}$.

Thể tích khối nước hình trụ dâng lên là: $V = S.h = 21,6 \cdot 0,95 = 20,52(\text{cm}^3)$.

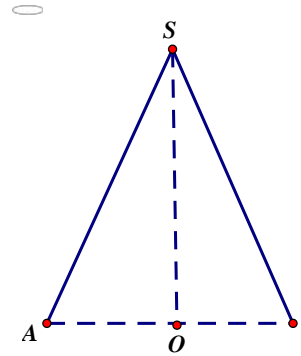
Vậy thể tích tượng đá là $20,52\text{cm}^3$.

- Bài 42.** Nhà hát Cao Văn Lầu, Trung tâm triển lãm văn hóa nghệ thuật tỉnh Bạc Liêu có hình dáng 3 chiếc nón lá lớn nhất Việt Nam, mái nhà hình nón làm bằng vật liệu composite và được đặt hướng vào nhau. Em hãy tính thể tích của một mái nhà hình nón biết đường kính là $45m$ và chiều cao là $24m$ (lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị, ba hình nón có bán kính bằng nhau).



Minh họa bởi hình

sau:



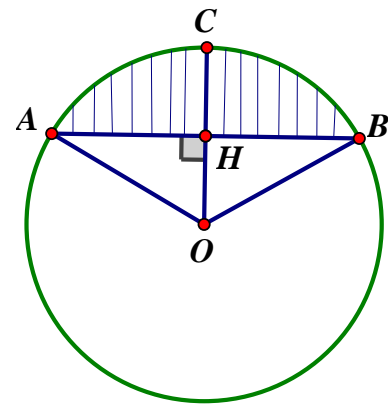
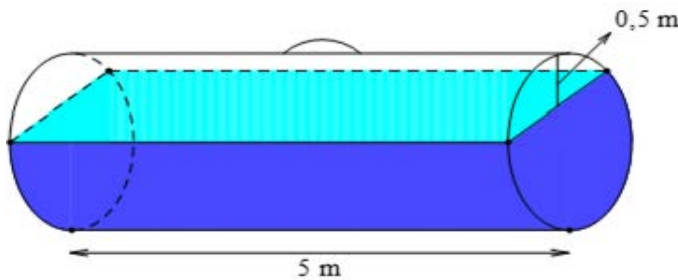
Lời giải

Mái nhà hình nón đường kính là $45m$ suy ra bán kính $R = \frac{45}{2} m$.

Thể tích của một mái nhà hình nón là $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \cdot 3,24 \cdot \left(\frac{45}{2}\right)^2 \cdot 24 = 12717 m^3$.

Bài 43. Một bồn hình trụ đang chứa dầu, được đặt nằm ngang, có chiều dài bồn là $5m$, có bán kính đáy $1m$, với nắp bồn đặt trên mặt nằm ngang của mặt trụ. Người ta đã rút dầu trong bồn tương ứng với $0,5m$ của đường kính đáy. Tính thể tích gần đúng nhất của khối dầu còn lại trong bồn (lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai, theo đơn vị m^3)

Mặt đáy được minh họa như hình vẽ sau:



Lời giải

Ta có: $HO = OC - CH = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} (m)$

Ta có: $HB = \sqrt{OB^2 - OH^2} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AB = 2HB = \sqrt{3} (m)$

Ta có: $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} AB \cdot OH = \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} (m^2)$

Tam giác OHB có $\sin \widehat{HOB} = \frac{HB}{OB} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{HOB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{AOB} = 2\widehat{HOB} = 120^\circ$.

Gọi S_1 là diện tích hình quạt tròn $OACB$, ta có:

$$S_1 = \frac{\pi R^2 \cdot 120}{360} = \frac{\pi}{3} (m^2)$$

Gọi S_2 là diện tích hình viên phân giới hạn bởi dây AB và cung nhỏ \widehat{AB} , ta có:

$$S_2 = S_1 - S_{\triangle OAB} = \frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{12} (m^2)$$

Thể tích phần dầu đã hút đi là: $V_1 = \frac{1}{3} S_2 \cdot 5 = \frac{5(4\pi - 3\sqrt{3})}{36} (m^3)$

Thể tích của thùng dầu là: $V = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot 5 = \frac{5\pi}{3} (m^3)$

Thể tích dầu còn lại trong thùng là: $V_2 = V - V_1 = \frac{5\pi}{3} - \frac{5(4\pi - 3\sqrt{3})}{36} \approx 4,21 (m^3)$

Bài 44. Một hình trụ có bán kính đường tròn đáy là 6 cm, chiều cao 9 cm. Hãy tính diện tích xung quanh của hình trụ.

Lời giải:

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi rh$

$$S_{xq} \approx 2 \cdot 3,14 \cdot 6 \cdot 9 \approx 339,12 (cm^2)$$

Bài 45. Một bể nước hình trụ có chiều cao 2,5 m và diện tích đáy là 4,8 m². Nếu một vòi nước được đặt phía trên miệng bể và chảy được 4800 lít nước mỗi giờ thì sau bao lâu bể đầy? (Biết ban đầu bể cạn nước và bỏ qua bề dày của thành bể).

Lời giải

1) Thể tích bể $V = Sh = 12 (m^3)$

Vận tốc vòi 4800 lít/ giờ = 4,8 m³/ giờ

Vậy thời gian chảy đầy bể của vòi nước là: $12 : 4,8 = 2,5$ (giờ)

Vậy thời gian để vòi nước chảy đầy bể lúc bể cạn nước là 2 giờ 30 phút.

Bài 46. Một cây lăn sơn tường có dạng là một khối trụ với bán kính đáy là 5cm và chiều cao (chiều dài lăn) là 30 cm. Nhà sản xuất cho biết sau khi lăn 500 vòng thì cây sơn tường có thể sẽ bị hỏng. Tính diện tích mà cây sơn tường sơn được trước khi hỏng.

Lời giải

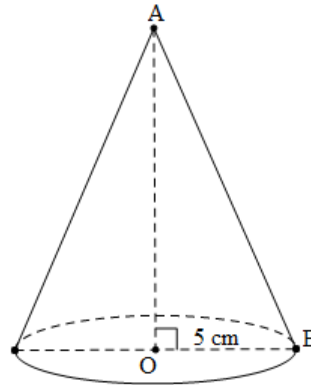
Diện tích xung quanh của cây lăn sơn tường là: $S_{xq} = 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 30 = 300\pi (cm^2)$

1 vòng cây sơn tường sẽ quét được số diện tích là: $300\pi (cm^2)$

Vậy 500 thì cây sơn tường quét được số diện tích là: $300\pi \cdot 500 = 150000\pi (cm^2)$

Bài 47. Một hình nón có bán kính đáy bằng 5 cm và diện tích xung quanh là $65\pi \text{ cm}^2$. Tính thể tích của khối nón đó.

Lời giải



Ta có: $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 5 \cdot AB = 65\pi \Rightarrow AB = 13 \text{ cm}$.

Áp dụng định lý Pytago cho ΔOAB vuông tại O có:

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 \Rightarrow 13^2 = OA^2 + 5^2 \Rightarrow OA^2 = 144 \Rightarrow OA = 12 \text{ cm}$$

Vậy thể tích khối nón là: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi \cdot OB^2 \cdot OA \Rightarrow V = \frac{1}{3}\pi \cdot 5^2 \cdot 12 = 100\pi (\text{cm}^3)$

Bài 48. Một chiếc cốc có dạng hình trụ với chiều cao 8 cm, bán kính đáy là 3 cm. Hỏi chiếc cốc này có đựng được 180 ml sữa không? (Bỏ qua bề dày của chiếc cốc).

Lời giải

Thể tích của chiếc cốc là: $\pi \cdot 3^2 \cdot 8 = 226 (\text{cm}^3)$

Vì $226 \text{ cm}^3 = 226 \text{ ml} > 180 \text{ ml}$.

Nên chiếc cốc này có thể đựng được 180 ml sữa.

Bài 49. Một hộp phomai con bò cười gồm có 8 miếng, độ dày mỗi miếng là 20 mm, nếu xếp chúng lại trên một đĩa thì thành hình trụ có đường kính 100 mm.

a) Tính thể tích của miếng phomai.

b) Biết khối lượng của mỗi miếng phomai là 15 g, hãy tính trọng lượng riêng của nó? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

(Biết trọng lượng riêng của vật cho bởi công thức $d = \frac{P}{V}$. Trong đó trọng lượng của vật là $P = 9,8 \cdot m$, đơn vị N , với m là khối lượng vật đơn vị kg ; V là thể tích vật, đơn vị m^3 ; d có đơn vị N/m^3).

Lời giải

2) a) Thể tích của 8 miếng phomai là:

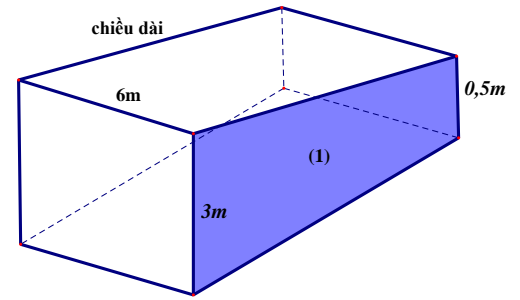
$$V = S \cdot h = \pi R^2 h \approx 3,14 \cdot 50^2 \cdot 20 = 157000 (\text{mm}^3) = 0,000157 (\text{m}^3)$$

b) Đổi $15 \text{ g} = 0,015 \text{ kg}$

Trọng lượng riêng của miếng phomai là:

$$d = \frac{P}{V} = \frac{9,8.0,015.8}{0,000157} \approx 7490(N/m^3).$$

Bài 50. Một hồ bơi có dạng là một lăng trụ đứng tứ giác với đáy là hình thang vuông (mặt bên (1) của hồ bơi là 1 đáy của lăng trụ) và các kích thước như đã cho (xem hình vẽ). Biết rằng người ta dùng một máy bơm với lưu lượng là $42 \text{ m}^3 / \text{phút}$ và sẽ bơm đầy hồ mất 25 phút. Tính chiều dài của hồ.



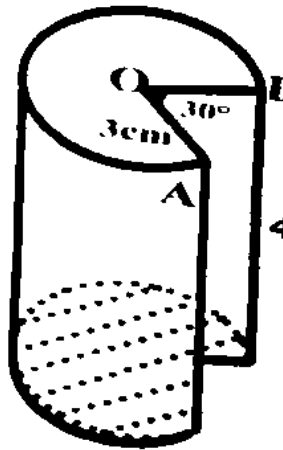
Lời giải

$$\text{Thể tích của hồ : } 42.25 = 1050 \text{ m}^3$$

$$\text{Diện tích đáy lăng trụ là: } 1050 : 6 = 175 \text{ m}^2$$

$$\text{Chiều dài hồ bơi : } 175 : (3 + 0,5) \cdot 2 = 100 \text{ m}$$

Bài 51. Một cái bánh hình trụ có bán kính đường tròn đáy là 3cm, chiều cao 4cm được đặt thẳng đứng trên mặt bàn. Một phần của cái bánh bị cắt rời ra theo các bán kính OA, OB và theo chiều thẳng đứng từ trên xuống dưới với $\widehat{AOB} = 30^\circ$. Tính thể tích phần còn lại của cái bánh sau khi cắt.



Lời giải

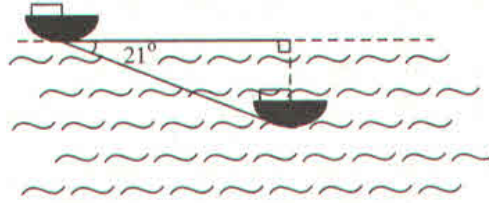
$$\text{Phần cái bánh bị cắt đi là: } \frac{30^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{12} \text{ (cái bánh)}$$

$$\text{Phần cái bánh còn lại: } 1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12} \text{ (cái bánh)}$$

$$\text{Thể tích phần còn lại của cái bánh: } \pi \cdot 3^2 \cdot 4 \cdot \frac{11}{12} = 33\pi \text{ (cm}^3\text{)} \approx 103,62 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Vậy thể tích phần còn lại của cái bánh là $103,62 \text{ cm}^3$.

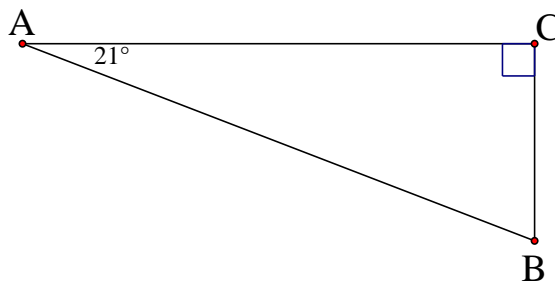
Bài 52. Trong một buổi luyện tập, một tàu ngầm ở trên mặt biển bắt đầu lặn xuống và di chuyển theo một đường thẳng tạo với mặt nước biển một góc 21° . (Hình 30)



Hình 30

- a) Khi tàu chuyển động theo hướng đó và đi được 250m thì tàu ở độ sâu bao nhiêu so với mặt nước (làm tròn đến hàng đơn vị).
- b) Giả sử tốc độ trung bình của tàu là 9km/h thì sau bao lâu (tính từ lúc bắt đầu lặn) tàu ở độ sâu 200 mét (cách mặt nước biển 200m) (làm tròn đến phút).

Lời giải



a) Xét tam giác ABC vuông tại C , $\widehat{CAB} = 21^\circ$, $AB = 250\text{m}$. Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn ta có:

$$BC = AB \cdot \sin 21^\circ = 250 \cdot \sin 21^\circ \approx 90 \text{ (m)}$$

Vậy tàu ở độ sâu là 90m.

b) Khi tàu ở độ sâu 200 mét

Xét tam giác ABC vuông tại C có:

$$AB = \frac{BC}{\sin 21^\circ} = \frac{200}{\sin 21^\circ} = 558,09 \text{ (m)} = 0,55809 \text{ (km)}$$

Thời gian tàu đạt độ sâu 200 mét là: $\frac{0,55809}{9} \approx 0,062 \text{ (giờ)} \approx 4 \text{ (phút)}$

Vậy sau 4 phút thì tàu ở độ sâu 200 mét.

Bài 53. Một xô đựng nước có dạng hình nón cụt. Đáy xô có đường kính là 28cm, miệng xô là đáy lớn của hình nón cụt có đường kính là 36cm. Hỏi xô có thể chứa bao nhiêu lít nước nếu chiều cao của xô là 32cm? (làm tròn đến hàng đơn vị và lấy $\pi = 3,14$)

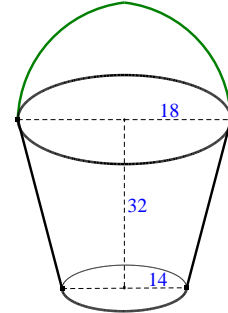
Lời giải

+ Bán kính hai đáy lần lượt là 14cm và 18cm, chiều cao $h = 32$ cm.

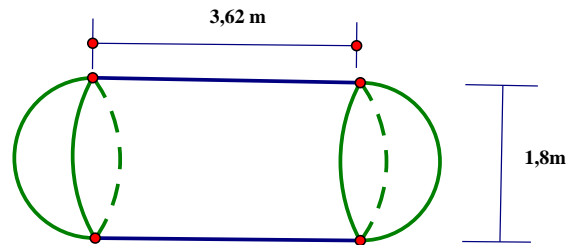
+ Thể tích xô là thể tích hình nón cụt:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \pi h (R_1^2 + R_2^2 + R_1 R_2) \\ &= \frac{1}{3} \pi \cdot 32 \cdot (18^2 + 14^2 + 18 \cdot 14) \\ &= \frac{1}{3} \pi \cdot 32 \cdot 772 \approx 25856 (\text{cm}^3) \approx 26 (l) \end{aligned}$$

Vậy xô nước chứa được khoảng 26 lít nước.



Bài 54. Một xe bồn chở nước sạch cho một khu chung cư có 200 hộ dân. Mỗi đầu của bồn chứa nước là 2 nửa hình cầu (có kích thước như hình vẽ). Bồn chứa đầy nước và lượng nước chia đều cho từng hộ dân. Tính xem mỗi hộ dân nhận được bao nhiêu lít nước sạch? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai, lấy $\pi = 3,14$).



Lời giải

Hình trụ có bán kính đáy bằng bán kính hình cầu $R = 0,9$ (m) và có chiều cao $h = 3,62$ (m).

Thể tích phần hình trụ của bồn nước là: $V_1 = \pi R^2 \cdot h = 3,14 \cdot (0,9)^2 \cdot 3,62$ (m^3)

Hai đầu của bồn nước có thể tích bằng thể tích của một hình cầu có bán kính chính là bán kính của đáy hình trụ nên thể tích hai đầu của bồn nước là:

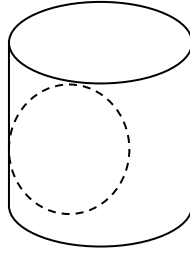
$$V_2 = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (0,9)^3$$
 (m^3)

Thể tích bồn nước là:

$$V = V_1 + V_2 = 3,14 \cdot (0,9)^2 \cdot 3,62 + \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (0,9)^3 \approx 12,26$$
 (m^3)

Lượng nước sạch mỗi hộ dân nhận được là: $12\ 260 : 200 = 61,3$ (lít).

Bài 55. Một bình hình trụ có đường kính đáy 1dm, chiều cao 2dm bên trong có chứa viên bi hình cầu có bán kính 4cm. Hỏi phải đổ vào bình bao nhiêu lít nước để nước đầy bình (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



Cho biết: $V_{Trụ} = \pi.r^2.h$ với r là bán kính đáy; h là chiều cao hình trụ.

$$V_{Cầu} = \frac{4}{3}\pi R^3 \text{ với } R \text{ là bán kính hình cầu}$$

Lời giải

Đổi đơn vị: 4 cm = 0,4 dm.

$$\text{Thể tích của viên bi là: } V_C = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.(0,4)^3 = \frac{32}{375}\pi \text{ (dm}^3\text{)}$$

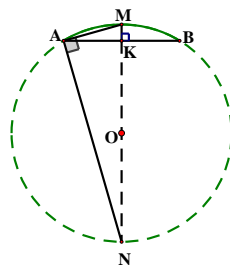
Hình trụ có bán kính đáy bằng $r = 0,5$ dm và có chiều cao $h = 2$ dm.

$$\text{Thể tích của hình trụ là } V_T = \pi.r^2.h = \pi.(0,5)^2.2 = \frac{\pi}{2} \text{ (dm}^3\text{)}.$$

$$\text{Số nước cần phải đổ để nước đầy bình là: } \frac{\pi}{2} - \frac{32\pi}{375} = \frac{311\pi}{750} \approx 1,3 \text{ (dm}^3\text{)}$$

Vậy số nước cần phải đổ để nước đầy bình là: 1,3 lít.

Bài 56. Một chiếc cầu dài 40 mét bắc qua một con kênh được thiết kế kiểu mái vòm là một cung tròn (như hình vẽ) có chiều cao từ mặt cầu đến đỉnh vòm là 3 mét. Tính bán kính của đường tròn chứa cung tròn của vòm cầu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



Chú thích:

AB : Độ dài của chiếc cầu;

MK : Chiều cao từ mặt cầu đến đỉnh vòm cầu;

(O) là đường tròn chứa vòm cầu

Lời giải.

$$\text{Độ dài nửa chiếc cầu là } AK = \frac{AB}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ m}$$

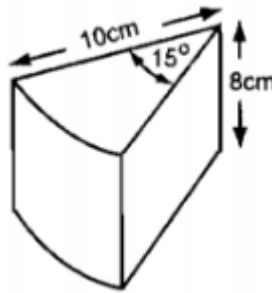
Xét tam giác vuông ΔAMK có $AM^2 = AK^2 + MK^2$ (Pytago)

$$AM^2 = 20^2 + 3^2 = 400 + 9 = 409$$

Xét tam giác vuông ΔAMN đường cao AK có: $AM^2 = MK.MN \Rightarrow MN = \frac{AM^2}{MK} = \frac{409}{3}$

Vậy bán kính đường tròn chứa cung tròn của vòm cầu là $\frac{409}{3} : 2 \approx 68,17$ m.

Bài 57. Một mẫu pho mát được cắt ra từ một khối pho mát dạng hình trụ (có các kích thước như trên hình vẽ). Tính theo gam khối lượng của mẫu pho mát biết khối lượng riêng của pho mát là $3g/cm^3$.



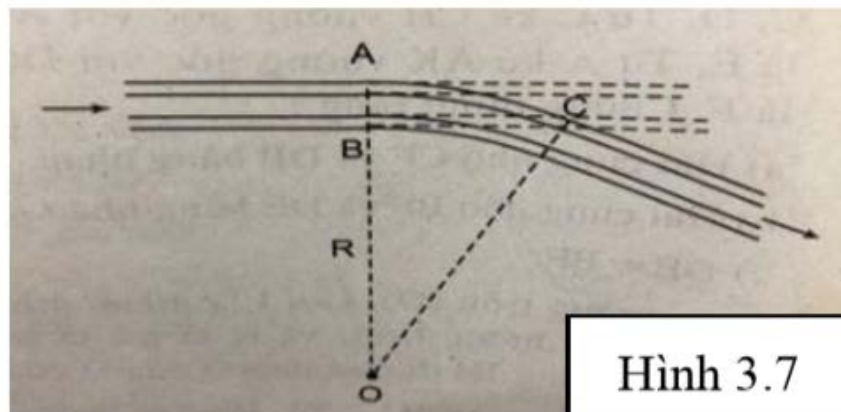
Lời giải.

Thể tích khối trụ bán kính đáy 10 cm, chiều cao 8 cm là: $3,14.10^2.8 = 2512 \text{ cm}^3$.

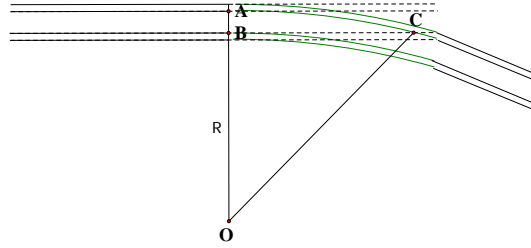
Thể tích miếng pho mát là: $\frac{2512.15}{360} = \frac{314}{3} \text{ cm}^3$.

Khối lượng của mẫu pho mát $\frac{314}{3}.3 = 314 = 314 \text{ g}$.

Bài 58. Để giúp xe lửa chuyển từ một đường ray từ hướng này sang một đường ray theo hướng khác, người ta làm xen giữa một đoạn đường ray hình vòng cung (hình 3.7). Biết chiều rộng của đường ray là $AB = 1,1\text{m}$, đoạn $BC = 28,4\text{m}$. Hãy tính bán kính $OA = R$ của đoạn đường ray hình vòng cung.



Lời giải



Gọi $OA = OC = x > 0$ (là bán kính của cung tròn lớn)

Suy ra $OB = x - 1,1$

Xét $\triangle OBC$ vuông tại B có:

$$OC^2 = OB^2 + BC^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 = (x - 1,1)^2 + 28,4^2$$

$$\Leftrightarrow 2,2x - 807,77 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 403,885 \text{ (m)}$$

Vậy bán kính của đoạn ray là 403,885 m.

Bài 59. Một vườn có hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 40$ m, $AD = 30$ m. Người ta muốn buộc hai con

đê ở hai góc vườn A, B . Có hai cách buộc (hình 4.2)

Cách 1 : Mỗi dây dều dài 20 m.

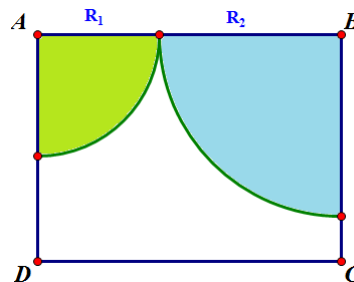
Cách 2 : Một dây dều dài 30 m và dây dều kia dài 10 m.

Hỏi với cách buộc nào thì diện tích cỏ mà hai con đê có thể ăn được sẽ lớn hơn ?



Hình 4.2

Lời giải



Diện tích cỏ hai con dê có thể ăn là dạng hai hình quạt có số đo cung cùng bằng 90° .

Trường hợp 1: Mỗi dây thừng dài $20\text{ m} \Rightarrow R_1 = R_2 = 20\text{ m}$.

Diện tích cỏ mà hai con dê có thể ăn:

$$S = S_1 + S_2 = \frac{\pi R_1^2 \cdot 90}{360} + \frac{\pi R_2^2 \cdot 90}{360} = \frac{\pi \cdot 20^2 \cdot 90}{360} + \frac{\pi \cdot 20^2 \cdot 90}{360} = 200\pi \approx 628 (\text{m}^2)$$

Trường hợp 2: Giả sử dây thừng cột dê ở A dài 30 m , dây thừng cột dê ở B dài 10 m .

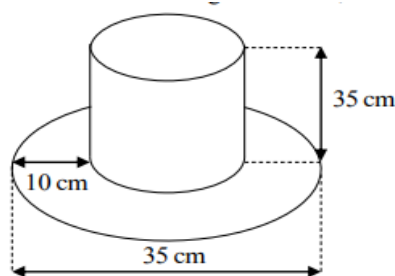
$$\Rightarrow R_1 = 30\text{ m}, R_2 = 10\text{ m}.$$

Diện tích cỏ mà hai con dê có thể ăn:

$$S = S_1 + S_2 = \frac{\pi R_1^2 \cdot 90}{360} + \frac{\pi R_2^2 \cdot 90}{360} = \frac{\pi \cdot 30^2 \cdot 90}{360} + \frac{\pi \cdot 10^2 \cdot 90}{360} = 250\pi \approx 758 (\text{m}^2).$$

Vậy dùng hai sợi dây 30 m và 10 m thì diện tích cỏ hai con dê ăn sẽ nhiều hơn.

Bài 60. Một cái mũ bằng vải của nhà ảo thuật với kích thước như hình vẽ.



Hãy tính tổng diện tích vải cần để làm cái mũ đó biết rằng vành mũ hình tròn và ống mũ hình trụ (làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Ống mũ là hình trụ với chiều cao 35 cm , bán kính đáy $R = \frac{35 - 2 \cdot 10}{2} = 7,5\text{ cm}$

Diện tích vải để làm ống mũ là: $S_1 = 2\pi Rh + \pi R^2 = 2\pi \cdot 7,5 \cdot 35 + \pi \cdot 7,5^2 = 506,25\pi (\text{cm}^2)$

Diện tích vải để làm vành mũ là: $S_2 = \pi \cdot 17,5^2 - \pi \cdot 7,5^2 = 250\pi (\text{cm}^2)$

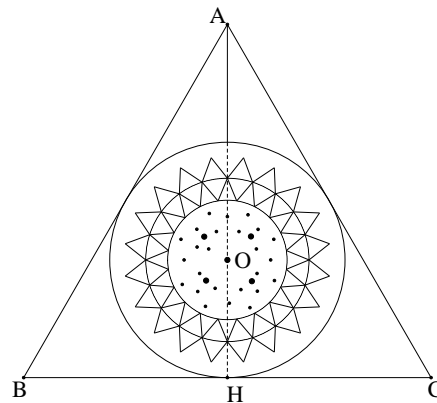
Vậy tổng diện tích vải cần để làm cái mũ là:

$$506,25\pi + 250\pi = 756,25\pi (\text{cm}^2) \approx 2376 (\text{cm}^2)$$

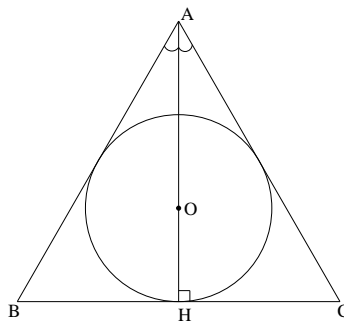
Bài 61. Đài phun nước ở Công viên Hồ Khánh Hội, TP HCM vừa khánh thành vào ngày 31/08/2019. Đài phun nước có dạng đường tròn (gọi là đường tròn tâm O) và được thiết kế theo hình dáng những cánh hoa đan xen nhau, bên dưới là hệ thống phun nước với nhiều độ cao khác nhau kết hợp với hệ thống chiếu sáng và âm nhạc cùng các mảng cây xanh tạo không gian đô thị vui tươi, sinh động.

Một học sinh vẽ tam giác đều ABC ngoại tiếp đường tròn (O) và tính được diện tích tam giác đều là 1200 m^2 . Bạn hãy tính bán kính và chu vi của đường tròn (O).

* (Kết quả làm tròn một chữ số thập phân và $\pi = 3,14$).



Lời giải



Gọi O là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC .

$\Rightarrow O$ là giao điểm 3 đường phân giác.

Mà ΔABC đều nên AH là đường phân giác cũng là đường cao, đường trung tuyến.

$\Rightarrow O$ là trọng tâm ΔABC và $AH = 3.OH = 3.R$.

và $\widehat{HAC} = \frac{\widehat{BAC}}{2} = 30^\circ$; $BC = 2.HC$

Xét ΔHAC vuông tại H .

$\Rightarrow HC = AH \cdot \tan 30^\circ = 3R \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = R \cdot \sqrt{3}$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = AH \cdot HC = 3R \cdot R\sqrt{3} = 3\sqrt{3}R^2$$

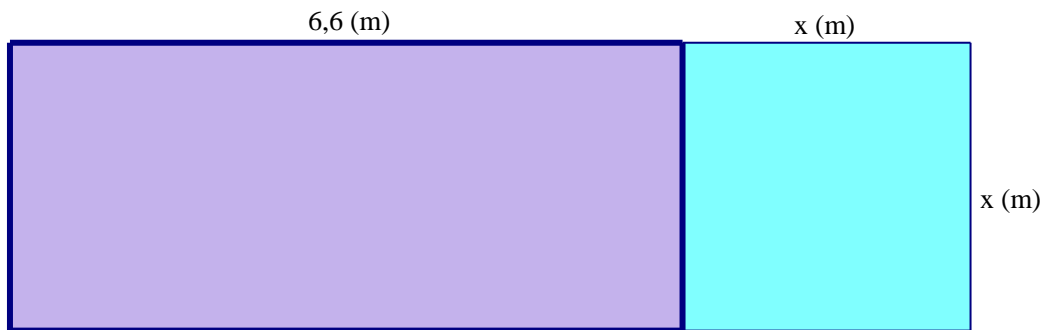
$$\Rightarrow 1200 = 3\sqrt{3} \cdot R^2$$

$$\Leftrightarrow R = \sqrt{\frac{1200}{3\sqrt{3}}} \approx 15,2 \text{ (m)}$$

Chu vi đường tròn (O) là $2 \cdot 3,14 \cdot 15,2 \approx 95,5$ (m)

Vậy bán kính (O) là 15,2 m; chu vi là 95,5 m.

Bài 63. Một khu đất trồng hoa lúc đầu hình chữ nhật có chiều dài 6,6 (m), người trồng hoa muốn mở rộng thêm về phía chiều rộng một hình vuông có cạnh x (m) để được khu đất có diện tích 34 (m^2). Tìm chu vi của khu đất trồng hoa lúc sau?



Lời giải

Khu đất trồng hoa ban đầu có chiều dài là 6,6 m, chiều rộng là x m ($x > 0$)

Khu đất trồng hoa lúc sau có chiều dài là $x + 6,6$ m, chiều rộng là x m

Diện tích khu đất lúc sau là $34m^2$ nên ta có phương trình:

$$(x + 6,6) \cdot x = 34 \Leftrightarrow x^2 + 6,6x - 34 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3,4 (TM) \\ x = -10 (KTM) \end{cases}$$

Vậy khu đất trồng hoa lúc sau có chiều dài là 10 m, chiều rộng là 3,4 m

Chu vi của khu đất trồng hoa lúc sau là: $(10 + 3,4) \cdot 2 = 26,8$ (m)

Bài 64. Một hộp thực phẩm có hình trụ. Biết diện tích của đáy là $60,24 \text{ cm}^2$.

a) Hãy tính bán kính của đường tròn đáy của hình trụ. Biết $\pi \approx 3,14$.

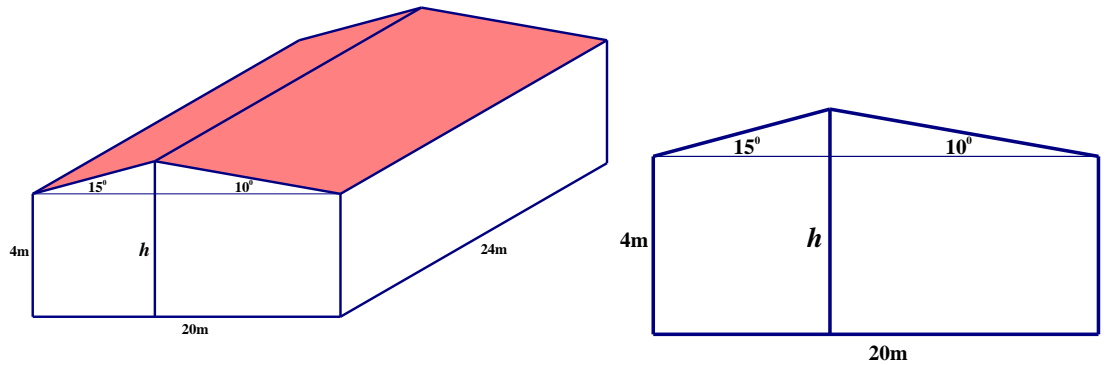
b) Biết chiều cao của hình trụ là 5cm. Hãy tính thể tích của hộp thực phẩm.

Lời giải

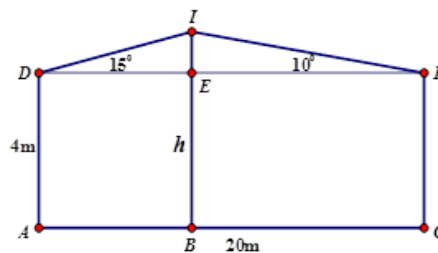
a) Bán kính của đường tròn đáy của hình trụ là: $3,14 \cdot R^2 = 60,24 \Leftrightarrow R \approx 4,38$ (cm)

b) Thể tích của hộp thực phẩm là: $V = S \cdot h = 6,24 \cdot 5 = 301,2$ (cm^3)

Bài 65. Một nhà xưởng với số liệu ghi trên hình (biết h là chiều cao từ mặt đất tới nóc nhà).
 Tính chiều cao h của nhà. Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất.



Lời giải



$$\text{Có } \triangle IEF : \hat{E} = 90^\circ \Rightarrow EF = IE \cdot \cot 10^\circ$$

$$\triangle IED : \hat{E} = 90^\circ \Rightarrow DE = IE \cdot \cot 15^\circ$$

$$\Rightarrow IE \cdot (\cot 15^\circ + \cot 10^\circ) = 20$$

$$\Rightarrow IE \approx 2,13 \text{ m}$$

* Chiều cao của nhà là: $h = 4 + EI = 6,13 \text{ (m)}$.

Bài 66. Một trường THCS ở thành phố chuẩn bị xây dựng một hồ bơi cho học sinh với kích thước như sau : chiều rộng là 6 m, chiều dài 12,5 m, chiều sâu 2 m. Sức chứa trung bình $0,5 \text{ m}^3/\text{người}$ (Tính theo diện tích mặt đáy). Thiết kế như hình vẽ sau

- Hồ bơi có sức chứa tối đa bao nhiêu người?
- Tính thể tích của hồ bơi ? Lúc này người ta đổ vào trong đó 120000 lít nước. Tính khoảng cách của mực nước so với mặt hồ ? ($1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ lít}$)

Lời giải

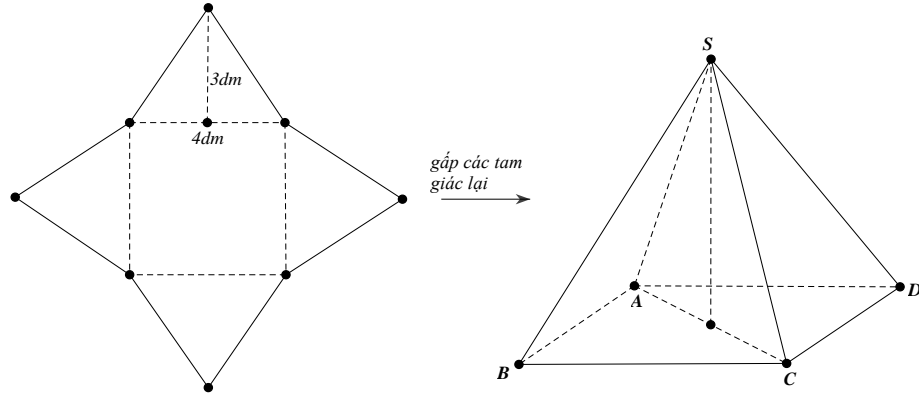
a) Diện tích mặt đáy của hồ bơi là: $6 \cdot 12,5 = 75 \text{ m}^2$

Sức chứa tối đa của hồ bơi là: $75 : 0,5 = 150 \text{ (người)}$

b) Chiều cao của mực nước so với đáy: $120 : 75 = 1,6 \text{ (m)}$

Chiều cao của mực nước so với mặt hồ: $2 - 1,6 = 0,4 \text{ (m)}$.

- Bài 67.** Để tạo một mô hình kim tự tháp (hình chóp tứ giác đều) từ tấm bìa, bạn Hạ cắt theo hình bên (ở giữa là hình vuông cạnh 4 dm, các tam giác bên ngoài là tam giác cân có chiều cao 3 dm) rồi gấp 4 tam giác lại chung đỉnh. Hãy tính thể tích của mô hình được tạo thành ở trên (làm tròn đến 1 chữ số thập phân)



Lời giải

Cạnh bên của hình chóp là: $\sqrt{9+4} = \sqrt{13}$ (dm)

Độ dài đường chéo của mặt đáy là: $\sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ (dm)

Chiều cao của hình chóp là $h = \sqrt{13-8} = \sqrt{5}$ (dm)

Diện tích đáy của hình chóp là $S = 4.4 = 16$ (dm²)

Vậy thể tích của hình chóp là: $V = \frac{1}{3}S.h \Rightarrow V = \frac{16\sqrt{5}}{3} \approx 11,9$ (dm³)

- Bài 68.** Bác Năm mới mua miếng đất hình vuông có diện tích $3600 m^2$. Bác tính làm hàng rào bằng dây kẽm gai hết tất cả 5 000 000 đồng, bao gồm cả chi phí dây kẽm và tiền công làm. Gọi x là giá mỗi mét dây kẽm ($x > 0$), y là số tiền công làm hàng rào.

a) Hãy viết hàm số tính công làm hàng rào.

b) Hỏi bác Năm phải trả bao nhiêu tiền công để thợ rào hết hàng rào. Biết rằng giá mỗi mét dây kẽm là 15 000 đồng.

Lời giải

Cạnh miếng đất hình vuông là: $\sqrt{3600} = 60 m$.

Chu vi miếng đất là: $4.60 = 240 m$

a) Tiền công hàng rào là: $y = 5\,000\,000 - 240x$

b) Tiền công mà bác Năm phải trả cho thợ:

$$y = 5\,000\,000 - 240.15\,000 = 1\,400\,000 \text{ đồng}$$

Bài 69. Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài $AB = 240$ m ; chiều rộng $BC = 100$ m người ta muốn dựng một hàng rào bằng thanh tre theo đường chéo AC để chia mảnh vườn thành hai phần bằng nhau (một phần trồng chuối, một phần trồng rau). Biết rằng đường kính của mỗi thanh tre là 5cm .Hỏi phải dùng bao nhiêu thanh tre để dựng hàng rào trên ?

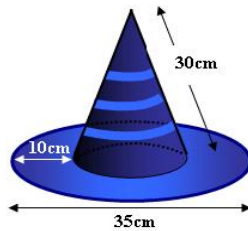
Lời giải

Xét ΔABC vuông tại B ta có : $AC^2 = AB^2 + BC^2$ (định lí Pitago)

$$\Rightarrow AC = \sqrt{67600} = 260 \text{ (cm)}$$

Số thanh tre cần dùng là : $260 : 5 = 52$ (thanh).

Bài 70. Tính lượng vải cần mua để tạo ra nón của chú hề với các số liệu trong hình bên. Biết rằng tỉ lệ vải khâu (may) hao (tốn) khi may nón là 15%. Cho biết $\pi \approx 3,14$.



Lời giải

Diện tích vải cần có để làm nên cái mũ gồm diện tích xung quanh của hình nón và diện tích của vành nón.

$$\text{Bán kính đường tròn đáy của hình nón: } r = \frac{35 - 2 \cdot 10}{2} = 7,5 \text{ (cm)}$$

$$\text{Diện tích xung quanh hình nón: } S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 7,5 \cdot 30 = 225\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Diện tích vành nón (hình vành khăn): } \pi \cdot \left(\frac{35}{2}\right)^2 - \pi \cdot (7,5)^2 = 250\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Diện tích vải cần để may: } 225\pi + 250\pi = 475\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$$

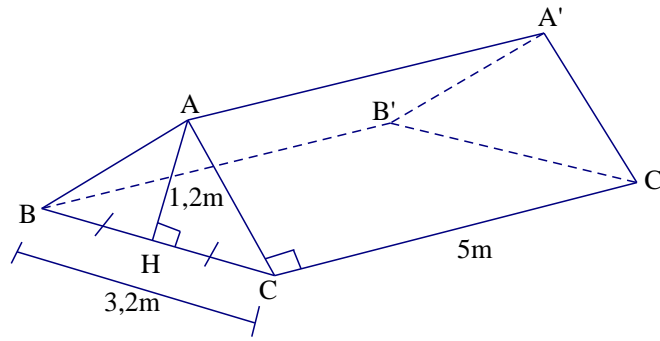
Vì tỉ lệ vải khâu (may) hao (tốn) khi may nón là 15% nên diện tích vải thực tế cần dùng là:

$$475\pi + 15\% \cdot 475\pi = 546,25\pi \approx 546,25 \cdot 3,14 = 1715,225 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Bài 71. Một cái lều ở trại hè có dạng lăng trụ đứng tam giác (với các kích thước trên hình : $AH = 1,2$ m ; $BC = 3,2$ m ; $CC' = 5$ m).

a) Tính thể tích khoảng không ở bên trong lều.

b) Cần phải có ít nhất bao nhiêu m² vải bạt để dựng lều đó ?(Không tính các mép và nếp gấp của lều)

**Lời giải**

a) Diện tích đáy (tam giác): $S = \frac{1}{2} \cdot 3,2 \cdot 1,2 = 1,92 (m^2)$

Thể tích khối không ở bên trong lều $V = S \cdot h = 1,92 \cdot 5 = 9,6 (m^3)$

b) Áp dụng định lí Pytago vào tam giác vuông AHC , ta tính được $AC = 2m$

Số m^2 vải bạt ít nhất cần có : $2 \cdot (1,92 + 2 \cdot 5) = 23,84 m^2$

- Bài 72.** Một cốc nước hình trụ cao 15cm, đường kính đáy là 6cm. Lượng nước ban đầu cao 10cm. Thả vào cốc 5 viên bi hình cầu cùng đường kính 2cm. Hỏi sau khi thả 5 viên bi mực nước cách miệng cốc bao nhiêu cm? (Làm tròn lấy 2 chữ số thập phân).

Lời giải

Thể tích của 5 viên bi:

$$5 \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{2}{2}\right)^3 = \frac{20}{3} \pi (cm^3)$$

Chiều cao mực nước dâng lên thêm sau khi thả 5 viên bi là

$$\frac{20}{3} \pi : \left[\pi \left(\frac{6}{2}\right)^2 \right] = \frac{20}{27} (cm)$$

Mực nước cách miệng cốc 1 khoảng là:

$$15 - 10 - \frac{20}{27} \approx 4,26 (cm)$$

- Bài 73.** Nhà hát Cao Văn Lầu và Trung tâm triển lãm văn hóa nghệ thuật tỉnh Bạc Liêu có hình dáng 3 chiếc nón lá lớn nhất Việt Nam, mái nhà hình nón làm bằng vật liệu composite và được đặt hướng vào nhau. Em hãy tính diện tích xung quanh và thể



tích của mái nhà hình nón biết đường kính là $45m$ và chiều cao là $24m$ (lấy $\pi \approx 3,14$, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Đường sinh của hình nón là:

$$l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{24^2 + 22,5^2} = 32,89(m)$$

Diện tích xung quanh của mái nhà hình nón là:

$$S_{xq} = \pi \cdot r \cdot l = 3,14 \cdot 22,5 \cdot 32,89 \approx 2324(m^2)$$

Thể tích của mái nhà hình nón là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 22,5^2 \cdot 24 = 12717(m^3)$$

- Bài 74.** Khi thả chìm hoàn toàn tượng một con ngựa nhỏ bằng đá vào một ly nước có dạng hình trụ thì người ta thấy nước trong ly dâng lên $1,5\text{ cm}$ và không tràn ra ngoài. Biết diện tích đáy của ly nước bằng 80 cm^2 . Hỏi thể tích của tượng ngựa đá bằng bao nhiêu?

Lời giải

Thể tích phần nước trong ly dâng lên chính là thể tích của tượng ngựa đá.

$$\text{Diện tích đáy ly nước hình trụ là } S = \pi r^2 = 80(\text{cm}^2) \Rightarrow r^2 = \frac{80}{\pi}(\text{cm}).$$

Chiều cao mực nước dâng lên $h = 1,5(\text{cm})$.

$$\text{Thể tích cần tìm là } V = \pi r^2 h = \pi \cdot \frac{80}{\pi} \cdot 1,5 = 120(\text{cm}^3).$$

- Bài 75.** Một chiếc camera có thể tự xoay quanh trục của nó và tầm chiếu tối đa của nó là 5 m . Hãy tính diện tích mà camera có thể quan sát được nếu nó tự quay quanh trục của bản thân với góc quay là 120° .

Lời giải

Diện tích máy quay có thể quan sát được chính là diện tích hình quạt có bán kính 5 m và

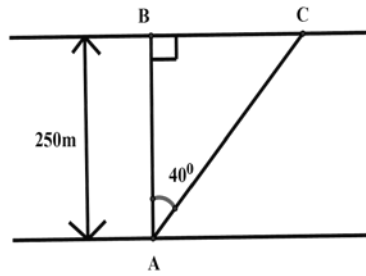
$$\text{cung } 120^\circ. \text{ Do đó ta có } S = \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 120}{360} = 26,18(m^2).$$

- Bài 76.** Một khúc sông rộng khoảng 250 m . Một chiếc đò chèo qua sông bị dòng nước đẩy lệch đi một góc 40° . Hỏi con đò phải đi thêm bao nhiêu mét nữa so với dự định ban đầu để qua được khúc sông ấy?

Lời giải

Theo đề bài ta có chiều rộng khúc sông là 250 m và $\widehat{BAC} = 40^\circ$ do đó ta có $AB = AC \cdot \cos A$.

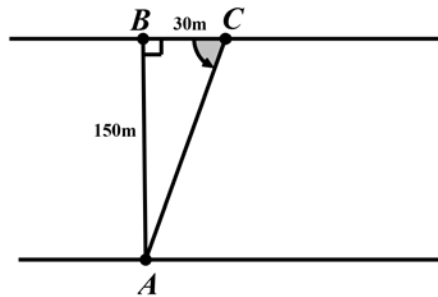
$$\text{Suy ra } AC = \frac{AB}{\cos A} = \frac{250}{\cos 40^\circ} \approx 326(m).$$



Vậy chiếc đò phải đi thêm một đoạn dài $326 - 250 = 76$ (m).

- Bài 77.** Trên một khúc sông với hai bờ song song với nhau, có một chiếc đò dự định chèo qua sông từ vị trí A ở bờ bên này sang vị trí B ở bờ bên kia, đường thẳng AB vuông góc với các bờ sông. Do bị dòng nước đẩy xiên nên chiếc đò đã cập bờ bên kia tại vị trí C cách B một khoảng bằng 30 m. Biết khúc sông rộng 150 m. Hỏi dòng nước đã đẩy chiếc đò lệch đi một góc có số đo bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến giây).

Lời giải



Ta có $AB \perp BC$ nên $\triangle ABC$ vuông tại B .

Xét tam giác vuông ABC ta có $\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{150}{30} = 5 \Rightarrow \widehat{ACB} = 78^\circ 41' 24''$.

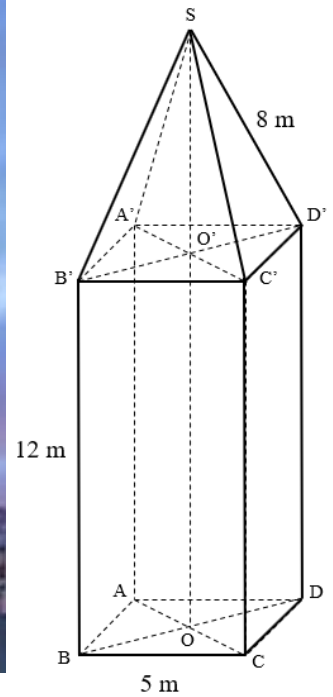
Vậy dòng nước đã đẩy chiếc đò đi lệch một góc có số đo bằng $90^\circ - 78^\circ 41' 24'' = 11^\circ 18' 36''$.

- Bài 78.** Một tháp đồng hồ có phần dưới có dạng hình hộp chữ nhật, đáy là hình vuông có cạnh dài 5 m, chiều cao của hình hộp chữ nhật là 12 m. Phần trên của tháp có dạng hình chóp đều, các mặt bên là các tam giác cân chung đỉnh (hình vẽ). Mỗi cạnh bên của hình chóp dài 8 m.

- a) Tính theo mét chiều cao của tháp đồng hồ?
(làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)
- b) Cho biết thể tích của hình hộp chữ nhật được tính theo công thức $V = S.h$, trong đó S là diện tích mặt đáy, h là chiều cao của hình hộp chữ nhật. Thể tích của hình chóp được tính theo

$$\text{công thức } V = \frac{1}{3} S.h,$$

trong đó S là diện tích mặt đáy, h là chiều cao của hình chóp. Tính thể tích của tháp đồng hồ này? (Làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

- a) Xét hình vuông $A'B'C'D'$ có:

$$B'D' = \sqrt{B'C'^2 + C'D'^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2} \Rightarrow O'D' = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

Chiều cao phần trên của tháp đồng hồ:

$$SO' = \sqrt{SD'^2 - O'D'^2} = \sqrt{8^2 - \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{206}}{2}$$

Chiều cao của tháp đồng hồ là:

$$12 + \frac{\sqrt{206}}{2} \approx 19,2m$$

- b) Thể tích phần dưới của tháp đồng hồ: $V_1 = S_{ABCD} \cdot OO' = 5^2 \cdot 12 = 300 (m^3)$

$$\text{Thể tích phần trên của tháp đồng hồ: } V_2 = \frac{1}{3} S_{A'B'C'D'} \cdot SO' = \frac{1}{3} \cdot 5^2 \cdot \frac{\sqrt{206}}{2} = \frac{25\sqrt{206}}{6} (m^3)$$

$$\text{Thể tích tháp đồng hồ: } V_1 + V_2 = 300 + \frac{25\sqrt{206}}{6} \approx 360 (m^3)$$

- Bài 79.** Một cửa sổ dạng vòm trong hình vẽ gồm phần hình chữ nhật phía dưới và nửa hình tròn phía trên. Phần hình chữ nhật có chiều dài của cạnh đứng là $1m$, chiều dài cạnh ngang là $1.2m$. Biết giá làm mỗi m^2 cửa là 700000 đồng. Hãy tính giá tiền làm cửa sổ vòm nói trên. (làm tròn đến nghìn đồng)

Lời giải

Diện tích cửa phần hình chữ nhật là: $1,2 \cdot 2 = 1,2(m^2)$

Diện tích cửa phần nửa hình tròn là: $\frac{1}{2} \cdot 3,14 \cdot 0,6^2 = 0,5652(m^2)$

Tổng diện tích cửa cửa sổ là: $1,2 + 0,5652 = 1,7652(m^2)$

Giá thành cửa sổ là: $700000 \cdot 1,7652 = 1235640(\text{đồng})$

Bài 80. Ở hai quầy hàng A và B trong hội hoa xuân, người ta bán hai loại bắp rang bơ lần lượt



được đựng trong hai loại hộp hình nón và hình trụ với thông tin về giá cả và định lượng như trong hình dưới đây. Vỏ hộp được làm bằng giấy, phần này nhận được tài trợ của công ty giấy, nên cả hai quầy không tốn chi phí làm vỏ hộp. Hỏi bạn H nên mua bắp rang bơ ở quầy A hay quầy B để bạn có lợi hơn? Tại sao?

Lời giải

$$\text{Ta có: } V_A = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 6 = 18\pi$$

$$V_B = \pi r^2 h = \pi \cdot 3^2 \cdot 6 = 54\pi$$

$$\Rightarrow V_B = 3V_A$$

Mà giá quầy hàng B gấp 2 lần giá quầy hàng A

Vậy bạn H nên mua bắp rang bơ ở quầy B thì có lợi hơn

Bài 81. Tính hai cạnh góc vuông của một tam giác vuông có cạnh huyền đo được 185 m. Biết rằng nếu giảm mỗi cạnh góc vuông 4 m thì diện tích tam giác giảm $506(m^2)$.

Lời giải

Gọi số đo hai cạnh góc vuông là x, y (m); ($x > y > 0$).

Theo giả thiết ta có cạnh huyền của tam giác vuông là 185 m, áp dụng định lí Pytago ta có

$$x^2 + y^2 = 185^2 \quad (1)$$

Mặt khác ta lại có nếu giảm mỗi cạnh góc vuông 4 m thì diện tích tam giác giảm 506 m^2

$$\text{, ta được } \frac{1}{2}(x-4)(y-4) = \frac{1}{2}xy - 506 \Leftrightarrow x + y = 257 \quad (2)$$

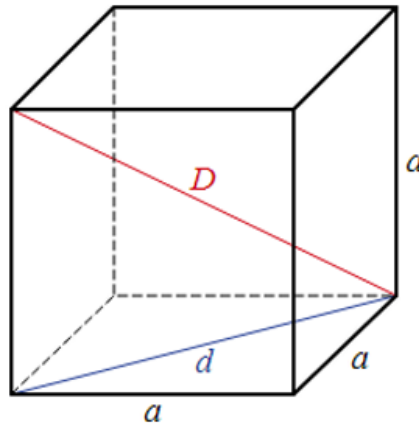
Từ (1) và (2) ta lập được hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 = 185^2 \\ x + y = 257 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 153 \\ y = 104 \end{cases}$ (thỏa mãn).

Vậy độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt là 153 m và 104 m.

Bài 82. Hình lập phương có thể tích là 125 m^3 .

a) Tính độ dài d là độ dài đường chéo một mặt của hình lập phương.

b) Tính độ dài D là độ dài đường chéo của hình lập phương.



Lời giải

a) Tính độ dài d là độ dài đường chéo một mặt của hình lập phương.

Ta có thể tích của hình lập phương là $V = a^3 = 125 (\text{m}^3)$, do đó ta có độ dài cạnh của hình lập phương là $a = 5 (\text{m})$.

Do các mặt của hình lập phương là hình vuông nên đường chéo d của một mặt hình lập phương là cạnh huyền của tam giác vuông có hai cạnh góc vuông có độ dài là a .

Áp dụng định lí Pytago, ta được: $d = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} (\text{m})$.

b) Tính độ dài D là độ dài đường chéo của hình lập phương.

Hình lập phương có các mặt vuông góc với nhau nên đường chéo D của hình lập phương là cạnh huyền của tam giác vuông có độ dài cạnh góc vuông lần lượt là a và d .

Áp dụng định lí Pytago ta được $D = \sqrt{a^2 + d^2} = \sqrt{5^2 + (5\sqrt{2})^2} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \text{ (m)}$.

Vậy $d = 5\sqrt{2} \text{ m}$, $D = 5\sqrt{3} \text{ m}$.

- Bài 83.** Máy kéo nông nghiệp có hai bánh sau to hơn hai bánh trước. Khi bơm căng, bánh xe sau có đường kính là 1,672m và bánh xe trước có đường kính là 88cm. Hỏi khi bánh xe sau lăn được 10 vòng thì bánh xe trước lăn được mấy vòng?

Lời giải

Chu vi bánh xe sau : $\pi \times 1,672 \text{ (m)}$

Chu vi bánh xe trước : $\pi \times 0,88 \text{ (m)}$

Khi bánh xe sau lăn được 10 vòng thì quãng đường đi được là
 $\pi \times 1,672 \times 10 = \pi \times 16,72 \text{ (m)}$

Khi đó số vòng lăn của bánh xe trước là $\frac{\pi \times 16,72}{\pi \times 0,88} = 19 \text{ (vòng)}$

- Bài 84.** Các ống hút nhựa thường khó phân hủy và gây hại cho môi trường. Mỗi ngày có 60 triệu ống hút thải ra môi trường gây hậu quả nghiêm trọng. Ngày nay người ta chủ động sản xuất các loại ống hút dễ phân hủy. Tại tỉnh Đồng Tháp có cơ sở chuyên sản xuất ống hút “thân thiện với môi trường” xuất khẩu ra thị trường thế giới và được nhiều nước ưa chuộng. Ống hút được làm từ bột gạo, các màu chiết xuất từ củ dền, lá dứa, bông sen, bông điên điển,... Một ống hút hình trụ, đường kính 12mm, bề dày ống 2mm, chiều dài ống 180mm. Em hãy tính xem để sản xuất mỗi ống thì thể tích bột gạo được sử dụng là bao nhiêu (Biết $\pi \approx 3,14$)

Lời giải

Thể tích ống hút: $V = \pi R^2 . h = \pi 6^2 . 180 = 6480\pi \text{ (mm}^3\text{)}$

Thể tích phần lõi rỗng bên trong ống hút: $v = \pi r^2 . h = \pi (6 - 2)^2 . 180 = 2880\pi \text{ (mm}^3\text{)}$

Thể tích bột gạo được sử dụng: $V - v = 6480\pi - 2880\pi = 3600\pi \approx 11304 \text{ (mm}^3\text{)}$

- Bài 85.** Hiệp định Genève 1954 về chấm dứt chiến tranh ở Đông Dương đã chọn vĩ tuyến 17° Bắc, dọc sông Bến Hải – tỉnh Quảng Trị làm khu vực phi quân sự, phân định giới tuyến Bắc – Nam tạm thời cho Việt Nam. Và dòng sông Bến Hải chạy dọc vĩ tuyến 17 này đã thành nơi chia cắt đất nước trong suốt hơn 20 năm chiến tranh Việt Nam. Em hãy tính độ dài mỗi vòng kinh tuyến và độ dài cung kinh tuyến từ vĩ tuyến 17 đến xích đạo. Biết bán kính trái đất là 6400 km.

Lời giải

Độ dài của một vòng kinh tuyến là:

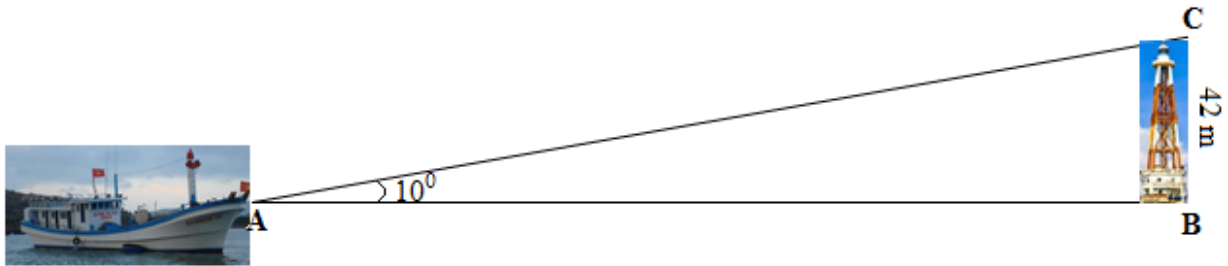
$$C = 2R = 2.6400 = 12800 \text{ (km)}$$

Độ dài của cung kinh tuyến từ vĩ tuyến 17 đến xích đạo là:

$$l = \frac{\pi R n}{180} = \frac{\pi \cdot 6400 \cdot 17}{180} = \frac{5440\pi}{9} \approx 1898,9 \text{ (km)}$$

Bài 86 . Hải đăng Đá Lát là một trong 7 ngọn Hải đăng cao nhất Việt Nam, được đặt trên đảo Đá Lát ở vị trí cực Tây Quần đảo, thuộc xã đảo Trường Sa, huyện Trường Sa, tỉnh Khánh Hòa. Ngọn hải đăng được xây dựng năm 1994, cao 42 mét, có tác dụng chỉ vị trí đảo, giúp tàu thuyền hoạt động trong vùng biển Trường Sa định hướng và xác định được vị trí mình. Một người đi trên tàu đánh cá muốn đến ngọn hải đăng Đá Lát, người đó đứng trên mũi tàu cá và dùng giác kế đo được góc giữa mũi tàu và tia nắng chiếu từ đỉnh ngọn hải đăng đến tàu là 10°

- Tính khoảng cách từ tàu đến ngọn hải đăng. (làm tròn đến 1 chữ số thập phân)
- Biết cứ đi 10 m thì tàu đó hao tốn hết 0,02 lít dầu. Hỏi tàu đó để đi đến ngọn hải đăng



Lời giải

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B :

$$\tan A = \frac{BC}{AB}$$

$$\Rightarrow AB = \frac{BC}{\tan A} = \frac{42}{\tan 10^\circ} \approx 238,2$$

Vậy khoảng cách từ tàu đến ngọn hải đăng là 238,2 m.

Bài 86. Liễn nuôi cá được xem như một phần của mặt cầu. Lượng nước đổ vào liễn chiếm $\frac{2}{3}$ thể tích của hình cầu. Hỏi cần phải có ít nhất bao nhiêu lít nước để thay nước ở liễn nuôi cá cảnh. Biết rằng đường kính của liễn là 22 cm (**Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2**)

Lời giải

$$\text{Đổi } 22 \text{ cm} = 2,2 \text{ dm}$$

$$\text{Lượng nước ít nhất cần phải thay là: } \frac{2}{3} \cdot \frac{\pi}{6} \cdot (2,2)^3 \approx 3,71 (\text{dm}^3) = 3,71 \text{ l} .$$



Bài 87. Tính thể tích không khí (km^3) trong tầng đối lưu của trái đất biết rằng bán kính trái đất là khoảng 6371 km và tầng đối lưu được tính từ mặt đất cho đến khoảng 10 km so với mặt đất. (làm tròn đến km^3)?

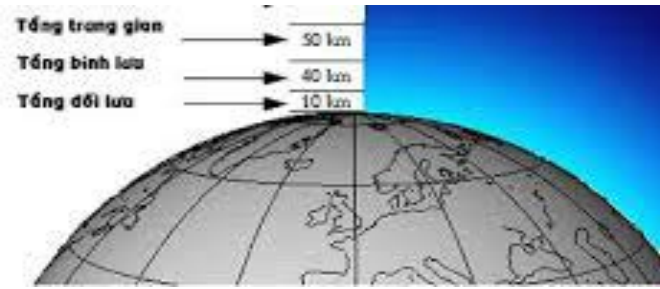
Lời giải

$$\text{Thể tích trái đất: } V_1 = \frac{4}{3}\pi \cdot 6371^3 \text{ (} km^3 \text{)}.$$

$$\text{Thể tích tính đến hết tầng đối lưu: } V_2 = \frac{4}{3}\pi (6371+10)^3 \text{ (} km^3 \text{)}.$$

Do đó thể tích không khí tầng đối lưu:

$$V = V_2 - V_1 = \frac{4}{3}\pi \cdot (6381^3 - 6371^3) \approx 5\,108\,654\,963 \text{ (} km^3 \text{)}.$$



Bài 88. Một bình chứa nước hình hộp chữ nhật có diện tích đáy là $20 dm^2$ và chiều cao $3 dm$. Người ta rót hết nước trong bình ra những chai nhỏ mỗi chai có thể tích là $0,35 dm^3$ được tất cả 72 chai. Hỏi lượng nước có trong bình chiếm bao nhiêu phần trăm thể tích bình?

Lời giải

$$\text{Thể tích của lượng nước trong 72 chai nhỏ: } 0,35 \cdot 72 = 25,2 \text{ (} dm^3 \text{)}.$$

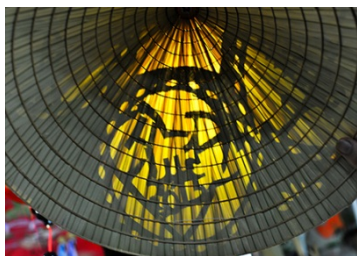
$$\text{Thể tích của bình: } 20 \cdot 3 = 60 \text{ (} dm^3 \text{)}.$$

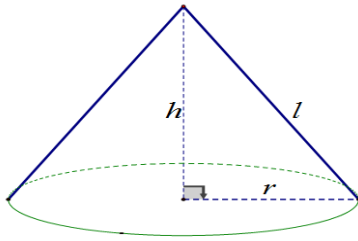
$$\text{Thể tích nước trong bình chiếm: } 25,2 : 60 = 42\% \text{ thể tích bình.}$$

Bài 89. Nón lá là biểu tượng cho sự dịu dàng, bình dị, thân thiện của người Phụ nữ Việt Nam từ ngàn đời nay; nón lá bài thơ là một đặc trưng của xứ Huế. Một chiếc nón lá hoàn thiện cần qua nhiều công đoạn từ lên rường hái lá, rồi sấy lá, mờ, ủi, chọn lá, xây độn vànhchằm, cắt lá, nức vành, cắt chỉ,... Nhằm làm đẹp và tôn vinh thêm cho chiếc nón lá xứ Huế, các nghệ nhân còn ép tranh và vài dòng thơ vào giữa hai lớp lá:

Bài 7 .

“Ai ra xứ Huế mộng mơ
Mua về chiếc nón bài thơ làm quà”.





Khung của nón lá có dạng hình nón được làm bởi các thanh gỗ nối từ đỉnh tới đáy như các đường sinh (l), 16 vành nón được làm từ những thanh tre mảnh nhỏ, dẻo dai uốn thành những vòng tròn có đường kính to, nhỏ khác nhau, cái nhỏ nhất to bằng đồng xu.

– Đường kính ($d = 2r$) của chiếc nón lá khoảng 40 (cm);

– Chiều cao (h) của chiếc nón lá khoảng 19 (cm).

a) Tính độ dài của thanh tre uốn thành vòng tròn lớn nhất của vành chiếc nón lá. (không kể phần chắp nối, tính gần đúng đến 2 chữ số thập phân, biết $\pi \approx 3,14$).

b) Tính diện tích phần lá phủ xung quanh của chiếc nón lá. (không kể phần chắp nối, tính gần đúng đến 2 chữ số thập phân). Biết diện tích xung quanh của hình nón là $S = \pi.R.l$.

Lời giải

a) $C = \pi d$ thay số vào $\Rightarrow C \approx 125,6$ cm.

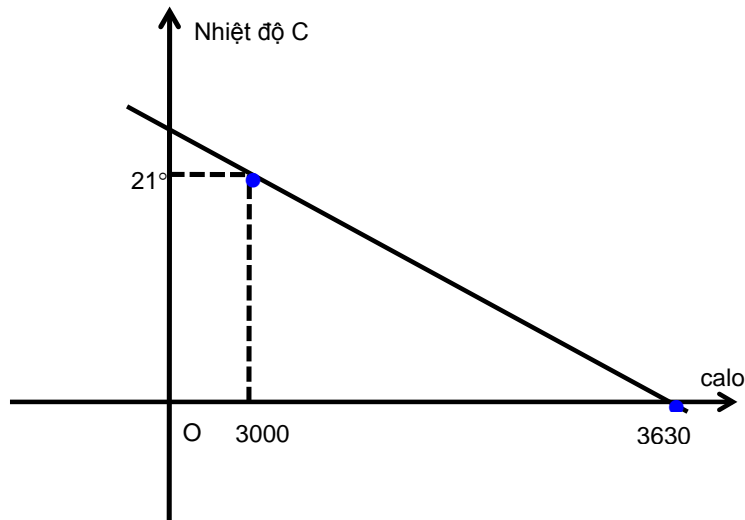
b) $l = \sqrt{20^2 + 19^2} = \sqrt{761}$ (cm).

$S = \pi.R.l$ thay số $\Rightarrow S = 1732,42$ cm².

Bài 90. Qua nghiên cứu người ta nhận thấy rằng với mỗi người, trung bình nhiệt độ môi trường giảm đi 1°C thì lượng calo cần tăng thêm khoảng 30 calo. Tại 21°C một người làm việc cần sử dụng khoảng 3000 calo mỗi ngày. Biết rằng mối liên hệ giữa calo y (calo) và nhiệt độ x (°C) là một hàm số bậc nhất có dạng $y = ax + b$.

a) Xác định các hệ số a và b .

b) Nếu một người thợ làm việc trong một xưởng nung thép phải tốn 2400 calo trong một ngày. Hãy cho biết người thợ đó làm việc ở môi trường có nhiệt độ là bao nhiêu độ C?



Lời giải

a) Đường thẳng cắt trục tung tại 3630 nên $b = 3630$.

$$\Rightarrow y = ax + 3630 \quad (d)$$

$$(21; 3000) \in (d): 3000 = a \cdot 21 + 3630 \Leftrightarrow a = -30$$

$$\Rightarrow \text{Phương trình } (d): y = -30x + 3630$$

b) Thế 2400 vào y , ta có: $2400 = -30x + 3630 \Leftrightarrow x = 41^\circ\text{C}$

Vậy người thợ đó làm việc ở môi trường có nhiệt độ là 41°C .

Bài 91. Bạn đang tìm kiếm 1 món đồ mà mọi người nhìn vào biết ngay bạn là một Ảo thuật gia thực sự? Đó là một chiếc nón bằng vải nỉ được may theo phong cách cao bồi. Chiếc mũ ảo thuật này chính là sản phẩm mà bất kỳ các nhà ảo thuật gia nào cũng đều đội khi biểu diễn. Ảo thuật gia gỡ chiếc nón xuống và bắt đầu tạo nên phép màu. Đầu tiên chiếc nón huyền bí bắn ra một loạt bông tuyết với một tiếng nổ lớn. Sau tiếng nổ là một ngọn lửa bốc cháy dữ dội từ bên trong chiếc mũ, và điều đặc biệt nhất chính là từ trong ngọn lửa, chú chim bồ câu xuất hiện một cách thật là thần kỳ. Không chỉ thế bạn còn có thể lấy ra thỏ, chim hoặc 1 số vật dụng bạn yêu thích. Đặc biệt chiếc mũ này còn là một đạo cụ thích hợp cho những ai diễn sân khấu.

Một chiếc mũ bằng vải của nhà ảo thuật với kích thước như hình vẽ. Hãy tính tổng diện tích vải cần để làm cái mũ đó. Biết rằng vành mũ hình tròn và ống mũ hình trụ.

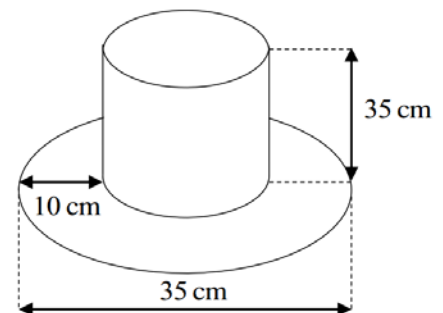
Lời giải

Ống mũ là hình trụ với chiều cao $h = 35$ cm và có bán kính đáy

$$R = \frac{35 - 2 \cdot 10}{2} = 7,5 \text{ (cm)}.$$

Diện tích vải để làm ống mũ là:

$$S_1 = 2R\pi h + R^2\pi = 2 \cdot (7,5) \cdot \pi \cdot 35 + (7,5)^2 \cdot \pi = 581,25\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$$



Diện tích vải để làm vành mũ là: $S_2 = R_1^2 \pi - R_2^2 \pi = (17,5)^2 \cdot \pi - (7,5)^2 \cdot \pi = 250\pi$ (cm^2).

Tổng diện tích vải cần để làm cái mũ là: $581,25\pi + 250\pi = 831,25\pi$ (cm^2).

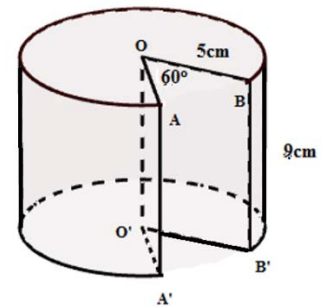
Bài 92. Một cái bánh hình trụ có bán kính đường tròn đáy là 5cm , chiều cao 9cm , được đặt thẳng đứng trên một mặt bàn. Một phần của cái bánh đã bị cắt rời ra theo các bán kính OA, OB và theo chiều thẳng đứng từ trên xuống với góc AOB bằng 60° như hình vẽ. Tính thể tích phần còn lại của cái bánh sau khi bị cắt.

Lời giải

Phần bánh bị cắt đi chiếm $\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$ (cái bánh)

Phần bánh còn lại chiếm $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ (cái bánh)

Thể tích phần bánh còn lại là $\frac{5}{6} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h = \frac{5}{6} \cdot \pi \cdot 5^2 \cdot 9 \approx 589 \text{ cm}^3$



Bài 93. Một người làm vườn trồng 2 mảnh vườn hình chữ nhật ở hai khu vực riêng biệt. Mảnh vườn đầu tiên có diện tích 600m^2 và chiều dài 40m . Mảnh vườn thứ hai có chiều rộng gấp hai lần chiều rộng mảnh vườn đầu tiên, nhưng diện tích chỉ bằng một nửa diện tích mảnh vườn thứ nhất. Tính xem mảnh vườn nào có chu vi lớn hơn và lớn hơn bao nhiêu mét?

Lời giải

Chiều rộng mảnh thứ nhất : $600 : 40 = 15$ (m)

Chiều rộng mảnh thứ hai: $15 \cdot 2 = 30$ (m)

Diện tích mảnh hai : $600 : 2 = 300$ (m^2)

Chiều dài mảnh thứ hai : $300 : 30 = 10$ (m)

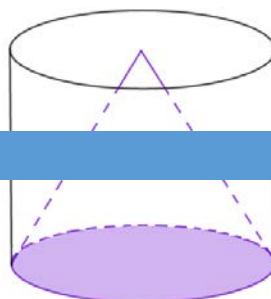
Chu vi mảnh thứ nhất: $(40 + 15) \cdot 2 = 110$ (m)

Chu vi mảnh thứ hai: $(30 + 10) \cdot 2 = 80$ (m)

Mảnh vườn thứ nhất có chu vi lớn hơn và lớn hơn : $110 - 80 = 30$ (m)

Bài 94. Từ một khúc gỗ hình trụ cao 15cm , người ta tiện thành một hình nón có đáy là hình tròn bằng với đáy hình trụ, chiều cao của hình nón bằng chiều cao của hình trụ. Biết phần gỗ bỏ đi có thể tích là 3610π (cho biết $\pi \approx 3,14$). Công thức tính thể tích hình trụ : $V = \pi R^2 h$, thể tích hình nón: $V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$ (với R là bán kính đáy, h là chiều cao khúc gỗ). Tính thể tích khúc gỗ hình trụ, (làm tròn tới hàng đơn vị).

Lời giải



$$\text{Ta có } \pi R^2 h - \frac{1}{3} \pi R^2 h - \frac{1}{3} \pi R^2 h = 3640\pi \Leftrightarrow R^2 \left(15 - \frac{1}{3} \cdot 15 \right) = 3610$$

$$\Leftrightarrow R^2 = 361 \Leftrightarrow R = 19(\text{cm})$$

Thể tích khúc gỗ:

$$V = \pi R^2 h = 3,14 \cdot 19^2 \cdot 15 \approx 17003(\text{cm}^3)$$

Làm lại:

$$\text{Ta có, thể tích của phần gỗ bỏ đi là: } \pi R^2 h - \frac{1}{3} \pi R^2 h = 3640\pi (\text{cm}^2)$$

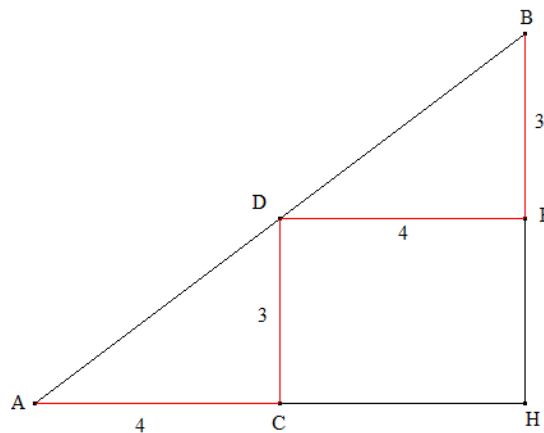
$$\Leftrightarrow R^2 \left(15 - \frac{1}{3} \cdot 15 \right) = 3610 \Leftrightarrow R^2 = 361 \Leftrightarrow R = 19 \text{ cm}$$

Thể tích khúc gỗ hình trụ ban đầu là:

$$V = \pi R^2 h \approx 3,14 \cdot 19^2 \cdot 15 \approx 17003(\text{cm}^3)$$

- Bài 95.** Con robot của bạn An được lập trình có thể đi thẳng, quay trái hoặc sang phải một góc 90° . Trong cuộc thi “Phát động tài năng”, con robot của bạn An xuất phát từ điểm A đi thẳng 4 m, rồi quay sang trái đi thẳng 3 m, sau đó quay sang phải rồi đi thẳng 4 m, rồi tiếp tục quay sang trái đi thẳng 3 m đến B . Hãy tính khoảng cách AB .

Lời giải



Gọi H là giao điểm của AC và BE

Tứ giác $CDEH$ có: $\widehat{C} = \widehat{E} = \widehat{H} = 90^\circ$

\Rightarrow tứ giác $CDEH$ là hình chữ nhật

$$\Rightarrow DE = CH = 4(\text{m}), DC = EH = 3(\text{m})$$

$$AH = AC + CH = 4 + 4 = 8(\text{m})$$

$$BH = BE + EH = 3 + 3 = 6(\text{m})$$

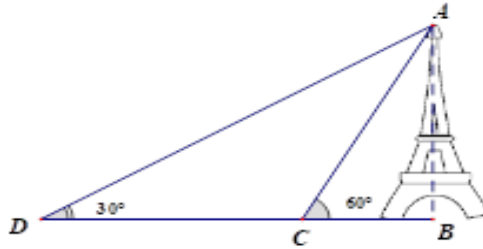
Xét $\triangle ABH$ vuông tại H , ta có:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = 8^2 + 6^2 = 100$$

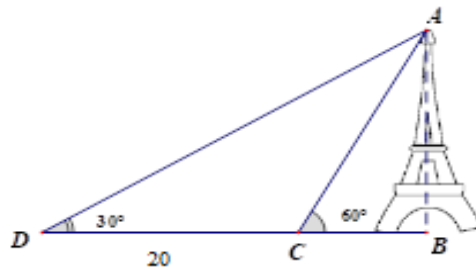
$$\Rightarrow AB = \sqrt{100} = 10(\text{m})$$

Vậy khoảng cách từ A đến B là 10m.

- Bài 96.** Một cái tháp được dựng bên bờ một con sông, từ một điểm đối diện với tháp ngay bờ bên kia người ta nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng 60° . Từ một điểm khác cách điểm ban đầu 20 m người ta cũng nhìn thấy đỉnh tháp với góc nâng 30° (Hình minh họa). Tính chiều cao của tháp và bề rộng của sông.



Lời giải



Đặt $BC = x(\text{m})$, ($x > 0$) $\Rightarrow BD = BC + CD = x + 20(\text{m})$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại B , ta có:

$$AB = BC \cdot \tan 60^\circ = x\sqrt{3}(\text{m}) \text{ (tỉ số lượng giác của góc nhọn)} (1)$$

Xét $\triangle ABD$ vuông tại B , ta có:

$$AB = BD \cdot \tan 30^\circ = \frac{(x+20)\sqrt{3}}{3}(\text{m}) \text{ (tỉ số lượng giác của góc nhọn)} (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2), suy ra: } x\sqrt{3} = \frac{(x+20)\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow 3x = x+20 \Leftrightarrow x = 10(\text{m})$$

$$\Rightarrow AB = 10\sqrt{3} \approx 17,32(\text{m})$$

Vậy bề rộng của khúc sông là 10m, chiều cao của tháp xấp xỉ 17,32m.

- Bài 97.** Cho hình chữ nhật có chiều dài 8 cm, chiều rộng ngắn hơn đường chéo 4 cm. Tính diện tích hình chữ nhật.

Lời giải

Gọi chiều rộng của hình chữ nhật là: x (m), ($0 < x < 8$)

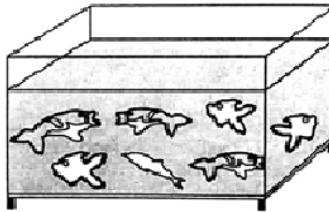
Đường chéo của hình chữ nhật là: $x + 4$ (m)

Theo đề bài ta có phương trình:

$$x^2 + 8^2 = (x + 4)^2 \text{ (định lí Py - ta - go)} \Leftrightarrow 8x = 48 \Leftrightarrow x = 6 \text{ (m) (t/m)}$$

Vậy diện tích của hình chữ nhật là: $8 \cdot 6 = 48$ (m^2)

- Bài 98.** Một bể kính nuôi cá có dạng hình hộp chữ nhật có chiều dài 100 cm, chiều rộng 50 cm, chiều cao 60 cm. Mực nước trong bể cao bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao bể. Tính thể tích nước trong bể đó. (độ dày kính không đáng kể). Công thức tính thể tích nước trong bể là $V = S \cdot h$ với S là diện tích mặt đáy bể và h là chiều cao mực nước trong bể.

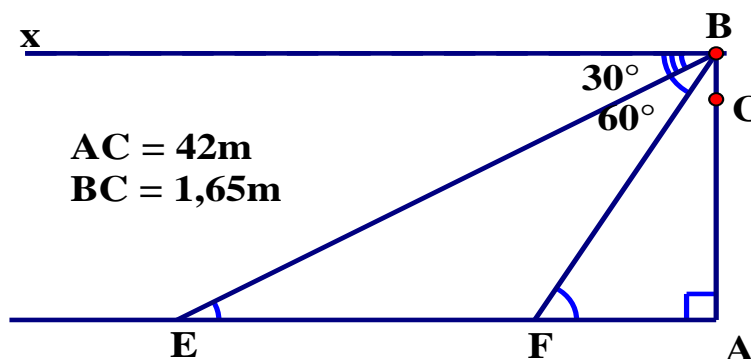


Lời giải

Chiều cao mực nước trong bể: $h = \frac{3}{4} \cdot 60 = 45$ (cm)

Thể tích nước trong bể là: $V = 100 \cdot 50 \cdot 45 = 225\,000$ (cm^3)

- Bài 99.** Hải đăng Đá Lát là một trong bảy ngọn hải đăng cao nhất Việt Nam được đặt trên đảo Đá Lát ở vị trí cực Tây quần đảo thuộc xã đảo Trường Sa, huyện Trường Sa, tỉnh Khánh Hòa. Ngọn hải đăng được xây dựng năm 1994 cao 42m, có tác dụng chỉ vị trí đảo, giúp quan sát tàu thuyền hoạt động trong vùng biển Trường Sa, định hướng và xác định vị trí của mình. Một người cao 1,65m đang đứng trên ngọn hải đăng quan sát hai lần một chiếc tàu. Lần thứ nhất người đó nhìn thấy chiếc tàu với góc hạ 30° , lần thứ hai người đó nhìn thấy chiếc tàu với góc hạ 60° . Biết hai vị trí được quan sát của tàu và chân hải đăng là 3 điểm thẳng hàng. Hỏi sau hai lần quan sát, tàu đã chạy được bao nhiêu mét? (Làm tròn một chữ số thập phân)



Lời giải

Ta có $\widehat{BEF} = \widehat{xBE} = 30^\circ$ (Vì $Bx \parallel AF$ và 2 góc này so le trong).

$$\widehat{BFA} = \widehat{xBF} = 60^\circ.$$

Xét tam giác vuông ABF có $\widehat{ABF} = 30^\circ$

$$\Rightarrow AF = \frac{1}{2} BF.$$

Xét tam giác vuông ABF

$$AB^2 + AF^2 = BF^2$$

$$\Leftrightarrow AB^2 + AF^2 = (2AF)^2$$

$$\Leftrightarrow AB^2 = 3AF^2$$

$$\Leftrightarrow (AC + BC)^2 = 3AF^2$$

$$\Leftrightarrow (42 + 1,65)^2 = 3AF^2$$

$$\Leftrightarrow 43,65^2 = 3AF^2$$

$$\Leftrightarrow AF = \sqrt{\frac{43,65^2}{3}}$$

$$\Leftrightarrow AF \approx 25,2 \text{ m.}$$

Xét $\triangle ABF$ và $\triangle AEB$

$$\widehat{ABF} = \widehat{AEB} = 30^\circ$$

Â chung

$$\Rightarrow \triangle ABF \sim \triangle AEB \text{ (gg)}$$

$$\Rightarrow \frac{AF}{AB} = \frac{AB}{AE}$$

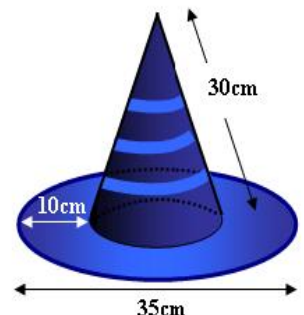
$$\Rightarrow AE = \frac{AB^2}{AF} = \frac{43,65^2}{25,2} = 75,6 \text{ m.}$$

Sau 2 lần quan sát, tàu đã chạy được $75,6 - 25,2 = 50,4$ (m).

- Bài 101.** Tính lượng vải cần mua để tạo ra nón của chú hề với các số liệu trong hình bên. Biết rằng tỉ lệ vải khâu (may) hao (tốn) khi may nón là 15%. Cho biết $\pi = 3,14$

Lời giải

$$R = \frac{35}{2} = 17,5 \text{ cm}; r = \frac{35 - 10 - 10}{2} = 7,5 \text{ cm}$$



S_{xq} hình nón:

$$S_{xq} = \pi.r.l = 706,5 (\text{cm}^2)$$

S vành nón:

$$\pi.(R^2 - r^2) = 785 (\text{cm}^2)$$

Diện tích vải may nón: $(706,5 + 785).(1 + 15\%) = 1715,225 (\text{cm}^2)$.

Bài 102. Nước giải khát thường đựng trong lon nhôm và cỡ lon phổ biến chứa được khoảng 330ml chất lỏng, được thiết kế hình trụ với chiều cao khoảng 10,2cm (phần chứa chất lỏng), đường kính đáy khoảng 6,42cm.

Nhưng hiện nay các nhà sản xuất có xu hướng tạo ra những lon nhôm với kiểu dáng cao thon hơn. Tuy chi phí sản xuất những chiếc lon cao này tốn kém hơn, nhưng nó lại dễ đánh lừa thị giác và được người tiêu dùng ưa chuộng hơn.

a/ Một lon nước ngọt cao 13,41cm (phần chứa chất lỏng), đường kính đáy là 5,6cm.

Hỏi lon nước ngọt cao này có thể chứa được hết lượng nước ngọt của một lon có cỡ phổ biến không? Vì sao?

(Biết thể tích hình trụ: $V = \pi r^2 h$, với $\pi \approx 3,14$).

b/ Vì sao chi phí sản xuất chiếc lon cao tốn kém hơn chiếc lon cỡ phổ biến?

Biết diện tích xung quanh, diện tích toàn phần hình trụ được tính theo công thức:

$$S_{xq} = 2\pi rh \text{ và } S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy}.$$

Lời giải

a/ Thể tích lon nước ngọt cao là: $\pi.\left(\frac{5,6}{2}\right)^2.13,41 \approx 330,1\text{cm}^3 = 330,1\text{ml}$.

Vậy lon nước ngọt cao này có thể chứa được hết lượng nước ngọt của một lon có cỡ phổ biến.

b/ Diện tích vỏ nhôm của lon cao: $S = \pi.5,6.13,41 + 2.\pi.\left(\frac{5,6}{2}\right)^2 \approx 285\text{cm}^2$

Diện tích vỏ nhôm của lon cũ: $S = \pi.6,42.10,32 + 2.\pi.\left(\frac{6,42}{2}\right)^2 \approx 272,7\text{cm}^2$.

Vậy giá thành lon cao mắc hơn.

Bài 103. Một trường THCS ở thành phố chuẩn bị xây dựng một hồ bơi cho học sinh với kích thước như sau: chiều rộng là 6m, chiều dài 12,5m, chiều sâu 2m. Sức chứa trung bình 0,5m²/ người (Tính theo diện tích mặt đáy).

Hồ bơi có sức chứa tối đa bao nhiêu người?

Tính thể tích của hồ bơi? Lúc này người ta bơm vào hồ 120000 lít nước. Tính khoảng cách của mực nước so với mặt hồ? ($1\text{m}^3 = 1000$ lít).

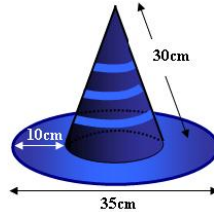
Lời giải

a) Sức chứa tối đa: $6.12,5 : 0,5 = 150$ (người)

b) Thể tích hồ: $6.12,5.2 = 150(m^3)$

Khoảng cách: $(150 - 120) : 75 = 0,4(m)$

Bài 104. Tính lượng vải cần mua để tạo ra cái nón của chú Hề trong hình bên. Biết rằng nón chỉ may một lớp vải và tỉ lệ khấu hao vải khi may nón là 20% .

**Lời giải**

Lượng vải để may chóp của cái nón là: $\pi \cdot \frac{(35 - 20)}{2} \cdot 30 = 225\pi (cm^2)$.

Lượng vải để may vành của cái nón là: $\pi \cdot \left(\frac{35}{2}\right)^2 - \pi \cdot \left(\frac{35 - 20}{2}\right)^2 = 250\pi (cm^2)$.

Lượng vải cần mua để tạo ra cái nón là: $(225\pi + 250\pi) \cdot (100\% - 20\%) = 380\pi (cm^2)$.

Bài 105. Thùng phuy (hay thùng phi) là một vận dụng hình ống dùng để chứa và chuyên chở chất lỏng với dung tích lớn. Mỗi thùng phuy có đường kính nắp và đáy là $584 mm$, chiều cao là $876 mm$. Hãy tính diện tích xung quanh, diện tích toàn phần và thể tích của một thùng phuy? (Biết công thức tính diện tích xung quanh là $S_{xq} = 2\pi rh$, diện tích toàn phần là $S_{tp} = S_{xq} + 2S_{đáy}$ và thể tích hình trụ là $V = \pi r^2 h$, với $\pi \approx 3,14$).

**Lời giải**

Diện tích xung quanh của thùng phuy là:

$$S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \frac{584}{2} \cdot 876 = 511584\pi (mm^2).$$

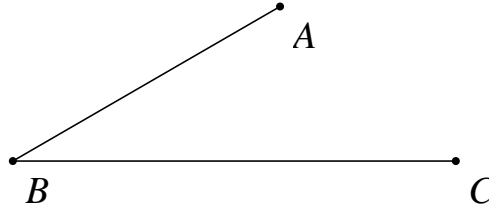
Diện tích toàn phần của thùng phuy là:

$$S_{tp} = 2\pi Rh + 2\pi R^2 = 2\pi \frac{584}{2} \cdot 876 + 2\pi \left(\frac{584}{2}\right)^2 = 682112\pi (mm^2).$$

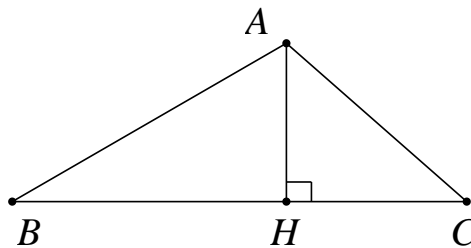
Thể tích của thùng phuy là:

$$V = 2\pi R^2 h = 2\pi \left(\frac{584}{2}\right)^2 \cdot 876 = 74691264\pi (\text{mm}^3).$$

Bài 106. Hai chiếc thuyền khởi hành tại cùng một vị trí A đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 30° hỏi sau 2 giờ hai thuyền cách nhau bao xa, biết thuyền B chạy với vận tốc 50 km/h, thuyền C chạy với vận tốc 60 km/h. (kết quả làm tròn đến 1 số thập phân)



Lời giải



Xét $\triangle ABC$, hạ đường cao BH

Sau 2h thuyền B đi được quãng đường là $AB = 2.50 = 100$ (km)

Sau 2h thuyền C đi được quãng đường là $AC = 2.60 = 120$ (km)

Xét $\triangle AHB$ vuông tại H

Ta có $AH = AB \cdot \cos A = 100 \cdot \cos 30^\circ \approx 86,6$ (km)

$$BH = AB \cdot \sin A = 100 \cdot \sin 30^\circ = 50 \text{ (km)}$$

Ta có $AH + HC = AC$

$$HC = AC - AH = 120 - 86,6 \approx 33,4 \text{ (km)}$$

Áp dụng định lý Pytago vào $\triangle BHC$ vuông tại H, ta có

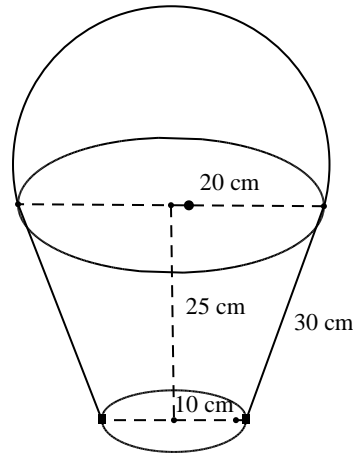
$$BC = \sqrt{50^2 + 33,4^2} = \sqrt{3615,56} \approx 60,1 \text{ (km)}$$

Vậy sau 2 giờ hai thuyền cách nhau 60,1 km.

Bài 107. Người ta muốn làm một xô nước dạng chóp cụt như hình bên

a) Hãy tính diện tích tôn cần thiết để gò nên xô nước theo các kích thước đã cho (xem phần ghép mí không đáng kể)

b) Hỏi xô nước đã làm có thể chứa được tối đa bao nhiêu lít nước?



Lời giải

a) Diện tích tôn cần để gò nên cái xô:

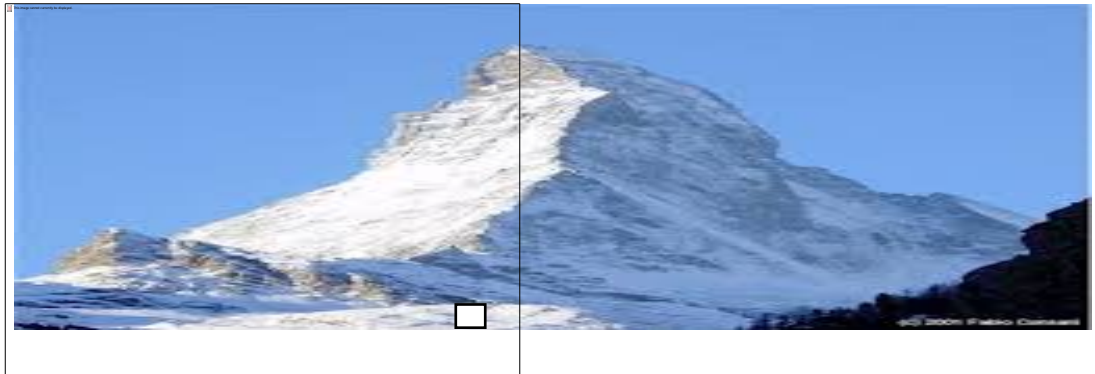
$$S_{xq} = p(R + r)l \approx 3,14.(20 + 10).30 = 2826 \text{ (cm}^2\text{)}$$

b) Thể tích của cái xô là:

$$V = \frac{1}{3}\pi h(R^2 + Rr + r^2) \approx \frac{1}{3}.3,14.25.(20^2 + 20.10 + 10^2) \approx 18316 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Vậy xô đã làm có thể chứa được tối đa 18,316 lít nước.

Bài 108. Tính chiều cao của một ngọn núi cho biết tại hai điểm cách nhau 1 km trên mặt đất ta nhìn thấy đỉnh núi với góc nâng lần lượt là 40° và 32° .



(Đề thi thử số 48 – Tuyển sinh vào 10 TP Hồ Chí Minh)

Lời giải

Xét $\triangle ACD$ vuông tại C có: $AC = CD.\cot 32^\circ$

Xét $\triangle BCD$ vuông tại C có: $BC = CD.\cot 40^\circ$

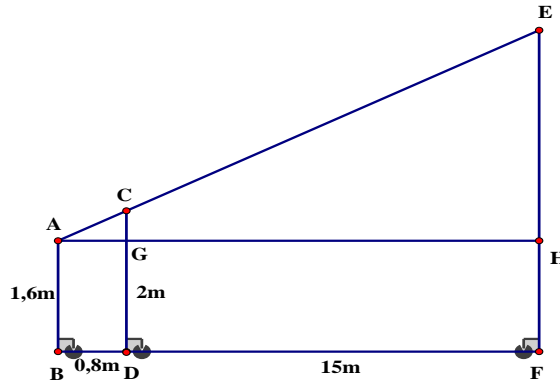
Ta có: $AC - BC = CD.\cot 32^\circ - CD.\cot 40^\circ$

$$AB = CD.(\cot 32^\circ - \cot 40^\circ)$$

$$\text{Suy ra } CD = \frac{AB}{\cot 32^\circ - \cot 40^\circ} = \frac{1000}{\cot 32^\circ - \cot 40^\circ} \approx 2447 \text{ (m)}$$

Bài 109. Một người đo chiều cao của một cây nhờ một cọc chôn xuống đất, cọc cao 2 m và đặt xa cây 15 m. Sau khi người ấy lùi ra xa cách cọc 0,8 m thì nhìn thấy đầu cọc và đỉnh cây cùng nằm trên một đường thẳng. Hỏi cây cao bao nhiêu, biết rằng khoảng cách từ chân đến mắt người ấy là 1,6 m?

Lời giải



Gọi khoảng cách từ chân đến mắt người ấy là AB

chiều cao của cọc là CD

chiều cao của cây là EF

Theo đề bài ta có: $AB = 1,6 \text{ m}$; $CD = 2 \text{ m}$; $BD = 0,8 \text{ m}$; $DF = 15 \text{ m}$.

$AB \perp BF$; $CD \perp BF$; $EF \perp BF$

Vẽ đường thẳng song song với BF cắt CD tại G , cắt EF tại H .

Khi đó: các tứ giác $ABDG$, $ABFH$, $GDFH$ là hình chữ nhật.

$\Rightarrow AG = BD = 0,8 \text{ m}$; $GH = DF = 15 \text{ m}$; $AB = GD = HF = 1,6 \text{ m}$; $CG = 0,4 \text{ m}$;

$AH = 15,8 \text{ m}$

$$\triangle ACG \sim \triangle AEH \Rightarrow \frac{AG}{AH} = \frac{CG}{EH} \Rightarrow \frac{0,8}{15,8} = \frac{0,4}{EH} \Rightarrow EH = \frac{15,8 \cdot 0,4}{0,8} = 7,9(\text{m})$$

$\Rightarrow EF = EH + HF = 7,9 + 1,6 = 9,5$

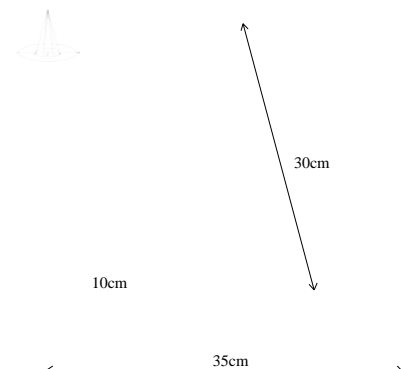
Vậy chiều cao của cây là 9,5 m.

Bài 110. Tính lượng vải cần mua để tạo ra chiếc nón của chú hề có các kích thước như hình bên (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất). Biết phần vải thừa, mép gấp khi may nón chiếm 15% diện tích nón. Biết công thức tính diện tích xung quanh của hình nón là:

$$S_{xq} = \pi r l$$

Với r : bán kính đáy của hình nón

l : đường sinh của hình nón.



Lời giải

$$\text{Bán kính hình nón: } r = (35 - 2.10) : 2 = 7,5 \text{ (cm)}$$

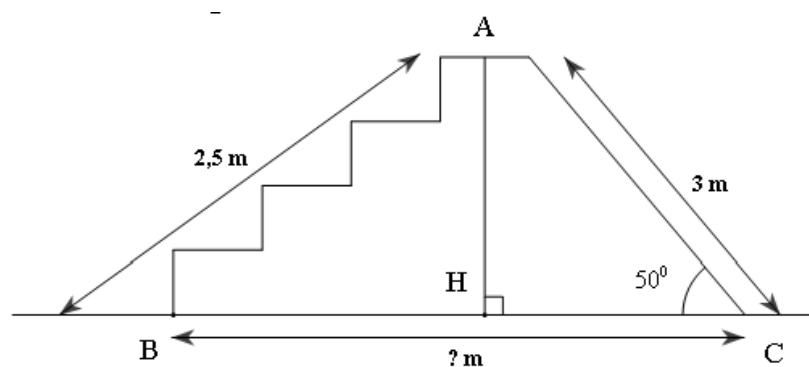
$$\text{Diện tích xung quanh hình nón: } S_1 = \pi \cdot 7,5 \cdot 30 = 225\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Diện tích vành nón: } S_2 = \pi \left(\frac{35}{2} \right)^2 - \pi \cdot 7,5^2 = 250\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{Diện tích vải cần chuẩn bị là: } (225\pi + 250\pi) \cdot 115\% \approx 1716,1 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Bài 111. Một chiếc cầu trượt bao gồm phần cầu thang (để bước lên) và phần ống trượt (để trượt xuống) nối liền nhau. Biết rằng khi xây dựng phần ống trượt nghiêng với mặt đất một góc là 50° . Hãy tính khoảng cách từ chân cầu thang đến chân ống trượt nếu xem phần cầu thang như một đường thẳng dài 2,5 m, ống trượt dài 3 m?

Lời giải



Goi A, B, C, H là các điểm như trên hình vẽ.

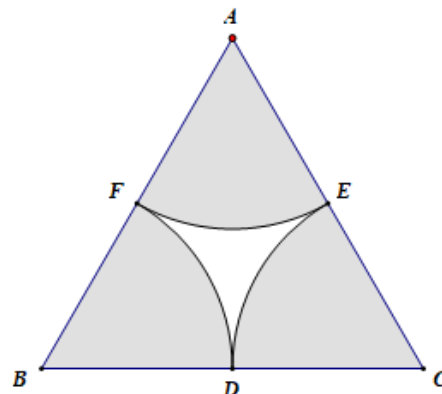
$$\text{Ta có: } HC = 3 \cdot \cos 50^\circ \approx 1,928 ; AH = 3 \cdot \sin 50^\circ$$

$$BH = \sqrt{2,5^2 - AH^2} = \sqrt{2,5^2 - (3 \cdot \sin 50^\circ)^2} \approx 0,934$$

$$BC = BH + HC = 1,928 + 0,934 = 2,862.$$

Bài 112. Một tấm poster hình tam giác đều mỗi cạnh 5 dm. Ba cung tròn DE, EF, FD thuộc $\overset{\circ}{3}$ đường tròn bán kính 2,5 dm có tâm lần lượt là $\overset{\circ}{3}$ điểm A, B, C . Tính diện tích phần còn lại (không tô màu) của tam giác (cho biết $\mu = 3,14$ và kết quả làm đúng đơn vị dm^2).

Lời giải



Tổng diện tích ba hình quạt tròn bằng diện tích nửa hình tròn bán kính 2,5 dm .

$$S \text{ (3 hình quạt tròn)} \text{ là } (3,14 \cdot 2,5^2) : 2 = 9,8125 \text{ (dm}^2\text{)}$$

$$S \text{ (tam giác đều cạnh 5 dm)} \text{ là } (5^2 \cdot \sqrt{3}) : 4 \approx 10,8125 \text{ (dm}^2\text{)}$$

$$S \text{ phần còn lại là: } 10,8125 - 9,8125 = 1 \text{ (dm}^2\text{)}.$$

Bài 113. Dây Cu-roa là một trong những bộ truyền được sử dụng rộng rãi trong công nghiệp. Chiều dài dây cu-roa được xác định theo công thức:

$$L = 2a + \frac{\pi(d_1 + d_2)}{2} + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4a}$$

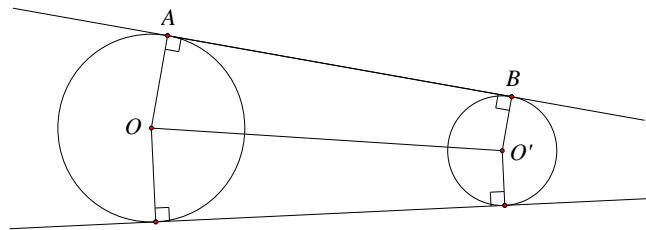
Trong đó:

L : Chiều dài dây cu-roa.

a : Khoảng cách tâm của 2 pu-ly.

d_1 : Đường kính của pu-ly 1 (hình tròn nhỏ màu vàng)

d_2 : Đường kính của pu-ly 2 (hình tròn lớn màu vàng)



Cho $d_1 = 10 \text{ cm}$; $d_2 = 20 \text{ cm}$; $a = 60 \text{ cm}$

a) Tính chiều dài của dây cu-roa.

b) Gọi AB là chiều dài một đoạn dây cu-roa, trong đó A , B lần lượt là tiếp điểm trên của dây cu-roa với 2 đường tròn tạo bởi mặt cắt của 2 pu-ly. Tính AB .



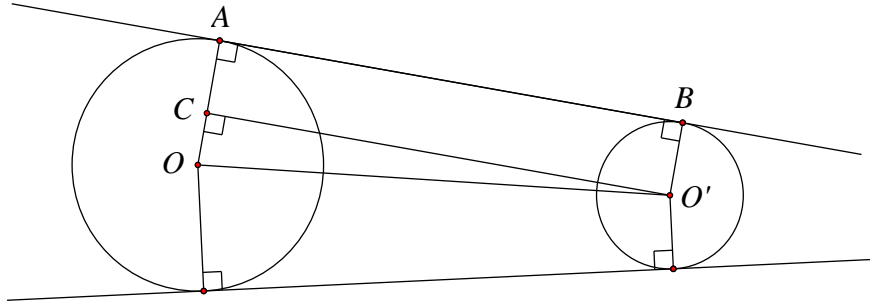
Lời giải

a) Ta có:

$$L = 2a + \frac{\pi(d_1 + d_2)}{2} + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4a}$$

$$L = 2.60 + \frac{\pi(10 + 20)}{2} + \frac{(20 - 10)^2}{4.60}$$

$$L \approx 167,5 \text{ (cm)}$$



b) Vẽ $O'C$ vuông góc với OA ($C \in OA$)

Xét tứ giác $CABO'$ có $\widehat{CAB} = \widehat{BO'C} = \widehat{O'CA} = 90^\circ$ (Vì AB là tiếp tuyến chung của (O) , (O'))

Suy ra tứ giác $O'ABC$ là hình chữ nhật

Nên $AC = BO'$

$$OC = OA - AC = OA - O'B = R - r = 20 - 10 = 10 \text{ (cm)}$$

Áp dụng định lý Py-ta-go cho $\Delta OCO'$ vuông tại C :

$$OO'^2 = OC^2 + O'C^2$$

$$\Leftrightarrow O'C^2 = OO'^2 - OC^2$$

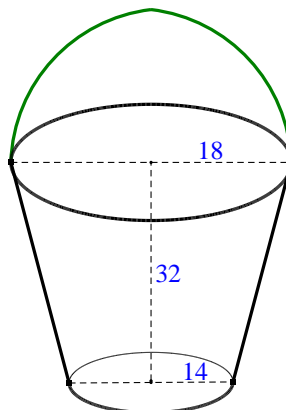
$$\Leftrightarrow O'C^2 = 60^2 - 10^2$$

$$\Leftrightarrow O'C^2 = 3500$$

$$\Leftrightarrow O'C = 10\sqrt{35} = AB$$

Vậy $AB = 10\sqrt{35}$ cm

Bài 114. Một xô đựng nước có dạng hình nón cụt. Đáy xô có đường kính là 28cm, miệng xô là đáy lớn của hình nón cụt có đường kính là 36cm. Hỏi xô có thể chứa bao nhiêu lít nước nếu chiều cao của xô là 32cm?



Lời giải

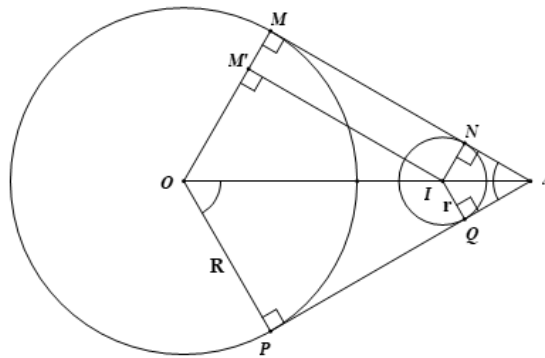
Bán kính hai đáy lần lượt là 14cm và 18cm, chiều cao $h = 32$ cm.

Thể tích xô là thể tích hình nón cụt

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \pi h (R_1^2 + R_2^2 + R_1 R_2) \\ &= \frac{1}{3} \pi \cdot 32 \cdot (18^2 + 14^2 + 18 \cdot 14) \\ &= \frac{1}{3} \pi \cdot 32 \cdot 772 \approx 25870 \approx 26000 (\text{cm}^3) \end{aligned}$$

Vậy xô nước chứa được khoảng 26 lít nước

Bài 115. Hai rờng rọc có tâm O bán kính R và tâm I bán kính r . Hai tiếp tuyến chung MN và PQ cắt nhau tại A tạo thành góc 60° . Tính độ dài dây cua – roa mắc qua hai rờng rọc trên theo r (Biết $R = 4r$) như hình vẽ sau:

**Lời giải**

Gọi AM, AP là 2 tiếp tuyến chung của (O) và (I) .

$\Rightarrow OA$ là phân giác của $\widehat{MAP} \Rightarrow \widehat{MAO} = 60^\circ : 2 = 30^\circ$.

Ta có $\triangle AMO$ và $\triangle ANI$ là tam giác nửa đều $\Rightarrow OI = 8r - 2r = 6r$.

Mặt khác $IM' \perp OM$ nên tứ giác $MM'IN$ là hình chữ nhật $\Rightarrow MN = M'I$.

Theo định lý Pitago trong tam giác vuông OMI :

$$M'I = \sqrt{OI^2 - OM^2} = 3r\sqrt{3}$$

Ta có $\widehat{NIQ} = 120^\circ = \widehat{MOP}$

Số đo cung lớn $\widehat{MP} = 240^\circ$.

Độ dài cung nhỏ \widehat{NQ} là $l_1 = \frac{2\pi r}{3}$.

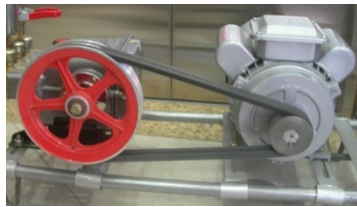
Độ dài cung lớn \widehat{MP} là: $l_2 = \frac{16\pi r}{3}$.

Độ dài hai đoạn MN và PQ của ròng rọc : $2MN = 2.3r\sqrt{3} = 6r\sqrt{3}$.

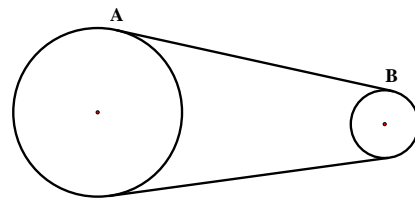
Vậy độ dài của dây curoa là :

$$2MN + l_1 + l_2 = 6r\sqrt{3} + \frac{2\pi r}{3} + \frac{16\pi r}{3} = 6r(\pi + \sqrt{3}).$$

Bài 116. Một dây curoa bao quay 2 bánh xe như hình 1a, 1b. Trong đó AB là tiếp tuyến chung của hai bánh xe. Gọi O và I lần lượt là tâm của bánh xe lớn và bánh xe nhỏ. Khoảng cách của hai tâm bánh xe là 60cm . Bán kính của bánh xe lớn là 15cm , bán kính bánh nhỏ là 7cm . Tính chu vi dây curoa (chiều dài dây curoa) theo đơn vị mét (làm tròn 1 chữ số thập phân)

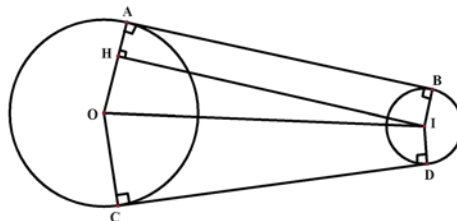


Hình 1a



Hình 1b

Lời giải



$$AB = HI = \sqrt{60^2 - (15 - 7)^2} = 4\sqrt{221}$$

$$\widehat{AOI} = 82^{\circ}20'$$

$$\widehat{AOC} = 164^{\circ}40'$$

$$\text{Độ dài cung lớn } AC : AC = 2\pi \cdot 15 - \frac{\pi \cdot 15 \cdot 164^{\circ}40'}{180^{\circ}} = \frac{293\pi}{18}$$

$$\text{Độ dài cung nhỏ } BD : BD = \frac{\pi \cdot 7 \cdot 164^{\circ}40'}{180^{\circ}} \approx 20,118$$

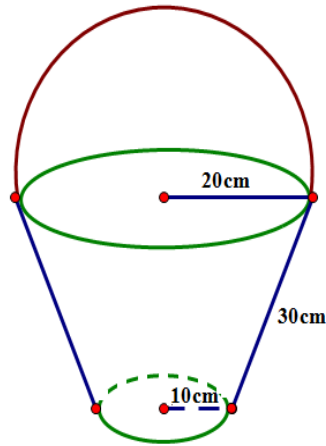
Độ dài dây curoa:

$$\frac{293}{18}\pi + 20,118 + 2.4\sqrt{221} = 190,185\text{cm}$$

Bài 117

a) Người ta muốn làm một xô nước dạng hình nón cụt như hình bên, hãy tính diện tích tôn cần thiết để gò nên xô nước theo các kích thước đã cho (kể cả đáy). Cho biết phần ghép mí không đáng kể.

b) Hỏi xô nước đã làm có thể chứa được 25 lít nước không?



Cho biết:

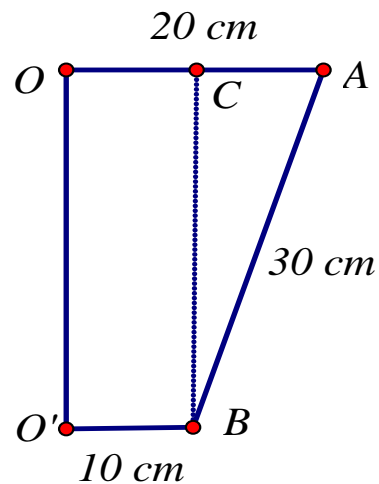
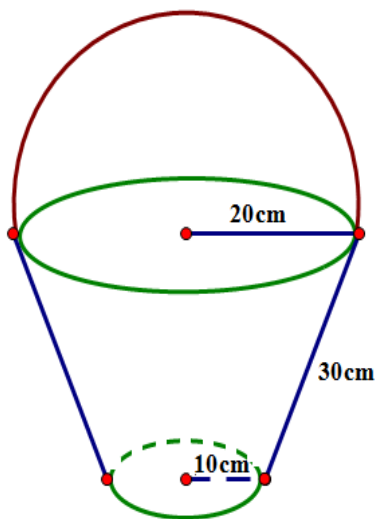
- Diện tích xung quanh hình nón cụt: $S_{xq} = \pi.l.(r_1 + r_2)$

- Thể tích hình nón cụt: $V = \frac{1}{3}\pi.h.(r_1^2 + r_2^2 + r_1r_2)$

Với: r_1, r_2 là các bán kính đáy; l là độ dài đường sinh; h là chiều cao.

Lời giải

Ta có hình minh họa



a) Diện tích tôn cần dùng chính là diện tích xung quanh và diện tích đáy xô:

$$S = S_{xq} + S_{(O)} = \pi(20 + 10).30 + \pi.10^2 = 1000\pi \approx 3141,6 \text{ (cm}^2\text{)}$$

b) Vẽ $BC \perp OA$ tại C .

Chiều cao chiếc xô:

$$OO' = BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{30^2 - (20-10)^2} = 20\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

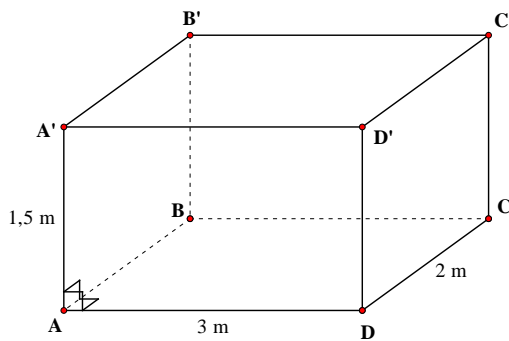
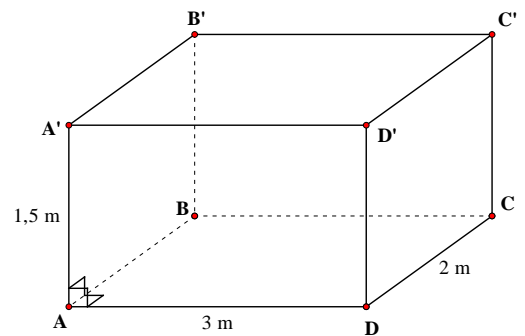
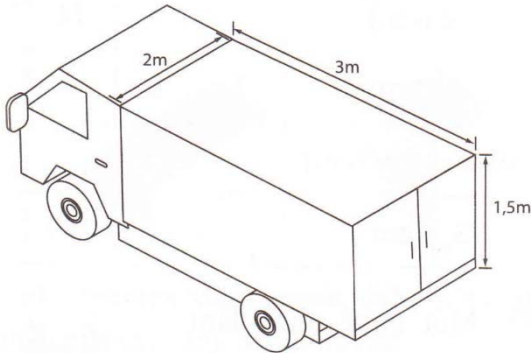
Thể tích xô là

$$V = \frac{1}{3}\pi(20^2 + 10^2 + 20 \cdot 10) \cdot 20\sqrt{2} = \frac{14000\pi\sqrt{2}}{3}$$

$$\approx 20\,733,5 \text{ (cm}^3\text{)} \approx 20,7 \text{ (dm}^3\text{)} = 20,7 \text{ (l)} < 25 \text{ (l)}$$

Vậy xô nước không chứa được 25 lít nước. Cho

Bài 118 Một xe tải đông lạnh chở hàng có thùng xe dạng hình hộp chữ nhật với kích thước như hình bên. Bạn hãy tính giúp thể tích của thùng xe và diện tích phần Inox đóng thùng xe (tính luôn sàn).



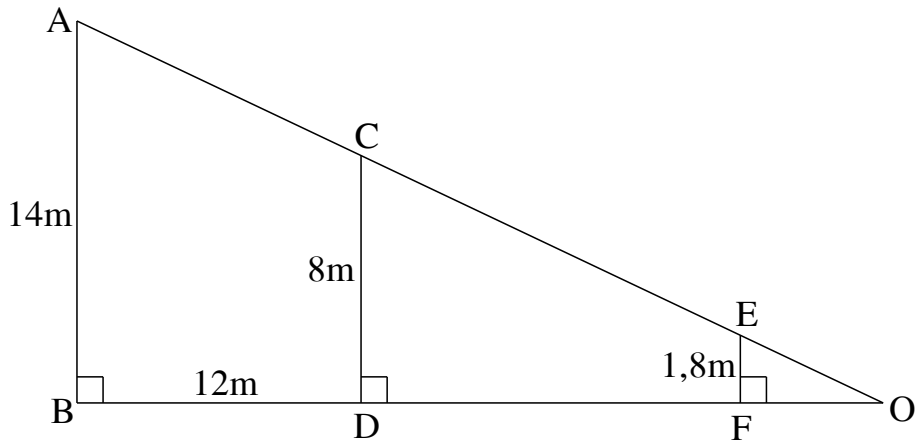
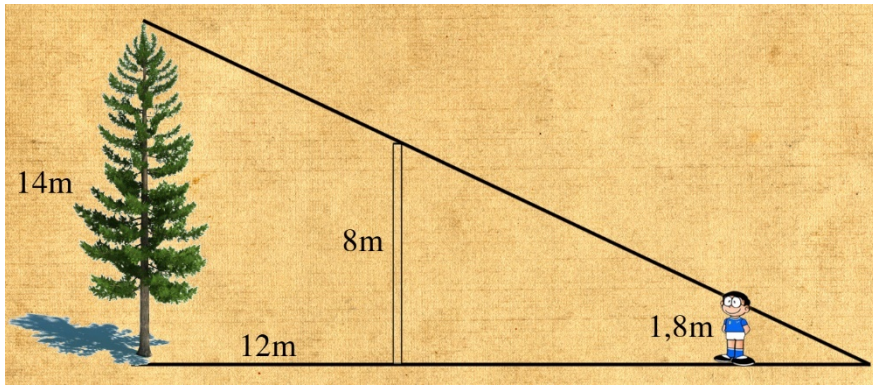
- Tính đúng thể tích thùng xe : $2 \cdot 1,5 \cdot 3 = 9 \text{ (m}^3\text{)}$

- Tính đúng diện tích toàn phần :

$$2 \cdot (2 \cdot 1,5 + 3 \cdot 1,5 + 2 \cdot 3) = 27 \text{ (m}^2\text{)}$$

* Lưu ý : Học sinh có thể tính toàn phần theo diện tích xung quanh và diện tích đáy cho

Bài 119. Một cây có chiều cao 14m, mọc ở phía sau một bức tường cao 8m và cách bức tường 12m. Hỏi người quan sát có chiều cao 1,8m phải đứng cách bức tường bao nhiêu mét để có thể nhìn thấy ngọn cây?



$\triangle OAB$ có $CD \parallel AB$

$$\Rightarrow \frac{OD}{OB} = \frac{CD}{AB} = \frac{8}{14}$$

$$\Rightarrow \frac{OD}{8} = \frac{OB}{14} = \frac{OB - OD}{14 - 8} = \frac{BD}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

$$OD = 16 \text{ (m)}$$

$\triangle OCD$ có $EF \parallel CD$

$$\Rightarrow \frac{OF}{OD} = \frac{EF}{CD} = \frac{1,8}{8}$$

$$\frac{OF}{1,8} = \frac{OD}{8} = \frac{16}{8} = 2$$

$$OF = 3,6 \text{ (m)}$$

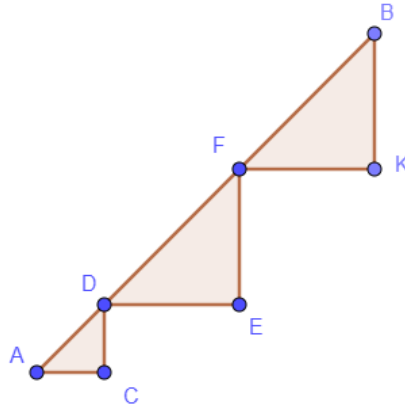
Vậy người đó quan sát phải đứng cách vách tường: $16 - 3,6 = 12,4$ mét.

Bài 120. Một con Robot được thiết kế để có thể đi thẳng, quay một góc 90° sang trái hoặc sang phải. Robot xuất phát từ vị trí A đi thẳng 1 mét, quay sang trái rồi đi thẳng 1 mét, quay sang phải rồi đi thẳng 2 mét, quay sang trái rồi đi thẳng 2 mét, quay sang phải rồi đi thẳng 3 mét, quay sang trái rồi đi thẳng 3 mét thì đi đến đích ở vị trí B.

a) Vẽ hình biểu diễn đường đi của con Robot

b) Tính khoảng cách AB

Lời giải



a) Vẽ hình biểu diễn đường đi của con Robot
Robot đã đi các đoạn thẳng $ACDEFKB$.

b) Tính khoảng cách AB : Trước hết nhận xét các điểm A, D, F, B thẳng hàng.

Thật vậy các tam giác ACD, DEF, FKB vuông cân, do đó 3 điểm A, D, F thẳng hàng và 3 điểm D, F, B thẳng hàng.

Suy ra 4 điểm A, D, F, B thẳng hàng

Khi đó $AB = AD + DF + FB$

$$AB = \sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} = 8,5 \text{ m}$$

Bài 121. Có hai lọ thủy tinh hình trụ, lọ thứ nhất phía bên trong có đường kính đáy là 30 cm, chiều cao 20 cm đựng đầy nước, lọ thứ hai bên trong có đường kính đáy là 40 cm chiều cao là 12 cm. Hỏi nếu đổ hết nước từ lọ thứ nhất sang lọ thứ hai nước có bị tràn ra ngoài hay không? Tại sao?



Lời giải

Thể tích hình trụ lọ thứ nhất, thứ hai là:

$$V_1 = S_1 \cdot h_1 \approx 14130 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = S_2 \cdot h_2 \approx 15072 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow V_1 < V_2$$

Vậy khi đổ nước từ lọ 1 qua lọ 2 nước không tràn ra ngoài.

Bài 122. Gia đình bạn An mua một khu đất hình chữ nhật để cất nhà. Biết chiều dài gấp 4 lần chiều rộng. Theo quy hoạch, khi xây nhà phải chừa 2m (theo chiều dài) phía sau để làm giếng trời và 4m phía trước (theo chiều dài) để trồng cây xanh nên diện tích xây nhà chỉ còn 75% diện tích khu đất. Hỏi chu vi lúc đầu của khu đất.

Lời giải

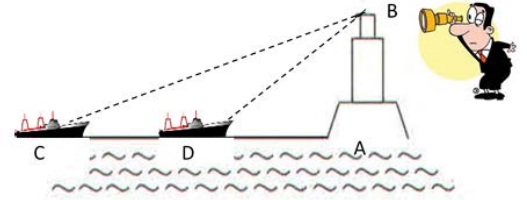
Phần trăm đất để dành làm giếng trời và trồng cây xanh là: $100\% - 75\% = 25\%$

Chiều dài của khu đất: $(2 + 4) : 25\% = 24\text{m}$

Chiều rộng của khu đất: $24 : 4 = 6\text{m}$

Chu vi khu vườn: $2(24 + 6) = 60\text{m}$

Bài 123. Từ đài quan sát cao 15m (tính từ mực nước biển), bạn An có thể nhìn thấy hai chiếc thuyền dưới góc hạ 40° và 10° so với phương ngang. Hãy tính khoảng cách 2 chiếc thuyền (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị)? Điều kiện lý tưởng: vị trí 2 chiếc thuyền và vị trí đài quan sát thẳng hàng.



Lời giải

$$\widehat{ACB} = \widehat{CBx} = 10^\circ; \widehat{ADB} = \widehat{DBx} = 40^\circ$$

Xét $\triangle ABC$ vuông tại A, ta có:

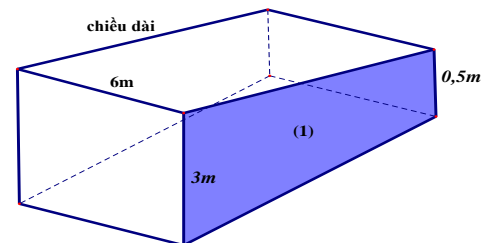
$$AC = AB \cdot \cot C = 15 \cdot \cot 10^\circ \approx 85(m)$$

Xét $\triangle ABD$ vuông tại A, ta có:

$$AD = AB \cdot \cot D = 15 \cdot \cot 40^\circ \approx 18(m)$$

Vậy khoảng cách 2 tàu là: $CD = AC - AD = 85 - 18 \approx 67(m)$

Bài 124. Một hồ bơi có dạng là một lăng trụ đứng tứ giác với đáy là hình thang vuông (mặt bên (1) của hồ bơi là 1 đáy của lăng trụ) và các kích thước như đã cho (xem hình 2). Biết rằng người ta dùng một máy bơm với lưu lượng là $42 \text{ m}^3/\text{phút}$ và sẽ bơm đầy hồ mất 25 phút. Tính chiều dài của hồ.



Lời giải

Một máy bơm với lưu lượng là $42 \text{ m}^3/\text{phút}$ và sẽ bơm đầy hồ mất 25 phút, nên thể tích của hồ bơi là: $42 \times 25 = 1050 \text{ m}^3$

Gọi x (m) là chiều dài của hồ bơi ($x > 0$)

Một hồ bơi có dạng là một lăng trụ đứng tứ giác với đáy là hình thang vuông (mặt bên (1) của hồ bơi là 1 đáy của lăng trụ) nên diện tích mặt đáy là:

$$1050 : 6 = 175 \text{ m}^2$$

Do mặt bên là hình thang cân nên: $\frac{1}{2} \cdot x(0,5 + 3) = 175 \Leftrightarrow x = 100$ (nhận)

Vậy chiều dài hồ bơi là 100m.

CHUYÊN ĐỀ 6. TOÁN THỰC TẾ**DẠNG LIÊN QUAN ĐẾN BỘ MÔN HÓA HỌC**

Bài 1. Người ta đổ thêm 100 g nước vào một dung dịch chứa 20 g muối thì nồng độ của dung dịch giảm đi 10% . Hỏi trước khi đổ thêm nước thì dung dịch chứa bao nhiêu nước.

Lời giải

Gọi khối lượng nước trong dung dịch trước khi đổ thêm nước là: x (g), $x > 0$.

Nồng độ muối của dung dịch khi đó là: $\frac{20}{x+20}$

Nếu đổ thêm 100 g nước vào dung dịch thì khối lượng của dung dịch sẽ là:

$$x + 20 + 100 = x + 120 \text{ (g)}.$$

Nồng độ của dung dịch bây giờ là: $\frac{20}{x+120}$

Vì nồng độ muối giảm 10% nên ta có phương trình

$$\frac{20}{x+20} - \frac{20}{x+120} = \frac{10}{100} \Leftrightarrow \frac{2}{x+20} - \frac{2}{x+120} = \frac{1}{100}$$

$$\Leftrightarrow \frac{200}{(x+20)(x+120)} = \frac{1}{100}$$

$$\Leftrightarrow (x+20)(x+120) = 20000$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 140x - 17600 = 0$$

Ta có $\Delta' = (-70)^2 + 17600 = 22500 \Rightarrow \sqrt{\Delta'} = 150$.

Do đó, $x_1 = -70 + 150 = 80$ (thỏa mãn) và $x_2 = -70 - 150 = -220$ (loại).

Như vậy, trước khi đổ thêm nước, trong dung dịch có 80 g nước.

Bài 2. Trong phòng thí nghiệm Hóa , thầy Minh đưa cho hai bạn Dũng và Thảo một lọ 200 g dung dịch muối có nồng độ 15% . Thầy muốn hai bạn tạo ra dung dịch muối có nồng độ 20% . Dũng nói cần pha thêm nước. Thảo nói cần pha thêm muối. Theo em cần pha thêm muối hay nước và pha thêm một lượng bao nhiêu gam? (Chỉ thêm muối hoặc nước)

Lời giải

Cần pha thêm muối.

Gọi lượng muối cần pha thêm là x (g) ($x > 0$)

Lượng muối ban đầu là $200.15\% = 30$ (g)

Sau khi pha thêm muối tạo ra dung dịch muối có nồng độ 20% nên ta có phương trình:

$$\frac{(30+x).100}{200+x}\% = 20\% \Leftrightarrow (30+x).5 = 200+x \Leftrightarrow 4x = 50$$

$$\Leftrightarrow x = 12,5 \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy cần pha thêm 12,5 gam muối.

Bài 3. Một miếng hợp kim đồng và thiếc có khối lượng 12(kg) chứa 45% đồng nguyên chất. Hỏi phải thêm vào đó bao nhiêu thiếc nguyên chất để được hợp kim mới có chứa 40% đồng nguyên chất?

Lời giải

Gọi khối lượng thiếc nguyên chất cần thêm vào là x (kg) ($x > 0$).

Khối lượng của miếng hợp kim sau khi thêm x kg thiếc nguyên chất là $12 + x$ (kg).

Vì trong 12 (kg) hợp kim chứa 45% đồng nguyên chất nên lượng đồng có trong đó là:
 $12.45\% = 5,4$ (kg).

Vì sau khi thêm vào lượng đồng không đổi và chiếm 40% nên ta có phương trình :

$$40\%.(x+12) = 5,4$$

$$\Leftrightarrow 0,4x + 4,8 = 5,4$$

$$\Leftrightarrow 0,4x = 0,6$$

$$\Leftrightarrow x = 1,5 \text{ (thỏa mãn điều kiện của ẩn)}.$$

Vậy cần thêm vào 1,5 (kg) thiếc nguyên chất để được hợp kim mới có chứa 40% đồng nguyên chất.

Bài 4. Nước biển là dung dịch có nồng độ muối là 3,5% (giả sử không có tạp chất). Có 10kg nước biển . Hỏi phải thêm bao nhiêu kg nước (nguyên chất) để được dung dịch có nồng độ 2%

Lời giải

Trọng lượng muối có trong 10kg nước biển có nồng độ dung dịch 3,5%

$$10.3,5\% = 0,35(\text{kg})$$

Gọi x là số kg nước nguyên chất phải thêm vào để được dung dịch 2% . Ta có phương trình :

$$(10+x)2\% = 0,35$$

Giải phương trình ta được $x = 7,5$

Bài 5. Một chiếc vòng nữ trang được làm từ vàng và bạc với thể tích là 10 cm^3 và cân nặng 171 g . Biết vàng có khối lượng riêng là $19,3 \text{ g/cm}^3$ còn bạc có khối lượng

riêng là $10,5 \text{ g/cm}^3$. Hỏi thể tích của vàng và bạc được sử dụng để làm chiếc vòng ? Biết công thức tính khối lượng là $m = D \cdot V$, trong đó m là khối lượng, D là khối lượng riêng và V là thể tích.

Lời giải

Gọi thể tích của vàng là a , thể tích của bạc là b

Vì tổng thể tích chiếc vòng là 10 cm^3 nên $a + b = 10$ (1)

Khối lượng vàng chứa trong vòng là $19,3 \text{ g/cm}^3$, khối lượng của bạc trong vòng là $10,5 \text{ g/cm}^3$ nên $19,3a + 10,5b = 171$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + b = 10 \\ 19,3a + 10,5b = 171 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 10 - b \\ 19,3 \cdot (10 - b) + 10,5b = 171 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 7,5 \\ b = 2,5 \end{cases}$$

Vậy thể tích của vàng là $7,5 \text{ (cm}^3)$, thể tích của bạc là $2,5 \text{ (cm}^3)$

Bài 6. Có hai lọ dung dịch muối với nồng độ lần lượt là 5% và 20%. Người ta pha trộn hai dung dịch trên để có 1 lít dung dịch mới có nồng độ là 14%. Hỏi phải dung bao nhiêu mililit mỗi loại dung dịch? (Biết khối lượng riêng của ba dung dịch đều là 1 g/ml).

Lời giải

Vì cả ba dung dịch đều có khối lượng riêng là 1 g/ml

$\Rightarrow 1 \text{ lít} = 1000 \text{ g}$ và khối lượng dung dịch = thể tích dung dịch

Gọi $x \text{ (g)}$ là khối lượng dung dịch I ($x > 0$).

$y \text{ (g)}$ là khối lượng dung dịch II ($y > 0$).

Theo đề bài ta có hệ phương trình:

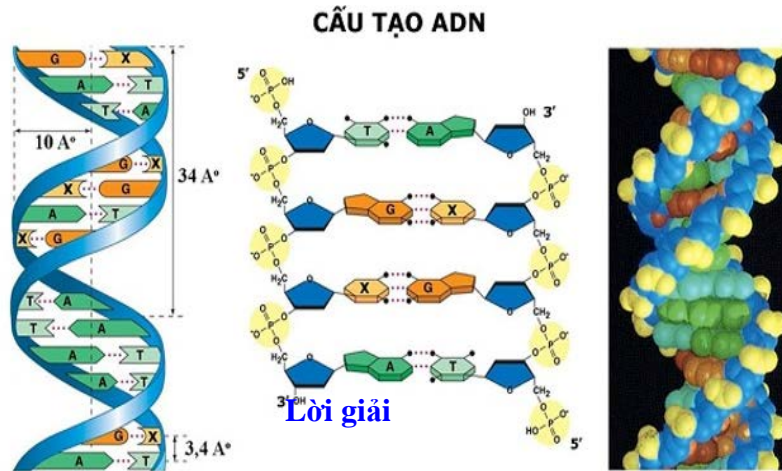
$$\begin{cases} x + y = 1000 \\ 0,05x + 0,2y = 140 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,2x + 0,2y = 200 \\ 0,05x + 0,2y = 140 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 400 \\ y = 600 \end{cases}$$

Vậy thể tích dung dịch I là 400 ml; thể tích dung dịch II là 600 ml.

Bài 7. Gen B có 3600 liên kết Hidro và có hiệu giữa Nucleotit loại T với loại Nucleotit không bổ sung với nó là 300 Nucleotit. Tính số Nucleotit từng loại của gen B.

Biết rằng, để tính số lượng Nucleotit (A, T, G, X) trong phân tử ADN, ta áp dụng nguyên tắc bổ sung: “A liên kết với T bằng 2 liên kết Hidro và G liên kết với X bằng 3 liên kết Hidro” và

$\%A = \%T, \%G = \%X$. Tổng số Nucleotit trong gen
 $N = A + T + G + X = 2A + 2G = 2T + 2X$.



Ta có: $T - G = 300$ (1)

$$2T + 3G = 3600 \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} T - G = 300 \\ 2T + 3G = 3600 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3T - 3G = 900 \\ 2T + 3G = 3600 \end{cases} \begin{cases} T - G = 300 \\ 5T = 4500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T = 900 \\ G = 600 \end{cases}$$

Vậy $G = X = 600$ (Nu); $A = T = 900$ (Nu)

Bài 8. Cho thêm 1kg nước vào dung dịch A thì được dung dịch B có nồng độ axit là 20%. Sau đó lại cho thêm 1kg axit vào dung dịch B thì được dung dịch C nồng độ axit là $33\frac{1}{3}\%$. Tính nồng độ axit trong dung dịch A?

Lời giải

Gọi x (kg) là khối lượng dd A ($x > 0$)

Lượng axit có trong dd B: $20\%(x+1)$ (kg)

Lượng axit có trong dd C: $33\frac{1}{3}\%(x+2)$ (kg)

Theo đề bài ta có phương trình: $20\%(x+1) + 1 = 33\frac{1}{3}\%(x+2)$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{5}(x+1) + 1 = \frac{1}{3}(x+2) \Leftrightarrow \frac{2}{15}x = \frac{8}{15} \Leftrightarrow x = 4 \text{ (nhận)}$$

Khối lượng axit có trong dd A bằng khối lượng axit trong dd B.

Do đó nồng độ axit trong dd A là: $\frac{10\%(x+1)}{4} \cdot 100\% = 25\%$.

Bài 9. Một cái ao nuôi tôm chứa 1000kg nước biển với nồng độ muối là 3,5%. Để giảm độ mặn xuống 1% cho dễ nuôi tôm, người ta phải đổ thêm vào ao bao nhiêu kg nước ngọt?

Lời giải

Gọi khối lượng nước đổ vào ao là x (kg) $x > 0$.

Vì 1000 kg nước biển với nồng độ muối là 3,5%. Để giảm độ mặn xuống 1% cho dễ nuôi tôm ta có phương trình:

$$1\%(1000 + x) = 3,5\% \cdot 1000$$

$$\Leftrightarrow 1000 + x = \frac{7}{2} \cdot 1000$$

$$\Leftrightarrow 1000 + x = 3500$$

$$\Leftrightarrow x = 2500. \text{ (TMĐK)}$$

Vậy khối lượng nước phải đổ vào ao là 2500 (kg).

- Bài 10.** Người ta pha 200g dung dịch muối thứ nhất vào 300g dung dịch muối thứ hai thì thu được dung dịch muối có nồng độ 4%. Hỏi nồng độ muối trong dung dịch thứ nhất và thứ hai; biết nồng độ muối trong dung dịch thứ nhất lớn hơn nồng độ muối trong dung dịch thứ hai là 5%.

Lời giải

Gọi nồng độ muối trong dung dịch thứ nhất là x (%), $x > 0$)

Nồng độ muối trong dung dịch thứ hai là y (%), $y > 0$)

Theo đề bài, ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 200x + 300y = 4.500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 2 \end{cases}$$

Nồng độ muối trong dung dịch thứ nhất là 7%.

Nồng độ muối trong dung dịch thứ hai là 2%.

- Bài 11.** Có hai lọ dung dịch muối với nồng độ lần lượt là 5% và 20%. Người ta pha trộn hai dung dịch trên để có 1 kg dung dịch mới có nồng độ là 14%. Hỏi phải dùng bao nhiêu gam mỗi loại dung dịch?

(biết $C\% = \frac{m_{ct}}{m_{dd}} \cdot 100\%$), $C\%$: nồng độ phần trăm, m_{ct} : khối lượng chất tan, m_{dd} :

khối lượng dung dịch.

Lời giải

Gọi x (kg) là lượng dung dịch thứ nhất cần dùng ($x > 0$).

y (kg) là lượng dung dịch thứ hai cần dùng ($y > 0$).

Theo đề bài ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 5\%x + 20\%y = 14\%(x + y) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ 0,05x + 0,2y = 0,14 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,4 \\ y = 0,6 \end{cases}$$

Vậy cần $0,4(\text{kg}) = 400(\text{g})$ lượng dung dịch thứ nhất và $0,6(\text{kg}) = 600(\text{g})$ lượng dung dịch thứ hai.

Bài 12. Một cốc thủy tinh có dung tích 5 lít đang chứa 3 lít nước muối có nồng độ 10% Hỏi cần đổ thêm bao nhiêu lít nước nguyên chất để được dung dịch muối 5% , liệu rằng cái cốc đó có đủ chứa không ? (Giả định 1 lít dd nước muối = 1 kilôgam)

Lời giải

Gọi lượng nước cần thêm là: $x(\text{kg})$ ($x > 0$)

Lượng dd muối sau khi thêm nước là: $x + 3(\text{kg})$

Lượng muối trong 3kg dd nước muối 10% : $3.10\% = 0,3\text{kg}$

Theo đề bài ta có phương trình:

$$(x + 3).5\% = 0,3$$

$$\Leftrightarrow x = 3(\text{nhận})$$

Vậy cần thêm 3 lít nước để được dd có nồng độ muối là 5%

Như vậy cốc không đủ để chứa lượng dd trên do $3 + 3 = 6 > 5$

Bài 13. Nước muối sinh lí (natri clorid) là dung dịch có nồng độ 0,9% tức là trong 1000 g ml có 9 g muối tinh khiết .

Mẹ bạn Hoa đã pha 18 g muối vào 1800 ml nước đun sôi để nguội.

a) Hỏi mẹ bạn Hoa pha đúng cách chưa?

b) Mẹ bạn Hoa phải pha thêm bao nhiêu ml nước đun sôi để nguội để có nước muối sinh lí?(làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

a) Nồng độ nước muối mà mẹ Hoa đã pha:

$$\frac{18}{18 + 1800} \approx 0,99\%$$

Như vậy mẹ Hoa pha chưa đúng.

b) Gọi x là lượng nước cần pha. Ta có:

$$\frac{18}{1818+x} = 0,9\%$$

Giải ra ta tìm được x .

Bài 14. Có hai lọ đựng muối với nồng độ 5% và 40%. Hỏi cần phải lấy mỗi loại bao nhiêu gam để được 140g nước muối với nồng độ 30% ?

Lời giải

Gọi x (gam) là số gam lấy lọ muối có nồng độ 5% ($x > 0$)

Gọi y (gam) là số gam lấy lọ muối có nồng độ 40%. ($y > 0$)

Ta có phương trình: $x + y = 140$ (1)

Lấy x (gam) lọ muối nồng độ 5%, y (gam) lọ muối nồng độ 40% ta được 140g nồng độ 30% ta có phương trình: $x.5\% + y.40\% = 140.30\% \Leftrightarrow x + 8y = 840$ (2)

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 140 \\ x + 8y = 840 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 140 \\ 7y = 700 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 100 \end{cases}$$

Vậy số gam lấy ở lọ muối nồng độ 5% là 40g, số gam lấy ở lọ muối nồng độ 40% là 100g.

CHUYÊN ĐỀ 7. TOÁN THỰC TẾ

DẠNG LIÊN QUAN ĐẾN BỘ MÔN VẬT LÝ

Bài 1. Để ước tính tốc độ s (dặm/giờ) của một chiếc xe, cảnh sát sử dụng công thức:
 $s = \sqrt{30fd}$, với d (tính bằng feet) là độ dài vết trượt của bánh xe và f là hệ số ma sát

a) Trên một đoạn đường (có gắn bảng báo tốc độ bên trên) có hệ số ma sát là 0,73 và vết trượt của một xe 4 bánh sau khi thắng lại là 49,7 feet. Hỏi xe có vượt quá tốc độ theo biển báo trên đoạn đường đó không? (Cho biết 1 dặm = 1,61 km) (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

b) Nếu xe chạy với tốc độ 48km/h trên đoạn đường có hệ số ma sát là 0,45 thì khi thắng lại vết trượt trên đường dài bao nhiêu feet ?



L
ờ

i giải

a) Ta có tốc độ của xe là: $s = \sqrt{30fd} = \sqrt{30 \cdot 0,73 \cdot 49,7} \approx 32,99$ (dặm/h) $\approx 53,11$ (km/h)

Vì $53,11 > 50$, nên xe đó vượt quá tốc độ theo biển báo trên đoạn đường đó .

b) Đổi 48 (km/h) = 29,81 (dặm/h)

Thế $s = 29,81$ vào $s = \sqrt{30fd}$, ta được: $29,81 = \sqrt{30 \cdot 0,45 \cdot d}$

$\Rightarrow d = 65,84$ (feet)

Vậy khi thắng lại vết trượt trên đường dài 65,84 feet

Bài 2. Công ty đồ chơi Bingbon vừa cho ra đời một đồ chơi tàu điện điều khiển từ xa. Trong điều kiện phòng thí nghiệm, quãng đường s (xen ti mét) đi được của đoàn tàu đồ chơi là một hàm số của thời gian t (giây), hàm số đó là $s = 6t + 9$. Trong điều kiện thực tế người ta thấy rằng nếu đoàn tàu đồ chơi di chuyển quãng đường 12 cm thì mất 2 giây, và cứ trong mỗi 10 giây thì nó đi được 52 cm.

a) Trong điều kiện phòng thí nghiệm, sau 5 (giây) đoàn tàu đồ chơi di chuyển được bao nhiêu cm?

b) Mẹ bé An mua đồ chơi này về cho bé chơi, bé ngồi cách mẹ 1,5 mét. Hỏi cần bao nhiêu giây để đoàn tàu đồ chơi đi từ chỗ mẹ tới chỗ bé?

Lời giải

a) Trong điều kiện phòng thí nghiệm, sau 5 giây tàu đi được:

$$s = 6t + 9 = 6.5 + 9 = 39 \text{ (cm)}$$

b) Gọi quãng đường đi của đoàn tàu đồ chơi trong điều kiện thực tế là $s(\text{cm})$ và hàm số biểu diễn quãng đường trong thực tế là: $s = at + b$

$$\text{Với } t = 2 ; s = 12 \Rightarrow 2a + b = 12 \quad (1)$$

$$\text{Với } t = 10 ; s = 52 \Rightarrow 10a + b = 52 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1); (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} 2a + b = 12 \\ 10a + b = 52 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow s = 5t + 2$$

Khoảng cách từ chỗ bé An đến chỗ mẹ là: $s = 1,5m = 150\text{cm}$

$$\text{Suy ra } 5t + 2 = 150 \Rightarrow t = 29,6 \approx 30s$$

Vậy cần khoảng 30 giây để đoàn tàu đồ chơi đi từ chỗ mẹ tới chỗ bé.

Bài 3. Một vật rơi ở độ cao so với mặt đất là 100 mét. Quãng đường chuyển động s (mét) của vật rơi phụ thuộc vào thời gian t (giây) bởi công thức $S = 4t^2$.

a) Sau 2 giây vật này cách mặt đất bao nhiêu mét?

b) Sau bao lâu vật này tiếp đất?

Lời giải

a) Sau 2 giây vật này cách mặt đất bao nhiêu mét?

Sau 2 giây vật này chuyển động được số mét là: $S = 4.2^2 = 16 \text{ (m)}$.

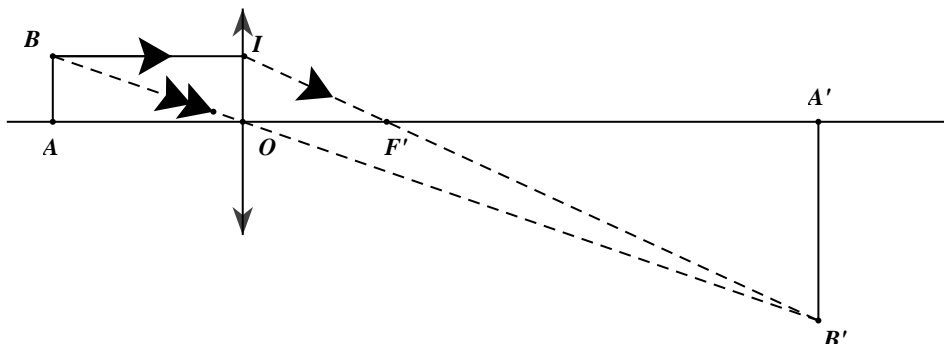
Vậy sau 2 giây vật này cách mặt đất số mét là: $100 - 16 = 84 \text{ (m)}$.

b) Sau bao lâu vật này tiếp đất?

Vật này tiếp đất sau khi đi được quãng đường bằng độ cao của vật so với mặt đất nên thời gian để vật tiếp đất là t thì $100 = 4t^2 \Leftrightarrow t^2 = 25 \Leftrightarrow t = 5 \text{ (do } t > 0)$.

Vậy vật sẽ tiếp đất sau 5 giây.

Bài 4. Một nhà bác học đứng trước một thấu kính hội tụ có quang tâm O và tiêu điểm M và cho ảnh thật to gấp 3 lần. Hỏi người đó đứng trước thấu kính bao xa biết rằng tiêu điểm F cách quang tâm O một khoảng 3 m.



Lời giải

Khi nhà bác học đứng trước thấu kính hội tụ cho ảnh thật to gấp 3 lần nên giả sử vật là AB và ảnh là $A'B'$ thì $A'B' = 3AB$.

Dễ thấy $AB = OI$ và hai tam giác $\triangle IOF'$ và $\triangle B'A'F'$ đồng dạng ($g - g$).

$$\Rightarrow \frac{IO}{B'A'} = \frac{OF'}{A'F'} \Rightarrow \frac{AB}{3AB} = \frac{3}{A'F'} \Rightarrow A'F' = 9 \text{ (do } OF' = OF = 3) \Rightarrow OA' = 9 + 3 = 12.$$

$$\text{Lại có: } \triangle BAO \text{ và } \triangle B'A'O \text{ đồng dạng (g - g)} \Rightarrow \frac{BA}{B'A'} = \frac{OA}{OA'} \Rightarrow OA = \frac{1}{3}OA' \Rightarrow OA = 4$$

Vậy người đó đứng trước thấu kính một khoảng 4 m.

Bài 5.

- a) Nếu giảm bớt thời gian thấp sáng của 1 bóng đèn 60 w một giờ mỗi ngày thì x hộ gia đình sẽ tiết kiệm được bao nhiêu tiền biết giá điện 1800 đ/kwh. Hãy viết công thức tính tiền tiết kiệm được.
- b) Nếu thành phố có khoảng 1,7 triệu gia đình thì tiết kiệm được bao nhiêu tiền theo hình thức trên.

Lời giải

a) Nếu giảm bớt thời gian thấp sáng của 1 bóng đèn 60 w một giờ mỗi ngày thì x hộ gia đình sẽ tiết kiệm được bao nhiêu tiền biết giá điện 1800 đ/kWh. Hãy viết công thức tính tiền tiết kiệm được.

Đổi đơn vị: 60 Wh = 0,06 kW/h.

Số tiền tiết kiệm được khi giảm bớt thời gian thấp sáng của 1 bóng đèn 60 W một giờ mỗi ngày là: $0,06 \cdot 1800 = 108$ (đồng).

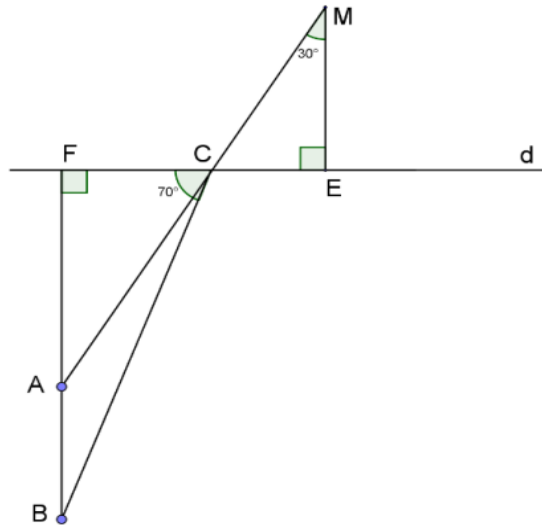
Số tiền x hộ gia đình sẽ tiết kiệm được khi giảm bớt thời gian thấp sáng của 1 bóng đèn 60 W một giờ mỗi ngày là: $108x$ (đồng).

b) Nếu thành phố có khoảng 1,7 triệu gia đình thì số tiền tiết kiệm được theo hình thức trên là:

$$108 \cdot 1,7 = 183,6 \text{ (triệu đồng)}.$$

Bài 6.

Trong hình vẽ bên, đường thẳng d là mặt nước, M là vị trí của mắt, B là vị trí viên sỏi, A là vị trí ảnh của viên sỏi do hiện tượng khúc xạ tạo ra; BF là khoảng cách từ viên sỏi đến mặt nước, AF là khoảng cách từ ảnh của viên sỏi đến mặt nước. Khi mắt quan sát viên sỏi thì tia sáng từ viên sỏi truyền đến mặt nước là BC sẽ cho tia khúc xạ CM đến mắt. Tia tới BC hợp với mặt nước một góc 70° và tia khúc xạ CM hợp với phương thẳng đứng một góc 30° . Đường kéo dài của tia khúc xạ CM đi qua vị trí ảnh A của viên sỏi. Biết $AF = 40$ cm. Tính khoảng cách từ viên sỏi đến ảnh A của nó.



Lời giải

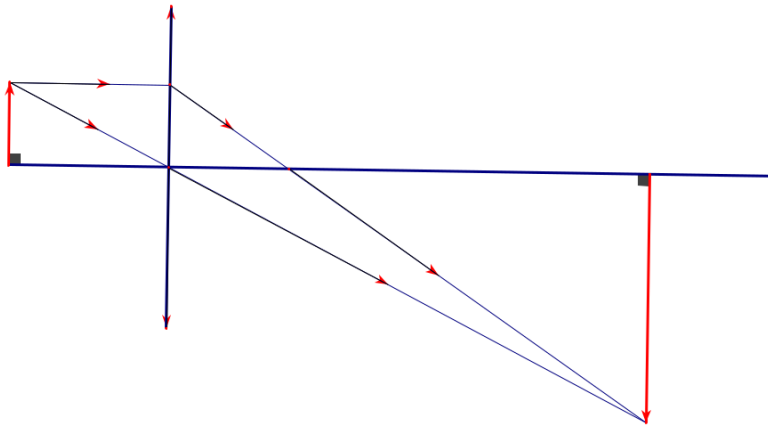
Dễ thấy $\widehat{FAC} = \widehat{CME} = 30^\circ$.

ΔFAC vuông tại F có: $FC = FA \cdot \tan \widehat{FAC} = 40 \cdot \tan 30^\circ$

ΔFBC vuông tại F có: $FB = FC \cdot \tan \widehat{FCB} = (40 \cdot \tan 30^\circ) \cdot \tan 70^\circ \approx 63,5 \text{ cm}$

Do đó: $BA = FB - FA = 23,5 \text{ cm}$.

Bài 7. Kính lão đeo mắt của người già thường là một loại thấu kính hội tụ. Bạn Nam đã dùng một chiếc kính lão của ông ngoại để tạo ra hình ảnh của một cây nến trên một tấm màn. Cho rằng cây nến là một vật sáng có hình dạng đoạn thẳng AB đặt vuông góc với trục chính của một thấu kính hội tụ, cách thấu kính đoạn $OA = 2 \text{ m}$. Thấu kính có quang tâm là O và tiêu điểm F . Vật AB cho ảnh thật $A'B'$ gấp ba lần AB (có đường đi của tia sáng được mô tả như hình vẽ). Tính tiêu cự OF của thấu kính.



Lời giải

Theo đề bài ta có: $OA = 2m; A'B' = 3AB$

Ta có: $\Delta ABO \sim \Delta A'B'O' (g.g) \Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AO}{A'O'} = \frac{1}{3} \Rightarrow A'O' = 3AO$

$\Delta OCF \sim \Delta A'B'F (g.g) \Rightarrow \frac{OC}{A'B'} = \frac{FO}{A'F}$

$$\text{Mà } AB = CO \Rightarrow \frac{OC}{A'B'} = \frac{FO}{A'F} = \frac{1}{3} \Rightarrow A'F = 3FO$$

$$\text{Lại có: } OA' = OF + A'F$$

$$OF = OA' - FA' = 3OA - 3FO$$

$$\Leftrightarrow 4FO = 3OA \Leftrightarrow 4FO = 3 \cdot 2 = 6 \Leftrightarrow FO = 1,5m$$

Vậy tiêu cự FO của thấu kính là $1,5m$

Bài 8. Trong bầu khí quyển, càng lên cao thì áp suất khí quyển càng giảm. Với những độ cao không quá lớn thì công thức tính áp suất khí quyển tương ứng với độ cao so với mực nước biển như sau: $p = 760 - \frac{2h}{25}$ Trong đó p : Áp suất khí quyển (mmHg); h : Độ cao so với mực nước biển (m).

a) Thành phố Bảo Lộc của tỉnh Lâm Đồng ở độ cao $1300m$ so với mực nước biển thì có áp suất khí quyển là bao nhiêu mmHg?

b) Để đo áp suất khí quyển người ta dùng “cao kế”. Một nhóm phượt thủ sử dụng “cao kế” và họ đo được áp suất khí quyển là 550 mmHg. Hỏi nhóm phượt thủ đó đang ở vào độ cao bao nhiêu so với mực nước biển?

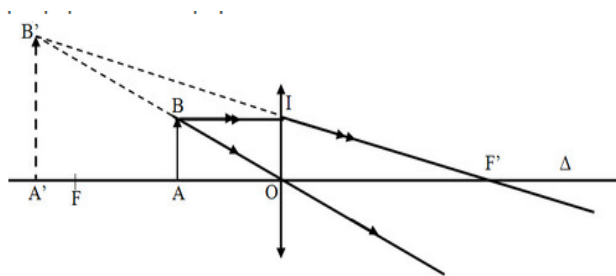
Lời giải

a) Áp suất khí quyển của thành phố Bảo Lộc là: $p = 760 - \frac{2 \cdot 1300}{25} = 656$ (mmHg)

b) So với mực nước biển, nhóm phượt thủ đang ở vào độ cao:

$$550 = 760 - \frac{2h}{25} \Leftrightarrow h = 2625(m).$$

Bài 9. Một vật sáng AB được đặt vuông góc với trục chính của một thấu kính hội tụ có tiêu cự $OF = OF' = 20cm$ tạo ảnh ảo $A'B' // AB$. Biết ảnh $A'B' = 4AB$, tính khoảng cách OA từ vật đến thấu kính (xét trường hợp vật thật cho ảnh ảo cùng chiều, xem hình vẽ).



Lời giải

$$\text{Ta có } \Delta OAB \sim \Delta OA'B' \Rightarrow \frac{OA}{OA'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{OF'}{F'A'} = \frac{OI}{A'B'} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow F'A' = 80cm \Rightarrow OA' = 60cm; OA = 15cm.$$

- Bài 10.** Theo các chuyên gia về sức khỏe, nhiệt độ môi trường lý tưởng nhất với cơ thể của con người là từ 25°C đến 28°C . Vào buổi sáng sáng bạn An dự định cùng với nhóm bạn đi dã ngoại, bạn sử dụng nhiệt kế để đo nhiệt độ môi trường ngày hôm đó như sau. Vậy nhiệt độ này có thích hợp cho An và nhóm bạn không? Biết $^{\circ}\text{C} = (^{\circ}\text{F} - 32):1,8$.



Lời giải

Nhiệt độ theo $^{\circ}\text{C}$ tương ứng là

$$(79,7 - 32):1,8 = 26,5^{\circ}\text{C}$$

Vậy nhiệt độ thích hợp để nhóm bạn An đi dã ngoại.

- Bài 11.** Một phi hành gia nặng 70kg khi còn ở Trái Đất. Khi bay vào không gian, cân nặng $f(h)$ của phi hành gia này khi cách Trái Đất một độ cao h mét, được tính theo hàm số có công thức:

$$f(h) = 70 \cdot \left(\frac{3960}{3960 + h} \right)^2$$

- Cân nặng của phi hành gia là bao nhiêu khi cách Trái Đất 100 mét
- Ở độ cao 250 m, cân nặng của phi hành gia này thay đổi bao nhiêu so với cân nặng có được ở mặt đất (kết quả làm tròn đến số thập phân thứ nhất)

Lời giải

- a) Cân nặng của phi hành gia khi cách Trái Đất 100 mét là:

$$f(h) = 70 \cdot \left(\frac{3960}{3960 + 100} \right)^2 = 66,6\text{kg}$$

- b) Cân nặng của phi hành gia khi cách Trái Đất 250 mét

$$f(h) = 70 \cdot \left(\frac{3960}{3960 + 250} \right)^2 = 61,9\text{kg}$$

Do đó, cân nặng của phi hành gia ở độ cao 250 mét giảm đi so với khi ở trái đất là 8,1 kg

- Bài 12.** Sau những vụ va chạm giữa các xe trên đường, cảnh sát thường sử dụng công thức dưới đây để ước lượng tốc độ v (đơn vị: dặm / giờ) của xe từ vết trượt trên mặt đường sau khi thắng đột ngột. $v = \sqrt{30fd}$. Trong đó, d là chiều dài vết trượt của bánh xe trên nền đường tính bằng feet (ft), f là hệ số ma sát giữa bánh xe và mặt đường (là thước đo sự “trơn trượt” của mặt đường).
Đường Cao tốc Long Thành – Dầu Giây có tốc độ giới hạn là 100 km / h. Sau một vụ va chạm giữa hai xe, cảnh sát đo được vết trượt của một xe là $d = 172 ft$ và hệ số ma sát mặt đường tại thời điểm đó là $f = 0,7$. Chủ xe đó nói xe của ông không chạy quá tốc độ. Hãy áp dụng công thức trên để ước lượng tốc độ chiếc xe đó rồi cho biết lời nói của người chủ xe đúng hay sai? (Biết 1 dặm = 1609 m).

Lời giải

$$1 \text{ dặm} = 1609 \text{ m} = 1,609 \text{ km}$$

Tốc độ của người lái xe là:

$$v = \sqrt{30fd} = \sqrt{30 \cdot 0,7 \cdot 172} = \sqrt{3612} \text{ (dặm/giờ)} = \sqrt{3612} \cdot 1,609 \approx 96,7 \text{ (km/giờ)}$$

Vì $96,7 < 100$ (km/giờ) nên người chủ xe không chạy quá tốc độ.

Vậy người chủ xe nói đúng.

- Bài 13.** Lực F (tính bằng đơn vị N) của gió thổi vào cánh buồm tỷ lệ với vận tốc của gió (km/h) bằng công thức $F = k.v^2$. Đồ thị của hàm số F đi qua điểm (5;100).
- Tìm hệ số k .
 - Cánh buồm chỉ chịu được lực tối đa là 3000 N. Hỏi nếu vận tốc gió là 30 km/h thì thuyền có thể ra khơi được không?

Lời giải

a) Vì (5;100) thuộc đồ thị của hàm số $F = k.v^2$

$$\text{Suy ra : } 100 = k.5^2 \Rightarrow k = 4$$

$$\text{Vậy } F = 4.v^2$$

b) Cho $v = 30 \text{ km/h} \Rightarrow F = 4.30^2 = 3600 \text{ (N)}$

Vì $3600 \text{ N} > 3000 \text{ N}$ nên thuyền không thể ra khơi.

- Bài 14.** Để tính toán thời gian một chu kỳ đong đưa (một chu kỳ đong đưa dây đu được tính từ lúc dây đu bắt đầu được đưa lên cao đến khi dừng hẳn) của một dây đu, người ta sử dụng công thức: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$.

Trong đó, T là thời gian một chu kỳ đong đưa (s), L là chiều dài của dây đu (m), $g = 9,81(m/s^2)$, $\pi \approx 3,14$

- Một sợi dây đu có chiều dài $(2 + \sqrt{3})$ m, hỏi chu kỳ đong đưa dài bao nhiêu giây?

b) Một người muốn thiết kế một dây đu sao cho một chu kỳ đong đưa kéo dài 4 giây. Hỏi người đó phải làm một sợi dây đu dài bao nhiêu?

Lời giải

a) Chu kì của sợi dây là:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2,3,14 \cdot \sqrt{\frac{2+\sqrt{3}}{9,81}} \approx 3,873(s)$$

b) Ta có:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{L}{g} \Rightarrow L = \frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2}$$

Chiều dài sợi dây cần là:

$$L = \frac{4^2 \cdot 9,81}{4 \cdot (3,14)^2} \approx 3,98(m)$$

Bài 15. Một hòn đá rơi xuống một cái hang, khoảng cách rơi xuống h (tính bằng mét) được cho bởi công thức $h = 4,9.t^2$, trong đó t là thời gian rơi (tính bằng giây).

a) Hãy tính độ sâu của hang nếu mất 3 giây để hòn đá chạm đáy.

b) Nếu hang sâu 122,5 mét thì phải mất bao lâu để hòn đá chạm tới đáy.

Lời giải

a) Áp dụng công thức $h = 4,9.t^2$ ta có:

$$t = 3s \Rightarrow h = 4,9.3^2 = 44,1(m)$$

b) Áp dụng công thức $h = 4,9.t^2$ ta có:

$$h = 122,5(m) \Rightarrow t^2 = \frac{122,5}{4,9} = 25 \Rightarrow t = 5(s)$$

Bài 16. Cách đây hơn một thế kỷ, nhà khoa học người Hà Lan Hendrich Lorentz (1853 – 1928) đưa ra công thức tính số cân nặng lí tưởng của con người theo chiều cao như sau:

$$M = T - 100 - \frac{T - 150}{N} \quad (\text{công thức Lorentz})$$

Trong đó: M là số cân nặng lí tưởng tính theo kilôgam

T là chiều cao tính theo xăngtimet

$N = 4$ với nam giới và $N = 2$ với nữ giới.

a) Bạn Q (là nam giới) chiều cao là $1,7m$. Hỏi cân nặng của bạn nên là bao nhiêu kg để đạt lí tưởng?

b) Với chiều cao bằng bao nhiêu thì số cân nặng lí tưởng của nam giới và nữ giới bằng nhau?

Lời giải

Đôi $1,7m = 170cm$

Cân nặng lí tưởng của bạn Q là: $M = 170 - 100 - \frac{170 - 150}{4} = 65(kg)$

Vì số cân nặng bằng nhau nên ta có phương trình:

$$T - 100 - \frac{T - 150}{4} = T - 100 - \frac{T - 150}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{T - 150}{4} = \frac{T - 150}{2}$$

$$\Rightarrow T = 150(cm)$$

$$\Rightarrow M = 50(kg)$$

Vậy với chiều cao bằng 150 cm thì số cân nặng lí tưởng của nam giới và nữ giới bằng nhau (50kg).

Bài 17. Càng lên cao không khí càng loãng nên áp suất khí quyển càng giảm. Với những độ cao không lớn lắm thì ta có công thức tính áp suất khí quyển tương ứng với độ cao so với mực nước biển như sau:

$$p = 760 - \frac{2h}{25}$$

Trong đó:

p : Áp suất khí quyển (mmHg)

h : Độ cao so với mực nước biển (m)

Ví dụ các khu vực ở Thành phố Hồ Chí Minh đều có độ cao sát với mực nước biển $h = 0$ m nên có áp suất khí quyển là $p = 760$ mmHg.

- Hỏi Thành phố Đà Lạt ở độ cao 1500 m so với mực nước biển thì có áp suất khí quyển là bao nhiêu mmHg?
- Dựa vào mối liên hệ giữa độ cao so với mực nước biển và áp suất khí quyển người ta chế tạo ra một loại dụng cụ đo áp suất khí quyển để suy ra chiều cao gọi là “cao kế”. Một vận động viên leo núi dùng “cao kế” đo được áp suất khí quyển là 540 mmHg. Hỏi vận động viên leo núi đang ở độ cao bao nhiêu mét so với mực nước biển?

Lời giải

- Thay $h = 1500$ vào biểu thức:

$$p = 760 - \frac{2 \cdot 1500}{25} = 640 \text{ (mmHg)}$$

- Thay $p = 540$ mmHg vào biểu thức:

$$540 = 760 - \frac{2h}{25} \Rightarrow h = 2750 \text{ (m)}$$

Bài 18. Thời gian t (tính bằng giây) từ khi một người bắt đầu nhảy bungee trên cao cách mặt nước d (tính bằng m) đến khi chạm mặt nước được cho bởi công thức: $t = \sqrt{\frac{3d}{9,8}}$



Tìm thời gian một người nhảy bungee từ vị trí cao cách mặt nước $108m$ đến khi chạm mặt nước?

Lời giải

Thay $d = 108$ vào công thức ta được $t = \sqrt{\frac{3 \cdot 108}{9,8}} = 5,75$ giây

Bài 19. Biết rằng nhiệt lượng toả ra trên dây dẫn được tính bởi công thức (theo định luật Jun-lenxo) $Q = 0,24I^2Rt$; trong đó: Q là nhiệt lượng tính bằng đơn vị calo, R là điện trở tính bằng đơn vị Ohm (Ω), I là cường độ dòng điện tính bằng đơn vị Ampe (A), t là thời gian tính bằng giây (s).

Dòng điện chạy qua một dây dẫn có $R = 10\Omega$ trong thời gian 5 giây.

a) Hãy điền vào bảng sau những giá trị thích hợp

I (A)	1	1,5	2	2,5
Q (kalo)				

b) Hỏi cường độ dòng điện phải là bao nhiêu thì nhiệt lượng toả ra trên dây dẫn sẽ là 800 Jun (kí hiệu là J) ? Biết rằng $1 J = 0,24$ kalo.

Lời giải

a) Điền giá trị thích hợp vào bảng

I (A)	1	1,5	2	2,5
Q (kalo)	12	27	48	75

b) Đổi : $800J = 192$ kalo

Cường độ dòng điện cần thiết là $I = \sqrt{\frac{Q}{0,24 \cdot R \cdot t}} = \sqrt{\frac{192}{0,24 \cdot 10 \cdot 5}} = 4$ (A)

Bài 20. Galileo là người phát hiện ra quãng đường chuyển động của vật rơi tự do tỉ lệ thuận với bình phương của thời gian. Quan hệ giữa quãng đường chuyển động y (mét) và thời gian chuyển động x (giây) được biểu diễn gần đúng bởi công thức $y = 5x^2$. Người ta thả một vật nặng từ độ cao $460m$ trên tòa nhà Landmark 81 xuống đất (xem như sức cản của không khí không đáng kể)

- a) Hãy cho biết sau 8 giây thì quãng đường chuyển động của vật nặng là bao nhiêu mét ?
- b) Khi vật nặng còn cách đất 55m thì nó đã rơi được thời gian bao lâu?

Lời giải

a) 8 giây $\Rightarrow x = 8$. Khi đó $y = 5.8^2 = 320$.

Vậy sau 8 giây thì quãng đường chuyển động của vật nặng là 320 mét.

b) Khi vật nặng còn cách đất 55m thì quãng đường vật đã chuyển động là

$$y = 460 - 55 = 405. \text{ Khi đó } 405 = 5x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = -9(L) \end{cases}$$

Vậy khi vật nặng còn cách đất 55m thì nó đã rơi được thời gian 9 giây.

Bài 21. Lực F (N) của gió khi thổi vuông góc vào cánh buồm tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc của gió v (m/s) theo công thức $F = kv^2$ (k là một hằng số). Biết rằng khi vận tốc gió bằng 2 m/s thì lực tác động lên cánh buồm của một con thuyền bằng 120N (Niu – ton).

a) Tính hằng số k .

b) Vậy khi vận tốc của gió $v = 10$ (m/s) thì lực F của gió tác động vào cánh buồm là bao nhiêu?

c) Cánh buồm của thuyền chỉ chịu được lực tối đa là 12000N. Vậy thuyền có thể ra khơi khi vận tốc của gió là 90km/h hay không?

Lời giải

a) Ta có: $120 = k.2^2 \Leftrightarrow k = 30$.

Vậy $k = 30$

b) Ta có: $F = 30v^2$

Khi vận tốc của gió $v = 10$ (m/s) thì $F = 30.10^2 = 3000N$.

Vậy khi vận tốc của gió $v = 10$ (m/s) thì lực F của gió tác động vào cánh buồm là 3000N.

c) Đổi: $90km/h = 25m/s$.

Cánh buồm của thuyền chỉ chịu được lực tối đa là 12000N

$$\Rightarrow 12000 = 30v^2 \Leftrightarrow \begin{cases} v = 20 \\ v = -20(L) \end{cases}$$

Khi đó, cánh buồm chỉ chịu được sức gió 20m/s.

Vậy thuyền không thể ra khơi khi vận tốc của gió là 90km/h.

Bài 22. Càng lên cao không khí càng loãng nên áp suất khí quyển càng giảm. Với những độ cao không lớn lắm thì ta có công thức tính áp suất khí quyển tương ứng với độ

cao so với mực nước biển như sau: $p = 760 - \frac{2h}{25}$

Trong đó: p là áp suất khí quyển (mmHg)

h là độ cao so với mực nước biển (m)

Ví dụ các khu vực ở Thành phố Hồ Chí Minh đều có độ cao sát với mực nước biển $h = 0$ (m) nên có áp suất khí quyển là $p = 760$ mmHg.

a) Hỏi Thành phố Đà Lạt ở độ cao 1500 m so với mực nước biển thì có áp suất khí quyển là bao nhiêu mmHg?

b) Dựa vào mối liên hệ giữa độ cao so với mực nước biển và áp suất khí quyển người ta chế tạo ra một loại dụng cụ đo áp suất khí quyển để suy ra chiều cao gọi là “cao kế”. Một vận động viên leo núi dùng “cao kế” đo được áp suất khí quyển là 540 mmHg. Hỏi vận động viên leo núi đang ở độ cao bao nhiêu mét so với mực nước biển?

Lời giải

a) Thành phố Đà Lạt ở độ cao 1500 m so với mực nước biển thì có áp suất khí quyển là

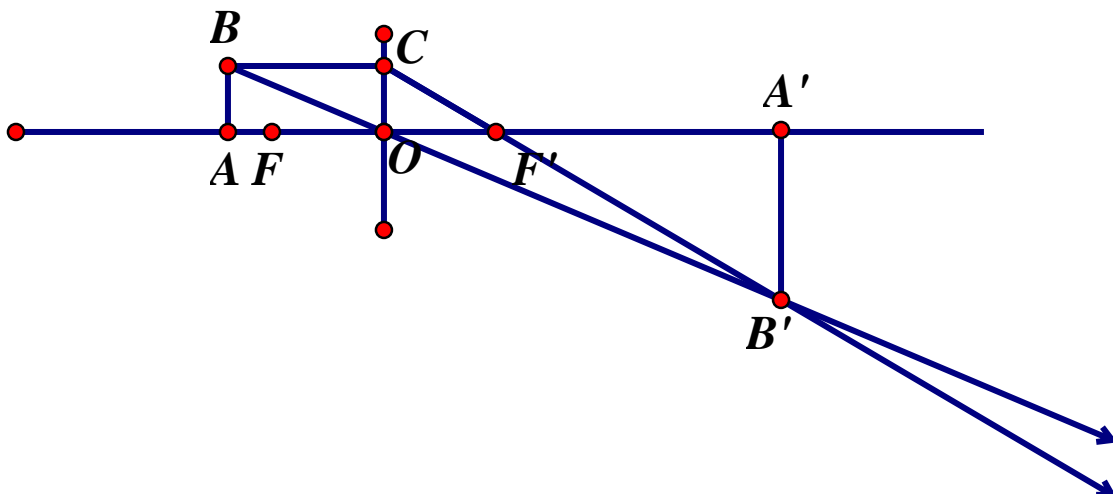
$$p = 760 - \frac{2 \cdot 1500}{25} = 640 \text{ (mmHg)}$$

b) Vận động viên leo núi đang ở độ cao so với mực nước biển là

$$540 = 760 - \frac{2h}{25} \Leftrightarrow h = 2750 \text{ (m)}$$

Bài 23. Bạn An dùng kính lão của ông nội (một loại thấu kính hội tụ) để làm thí nghiệm tạo ảnh một cây đèn cây trên tấm màn. Cho rằng vật sáng có hình đoạn thẳng AB đặt vuông góc với trục chính của một thấu kính hội tụ, cách thấu kính đoạn $OA = 16$ cm. Thấu kính có quang tâm là O và tiêu điểm F , có tiêu cự $OF = 12$ cm. Vật AB cho ảnh thật $A'B'$ (có đường đi của tia sáng được mô tả như hình vẽ). Tính xem ảnh cao gấp bao nhiêu lần vật.

Lời giải



Trong $\triangle OAB$ có $AB \parallel A'B'$ (cùng vuông góc với AA')

$$\Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA} \text{ (hệ quả của định lí Thales) (1)}$$

Trong $\triangle OCF$ ta có $OC \parallel A'B'$ (cùng vuông góc với OA')

$$\Rightarrow \frac{A'B'}{OC} = \frac{A'F}{OF} = \frac{OA' - OF}{OF} \text{ (hệ quả của định lí Thales) (2)}$$

$$\text{Mặt khác ta có: } AB = OC \text{ (3)}$$

Từ (1), (2) và (3) ta suy ra:

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OA' - OF}{OF} \Leftrightarrow \frac{OA'}{16} = \frac{OA' - 12}{12} \Leftrightarrow OA' = 48 \text{ (cm) (4)}$$

$$\text{Thay (4) vào (1) ta có: } \frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA} = \frac{48}{16} = 3 \Rightarrow A'B' = 3AB.$$

Vậy ảnh gấp ba lần vật.

- Bài 24.** Người ta hòa lẫn 7 kg chất lỏng I với 5 kg chất lỏng II thì được một hỗn hợp có khối lượng riêng 600 kg/m^3 . Biết khối lượng riêng của chất lỏng I lớn hơn khối lượng riêng của chất lỏng II là 200 kg/m^3 . Tính khối lượng riêng của mỗi chất lỏng.

Lời giải

Gọi khối lượng riêng của chất lỏng II là $x \text{ (kg/m}^3)$ ($x > 0$)

Vì khối lượng riêng của chất lỏng I lớn hơn khối lượng riêng của chất lỏng II là 200 kg/m^3 nên

khối lượng riêng của chất lỏng I là $x + 200 \text{ (kg/m}^3)$.

Áp dụng công thức $V = \frac{m}{D}$ với V là thể tích chất lỏng (m^3), m là khối lượng chất

lỏng (kg) và D là khối lượng riêng chất lỏng (kg/m^3) ta có phương trình:

$$\begin{aligned} \frac{7}{x+200} + \frac{5}{x} &= \frac{12}{600} \\ \Leftrightarrow \frac{7}{x+200} + \frac{5}{x} &= \frac{1}{50} \\ \Leftrightarrow 7.50x + 5.50(x+200) &= x(x+200) \\ \Leftrightarrow x^2 - 400x - 50000 &= 0 \end{aligned}$$

Giải phương trình ta được

$$x_1 = 500 \text{ (nhận); } x_2 = -100 \text{ (loại)}$$

Khối lượng riêng của chất lỏng I là $700 \text{ (kg/m}^3)$.

Khối lượng riêng của chất lỏng loại II là $500 \text{ (kg/m}^3)$.

- Bài 25.** Càng lên cao không khí càng loãng nên áp suất khí quyển càng giảm. Với những độ cao không lớn lắm thì ta có công thức tính áp suất khí quyển tương ứng với độ cao so với mực nước biển như sau:

$$p = 760 - \frac{2h}{25}$$

Trong đó:

p : Áp suất khí quyển (mmHg)

h : Độ cao so với mực nước biển (m)

Ví dụ các khu vực ở Thành phố Hồ Chí Minh đều có độ cao sát với mực nước biển ($h = 0$ m) nên có áp suất khí quyển là $p = 760$ mmHg .

a) Hỏi Thành phố Đà Lạt ở độ cao 1500m so với mực nước biển thì có áp suất khí quyển là bao nhiêu mmHg ?

b) Dựa vào mối liên hệ giữa độ cao so với mực nước biển và áp suất khí quyển người ta chế tạo ra một loại dụng cụ đo áp suất khí quyển để suy ra chiều cao gọi là “cao kế”. Một vận động viên leo núi dùng “cao kế” đo được áp suất khí quyển là 540mmHg . Hỏi vận động viên leo núi đang ở độ cao bao nhiêu mét so với mực nước biển?

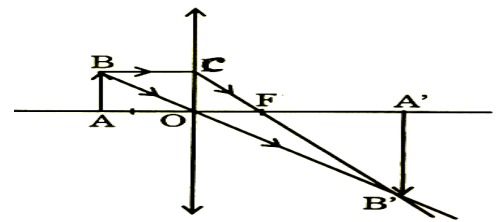
Lời giải

a) Áp suất khí quyển tại Thành phố Đà Lạt là $p = 760 - \frac{2.1500}{25} = 640$ (mmHg)

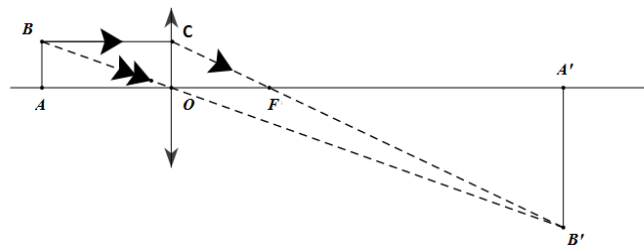
b) Thay $p = 540$ vào công thức ta được $540 = 760 - \frac{2h}{25} \Leftrightarrow h = 2750$ (m)

Vận động viên leo núi đang ở độ cao 2750 mét so với mực nước biển.

Bài 26. Người lớn tuổi thường đeo kính lão (một loại kính hội tụ). Bạn An mượn kính của bà để làm thí nghiệm tạo hình ảnh một vật trên tấm màn. Cho rằng vật sáng có hình đoạn thẳng AB đặt vuông góc với trục chính của một thấu kính hội tụ, cách thấu kính đoạn $OA = 30$ cm . Thấu kính có quang tâm O và tiêu điểm F . Qua thấu kính vật AB cho ảnh thật $A'B'$ lớn gấp 2 lần vật (có đường đi của tia sáng được mô tả như hình vẽ). Tính tiêu cự của thấu kính?



Lời giải



Theo đề ta có: $OA = 30$ cm, $A'B' = 2AB$

Xét ΔABO và $\Delta A'B'O$

Ta có :

$$\widehat{BAO} = \widehat{B'A'O} (= 90^{\circ})$$

$$\widehat{BOA} = \widehat{B'OA'} \quad (\text{đđ})$$

$$\Rightarrow \Delta ABO \sim \Delta A'B'O (g.g)$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{A'B'} = \frac{AO}{A'O} = \frac{1}{2} \Rightarrow OA' = 2OA = 2.30 = 60 \quad (1)$$

$$\text{Tương tự: } \Delta OCF \sim \Delta A'B'F (g.g) \Rightarrow \frac{OC}{A'B'} = \frac{OF}{A'F} = \frac{OF}{OA' - OF} \quad (2)$$

$$\text{Mà } AB = CO \quad (3).$$

Từ (1), (2) và (3) suy ra

$$\frac{OF}{OA' - OF} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{OF}{60 - OF} = \frac{1}{2} \Rightarrow OF = 20 \text{ cm}$$

Vậy tiêu cự OF của thấu kính là 20cm

Bài 27. Điện áp V (đơn vị V) yêu cầu cho 1 mạch điện được cho bởi công thức: $V = \sqrt{PR}$, trong đó P là công suất (đơn vị W) và R là điện trở trong (đơn vị Ω).

a) Cần điện áp bao nhiêu để thắp sáng 1 bóng đèn A có công suất 100W và điện trở trong của bóng đèn là 110 Ω ?

b) Bóng đèn B có điện áp bằng 110V, điện trở trong là 88 Ω có công suất lớn hơn bóng đèn A không? Giải thích?

Lời giải

a) Thay $P = 100W$, $R = 110\Omega$ vào $V = \sqrt{PR}$

$$\text{Suy ra: } V \approx 104,9 \text{ V}$$

Vậy: Điện áp cần để thắp sáng 1 bóng đèn A có công suất 100W và điện trở trong của bóng đèn 110 Ω là: 104,9 V

b) Thay $V = 110V$, $R = 88\Omega$ vào $V = \sqrt{PR}$

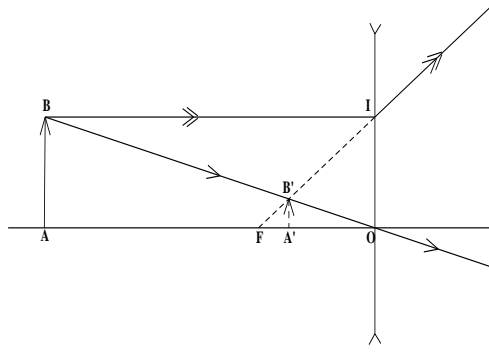
$$\text{Suy ra } P = 137,5W > 100W$$

Vậy: Bóng đèn B có điện áp bằng 110V, điện trở trong là 88 Ω có công suất lớn hơn bóng đèn A.

Bài 28. Kính cận thị là một loại thấu kính phân kỳ. Người cận đeo kính cận để có thể nhìn rõ các vật ở xa mắt. Kính cận thích hợp có tiêu điểm F trùng với điểm cực viễn của mắt. Bạn An đã dùng kính cận của mình để tạo ra hình ảnh của một cây nến trên tấm màn. Cho rằng cây nến là một loại vật sáng có hình dạng đoạn thẳng AB đặt vuông góc với trục chính của một thấu kính phân kỳ đoạn OA bằng 120 cm.

Thấu kính có quang tâm O và tiêu điểm F . Vật AB cho ảnh ảo $A'B'$ bằng $\frac{1}{4}$ của

AB (có đường đi tia sáng được mô tả như hình vẽ). Tính tiêu cự OF của thấu kính?



Lời giải

Vì $A'B' // AB$

$$\Rightarrow \frac{A'B'}{AB} = \frac{OB'}{OB} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{OB'}{BB'} = \frac{1}{3}$$

$OF // BI$

$$\text{Vì } \Rightarrow \frac{OB'}{BB'} = \frac{OF}{IB} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow OF = 40\text{cm}$$

CHUYÊN ĐỀ 8. TOÁN THỰC TẾ

DẠNG TỔNG HỢP

Bài 1. Để biết được ngày n tháng t năm 2020 là ngày thứ mấy trong tuần. Đầu tiên, đi tính giá trị biểu thức $T = n + H$, ở đây được xác định như sau:

Tháng t	10	5	2;8	3;11	6	9;12	1;4;7
H	-3	-2	-1	0	1	2	3

Sau đó lấy T chia cho 7 ta được số dư r ($0 \leq r \leq 6$)

Nếu $r = 0$ thì ngày đó là ngày thứ Bảy

Nếu $r = 1$ thì ngày đó là ngày Chủ Nhật

Nếu $r = 2$ thì ngày đó là ngày thứ Hai

Nếu $r = 3$ thì ngày đó là ngày thứ Ba

...

Nếu $r = 6$ thì ngày đó là ngày thứ Sáu

Bài 2. Hãy sử dụng quy tắc trên để xác định ngày 30/4/2020 là ngày thứ mấy?

b) Bé An sinh vào tháng 12/2020. Biết rằng ngày sinh của bé An là một bội số của 5 và là Chủ Nhật. Hỏi ngày sinh của bé An là ngày mấy?

Lời giải

a) Có $n = 30, t = 4, H = 3 \Rightarrow T = 30 + 3 = 33$ chia 7 dư 5 nên đó là thứ năm

b) Vì bé An sinh tháng 12 nên $H = 2$. Có $\Rightarrow T = n + 2$

Vì ngày sinh của bé An là ngày chủ nhật nên số dư của phép chia T cho 7 là 1.

$\Rightarrow n + 2 = 7k + 1 \Rightarrow n = 7k - 1$. Mà n là bội của 5, $n \leq 31$ nên $n = 20$.

Bài 3. Bạn Bình và mẹ dự định đi du lịch Huế và Hội An trong 6 ngày. Biết rằng chi phí trung bình mỗi ngày tại Bà Nà là 3 000 000 đồng, còn tại Huế là 3 500 000 đồng. Tìm số ngày nghỉ lại mỗi địa điểm, biết số tiền mà họ phải chi cho toàn bộ chuyến đi là 20 000 000 đồng.

Lời giải

Gọi số ngày mà Bình và mẹ ở lại Bà Nà và Huế lần lượt là x, y (ngày) ($0 \leq x, y \leq 6$)

Vì hai mẹ con dự định đi du lịch Huế và Hội An trong 6 ngày nên $x + y = 6$

Vì số tiền mà họ phải chi cho toàn bộ chuyến đi là 20 000 000 đồng nên

$$3000000x + 3500000y = 20000000$$

$$\text{Theo đề bài ta có hệ pt: } \begin{cases} x + y = 6 \\ 3000000x + 3500000y = 20000000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Vậy số ngày mà Bình và mẹ ở lại Bà Nà là 2 (ngày)

Số ngày Bình và mẹ ở lại Huế là 4 (ngày).

Bài 4.

Ba tổ công nhân A, B, C có tuổi trung bình theo thứ tự là 37, 23, 41. Tuổi trung bình của của hai tổ A và B là 29, tuổi trung bình của hai tổ B và C là 33. Tính tuổi trung bình của cả ba tổ.

Lời giải

Gọi x, y, z lần lượt là số người tổ A, B, C. ($x, y, z \in \mathbb{N}^*$)

Ta có:

$$\text{Tuổi trung bình của của hai tổ A và B là 29 nên } \frac{37x+23y}{x+y} = 29 \Leftrightarrow x = \frac{3y}{4} \quad (1)$$

$$\text{Tuổi trung bình của hai tổ B và C là 33 nên } \frac{23y+41z}{y+z} = 33 \Leftrightarrow z = \frac{5y}{4} \quad (2)$$

Tuổi trung bình của cả ba tổ là:

$$\frac{37x+23y+41z}{x+y+z} = \frac{37 \cdot \frac{3y}{4} + 23y + 41 \cdot \frac{5y}{4}}{\frac{3y}{4} + y + \frac{5y}{4}} = \frac{102}{3} = 34$$

Vậy tuổi trung bình của cả ba tổ là 34 tuổi.

Bài 5.

Số học sinh nữ lớp 9A bằng $\frac{4}{5}$ số học sinh nam, nếu số học sinh nữ tăng 2 em và số học sinh nam giảm 3 em thì số học sinh nam và nữ bằng nhau. Hỏi lớp 9A có bao nhiêu học sinh?

Lời giải

Gọi số học sinh nữ và nam của lớp 9A lần lượt là x, y em ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

Vì số học sinh nữ lớp 9A bằng số $\frac{4}{5}$ học sinh nam nên $x = \frac{4}{5}y$; Khi số học sinh nữ tăng

2 em và số học sinh nam giảm 3 em thì số học sinh nam và nữ bằng nhau nên $x + 2 = y - 3$.

Theo đề ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x = \frac{4}{5}y \\ x + 2 = y - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{4}{5}y = 0 \\ x - y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 \\ y = 25 \end{cases}$$

Vậy có 20 HS nữ; 25 HS nam và lớp 9A có 45 HS.

Bài 6.

Vào Bụi mịn hay bụi $PM\ 2.5$ là những hạt bụi li ti trong không khí có kích thước 2,5 micromet trở xuống (nhỏ hơn khoảng 30 lần so với sợi tóc người). Loại bụi này hình thành từ các chất như Carbon, Sulfur, Nitrogen và các hợp chất kim loại khác lơ lửng trong không khí. Bụi $PM\ 2.5$ có khả năng len sâu vào phổi, đi trực tiếp vào máu và có khả năng gây ra hàng loạt bệnh về ung thư, hô hấp,... Để xác định mức độ bụi $PM\ 2.5$ trong không khí người ta thường dùng chỉ số AQI , ví dụ $5\ AQI$, $7\ AQI$. Chỉ số AQI càng lớn thì độ ô nhiễm không khí càng nhiều.

Tại thành phố B, trong tháng 11 vừa qua, người ta đo được mức độ bụi $PM_{2.5}$ trong không khí vào lúc 6 giờ sáng là $79 AQI$ và trung bình mỗi giờ tăng $11 AQI$, chỉ giảm đi kể từ 18 giờ cùng ngày.

a) Gọi y là mức độ bụi $PM_{2.5}$ trong không khí của thành phố B, t là số giờ kể từ 6 giờ sng. Hãy biểu diễn mối liên hệ giữa y và t trong khoảng thời gian từ 6 giờ sáng đến 18 giờ cùng ngày.

b) Tính mức độ bụi $PM_{2.5}$ của thành phố B vào lúc 15 giờ.

Lời giải.

a) Ta có $y = 11.(t - 6) + 79 \Leftrightarrow y = 11t + 13$ với $6 \leq t \leq 18$

b) Thế $t = 15$ vào $y = 11t + 13$ ta được $y = 11.15 + 13 = 178$

Vậy mức độ bụi $PM_{2.5}$ vào lúc 15 giờ tại thành phố B là $178 AQI$

Bài 7. Một nhóm học sinh đang chia đều một số quyển vở vào các phần quà để tặng cho các em nhỏ có hoàn cảnh khó khăn. Nhóm nhận thấy nếu giảm 6 quyển vở ở mỗi phần quà thì số phần quà cho các em sẽ tăng thêm 5 phần, nếu giảm 10 quyển vở ở mỗi phần quà thì số phần quà cho các em sẽ tăng thêm 10 phần. Hỏi nhóm có tất cả bao nhiêu quyển vở?

Lời giải

Gọi số quyển vở ở mỗi phần quà là x (quyển) và số phần quà là y (phần) ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

Nếu giảm 6 quyển vở ở mỗi phần quà thì số phần quà cho các em sẽ tăng thêm 5 phần nên ta có phương trình: $xy = (x - 6)(y + 5) \Leftrightarrow 5x - 6y = 30$ (1).

Nếu giảm 10 quyển vở ở mỗi phần quà thì số phần quà cho các em sẽ tăng thêm 10 phần nên ta có phương trình: $xy = (x - 10)(y + 10) \Leftrightarrow 10x - 10y = 100$ (2).

Từ (1)(2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 5x - 6y = 30 \\ 10x - 10y = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x - 12y = 60 \\ 10x - 10y = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 40 \\ 10x - 10y = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 20 \\ x = 30 \end{cases} (tm)$$

Vậy nhóm có tất cả $30.20 = 600$ quyển vở.

Bài 8. Ba bạn An, Bình, Chi cùng thực hiện kế hoạch mua tập tặng cho các bạn học sinh khó khăn. Vì bận việc, Chi không đi mua tập với các bạn được nên nhờ An và Bình mua trước rồi sẽ trả lại tiền cho hai bạn. An xuất tiền mua 54 quyển tập, Bình xuất tiền mua 36 quyển tập. Chi trả lại cho hai bạn tổng cộng 240 nghìn đồng. Hỏi An sẽ nhận bao nhiêu tiền trong số 240 nghìn đồng đó và sẽ đưa lại cho Bình bao nhiêu để số tiền ba bạn bỏ ra là như nhau?

Lời giải

Số quyển vở mỗi bạn góp: $(54 + 36) : 3 = 30$ quyển vở

240 nghìn đồng tương ứng với số tiền mua 30 quyển vở.

Giá tiền mỗi quyển vở: $240 : 30 = 8$ (nghìn đồng)

Số tiền An nhận: $(54 - 30).8 = 192$ (nghìn đồng)

Số tiền Bình nhận: $240 - 192 = 58$ (nghìn đồng)

Bài 9. Theo thống kê diện tích đất nông nghiệp nước ta được biểu diễn theo công thức $S = 0,12t + 8,97$ trong đó diện tích S tính theo triệu héc ta và t tính bằng số năm kể từ năm 2000. Tính xem diện tích đất nông nghiệp nước ta ước đạt khoảng 11,97 triệu héc ta vào năm nào?.

Lời giải

Diện tích đất nông nghiệp nước ta ước đạt khoảng 11,97 thì $S = 11,97$.

Thay $S = 11,97$ vào công thức $S = 0,12t + 8,97$ ta được $11,97 = 0,12t + 8,97 \Leftrightarrow t = 25$

Số năm kể từ năm 2000 để diện tích đất nông nghiệp nước ta ước đạt khoảng 11,97 là 25 năm nên diện tích đất nông nghiệp nước ta ước đạt khoảng 11,97 vào năm $2000 + 25 = 2025$.

Bài 10. Có một đám trẻ chăn một số trâu trên một cánh đồng. Nếu 2 trẻ cưỡi một con trâu thì có 1 con trâu không có trẻ cưỡi. Nếu mỗi trẻ cưỡi một con trâu thì có 1 trẻ không có trâu cưỡi. Hỏi có bao nhiêu trẻ, bao nhiêu trâu?

Lời giải

Cách 1 :

Gọi số trẻ là x (trẻ), số trâu là y (trâu) ($x, y \in \mathbb{N}^*, x > 1, y > 1$).

Nếu 2 trẻ cưỡi một con trâu thì có 1 con trâu không có trẻ cưỡi nên $x = 2(y - 1)$.

Nếu mỗi trẻ cưỡi một con trâu thì có 1 trẻ không có trâu cưỡi nên $x - 1 = y$.

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x = 2(y - 1) \\ x - 1 = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = -2 \\ x - y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x - 3 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases} \text{ (nhận).}$$

Vậy có 4 trẻ và 3 con trâu.

Cách 2:

Gọi số trâu là x (trâu) ($x \in \mathbb{N}^*, x > 1$)

Vì nếu hai trẻ cưỡi một con trâu thì có 1 con trâu không có trẻ cưỡi nên số trẻ là $2(x - 1)$ (trẻ)

Nếu mỗi trẻ cưỡi 1 con trâu thì có 1 trẻ không có trâu cưỡi nên số trẻ là $x + 1$ (trẻ)

Do đó, ta có phương trình: $2(x - 1) = x + 1 \Leftrightarrow x = 3$ (nhận)

\Rightarrow Số trẻ là $3 + 1 = 4$ (trẻ)

Vậy có 4 trẻ và 3 trâu.

Bài 11. Một trường học cần đưa 510 HS đi tham quan Vũng Tàu. Có hai cách để thuê xe: Cách 1 thuê xe 45 chỗ, giá thuê đi và về cho mỗi xe là 1800000 đồng, cách 2 thuê xe 29 chỗ, giá thuê đi về cho mỗi xe là 950000. Hỏi nếu chỉ thuê một loại xe cho cả đoàn thì nhà trường thuê loại xe nào sẽ tiết kiệm hơn?

Lời giải

Số xe 45 chỗ cần thuê để đưa 510 học sinh đi tham quan:

$$\frac{510}{45} \approx 11,33 \text{ (xe)}$$

Vậy nhà trường phải thuê 12 (xe)

Số tiền thuê xe 45 chỗ là:

$$12.1800000 = 21600000 (\text{đồng})$$

Số xe 29 chỗ cần thuê để đưa 510 học sinh đi tham quan:

$$\frac{510}{29} \approx 17,58 (\text{xe})$$

Vậy nhà trường phải thuê 18 (xe)

Số tiền thuê xe 29 chỗ là:

$$18.950000 = 17100000 (\text{đồng})$$

Vì $17100000 < 21600000$ (đồng) nên thuê xe loại 29 chỗ sẽ tiết kiệm hơn cho nhà trường.

Bài 12. Một quyển tập giá 4000 đồng, một hộp bút giá 30000 đồng. Bạn An cần mua một số quyển tập và một hộp bút.

a) Gọi x là số quyển tập An mua và y là số tiền phải trả (bao gồm tiền mua tập và một hộp bút). Viết công thức biểu diễn y theo x .

b) Nếu bạn An có 200000 đồng để mua tập và một hộp bút thì tối đa bạn An mua được bao nhiêu quyển tập?

Lời giải

a) Công thức biểu diễn y theo x là: $y = 4000x + 30000$.

b) Với $y = 200000$ ta có: $200000 = 4000x + 30000 \Rightarrow x = 42,5$.

Vậy nếu có 200000 đồng thì tối đa bạn An mua được 42 quyển tập.

Bài 13. Cho Một bạn học sinh A có ý định tiết kiệm để mua một chiếc xe đạp có giá 2 100 000 đồng. Hiện nay bạn đã tiết kiệm được 600 000 đồng. Mỗi ngày bạn học sinh A có thể tiết kiệm được 15 000 đồng. Gọi y (đồng) là số tiền bạn học sinh tiết kiệm được sau x (ngày).

a) Hãy lập công thức hàm số của y theo biến số x .

b) Sau bao nhiêu ngày kể từ ngày bắt đầu tiết kiệm, thì bạn học sinh có thể mua được chiếc xe đạp.

Lời giải

a) Số tiền bạn học sinh tiết kiệm được sau x (ngày) là: $y = 15000x + 600000$

b) Chiếc xe đạp có giá 2 100 000 đồng nên ta có: $2100000 = 15000x + 600000 \Leftrightarrow x = 100$

Vậy sau 100 ngày kể từ ngày bắt đầu tiết kiệm, thì bạn học sinh có thể mua được chiếc xe đạp.

Bài 14. Để tổ chức đi tham quan Khu di tích lịch sử Địa đạo Củ Chi cho 354 người gồm học sinh khối lớp 9 và giáo viên phụ trách, nhà trường đã thuê xe 8 chiếc xe gồm hai loại: loại 54 chỗ ngồi và loại 15 chỗ ngồi (không kể tài xế). Hỏi nhà trường cần thuê bao nhiêu xe mỗi loại? Biết rằng không có xe nào còn trống chỗ.

Lời giải

Gọi số xe loại 54 chỗ là x xe ($x \in \mathbb{N}^*$), số xe loại 15 chỗ y xe ($y \in \mathbb{N}^*$)

Nhà trường đã thuê xe 8 chiếc xe nên ta có phương trình: $x + y = 8$

Có 354 người tham gia tham quan và không còn xe nào có chỗ trống nên ta có phương trình: $54x + 15y = 354$

$$\text{Vậy ta có hệ: } \begin{cases} x + y = 8 \\ 54x + 15y = 354 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6(TM) \\ y = 2(TM) \end{cases}$$

Vậy có 6 xe 54 chỗ và 2 xe 15 chỗ.

Bài 15. Đầu năm học, một trường học tuyển được 75 học sinh vào 2 lớp chuyên Văn và chuyên Sử. Nếu chuyển 15 học sinh từ lớp chuyên Văn sang lớp chuyên Sử thì số học sinh lớp chuyên Sử bằng $\frac{8}{7}$ số học sinh lớp chuyên Văn. Hãy tính số học sinh của mỗi lớp.

Lời giải

Gọi x là số học sinh lớp chuyên Văn và y là số học sinh lớp chuyên Sử
($x, y \in \mathbb{N}^*, x > 15$)

Theo bài ra, ta có phương trình: $x + y = 75$ (1)

Nếu chuyển 15 học sinh từ lớp chuyên Văn sang lớp chuyên Sử thì số học sinh lớp chuyên Văn còn lại là $x - 15$ (học sinh) và số học sinh lớp chuyên Sử lúc này là: $y + 15$ (học sinh).

Vì số học sinh lớp chuyên Sử bằng $\frac{8}{7}$ số học sinh lớp chuyên Văn nên ta có phương trình:

$$\frac{y + 15}{x - 15} = \frac{8}{7} \Leftrightarrow 8(x - 15) = 7(y + 15) \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 75 \\ 8(x - 15) = 7(y + 15) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 75 \\ 8x - 7y = 225 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 8y = 600 \\ 8x - 7y = 225 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 15y = 375 \\ x + y = 75 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 25(tm) \\ x = 50(tm) \end{cases}$$

Vậy số học sinh lớp chuyên Văn là 50 học sinh, số học sinh lớp chuyên Sử là 25 học sinh.

Bài 16. Nhằm động viên, khen thưởng các em đạt danh hiệu “*Học sinh giỏi cấp thành phố*” năm học 2018-2019, trường THCS A tổ chức chuyến tham quan ngoại khóa tại một điểm du lịch với mức giá ban đầu là 375.000 đồng/người. Biết công ty du lịch giảm 10% chi phí cho mỗi giáo viên và giảm 30% chi phí cho mỗi học sinh. Số học sinh tham gia gấp 4 lần

số giáo viên và tổng chi phí tham quan (sau khi giảm giá) là 12.487.500 đồng. Tính số giáo viên và số học sinh đã tham gia chuyến đi.

Lời giải

Gọi x là số giáo viên tham gia chuyến đi ($x \in N^*$)

Thì số học sinh tham gia là: $4x$ (Học sinh)

Ta có phương trình: $x.90\%.375000 + 4x.70\%.375000 = 12487500$

$$\Leftrightarrow 337500x + 1050000x = 12487500$$

$$\Leftrightarrow 1387500x = 12487500$$

$$\Leftrightarrow x = 9(tm)$$

Vậy số giáo viên tham gia chuyến đi là 9 (giáo viên)

Số học sinh tham gia chuyến đi là $4.9 = 36$ (học sinh).

Bài 17. Người ta đun sôi nước bằng ấm điện. Công suất hao phí P sẽ phụ thuộc vào thời gian t . Biết rằng mối liên hệ giữa P và t là một hàm bậc nhất có dạng $P = at + b$ được biểu diễn bằng đồ thị hình bên

a) Xác định các hệ số a và b .

b) Tính công suất hao phí khi đun nước trong 30 giây.

Lời giải

$$a) P = at + b \quad (1)$$

Dựa vào đồ thị ta thấy :

+ Khi $t = 0$ thì $P = 100$. Thay vào (1) ta được : $b = 100$

+ Khi $t = 200$ thì $P = 200$. Thay vào (1) ta được : $200a + b = 200$

$$\Rightarrow 200a + 100 = 200$$

$$\Rightarrow 200a = 100$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } P = \frac{1}{2}t + 100$$

b) Khi đun nước trong 30 giây thì công suất hao phí là :

$$P = \frac{1}{2}.30 + 100 = 115 \text{ (W)}$$

Bài 18. Năm ngoái dân số hai tỉnh A và B tổng cộng là 3 triệu người. Theo thống kê thì năm nay tỉnh A tăng 2% còn tỉnh B tăng 1,8% nên tổng số dân tăng thêm của cả hai tỉnh là 0,0566 triệu người. Hỏi năm ngoái mỗi tỉnh dân số là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi số dân năm ngoái của tỉnh A là x (triệu người, $x > 0$)

và số dân năm ngoái của tỉnh B là y (triệu người, $y > 0$)

Vì năm ngoái dân số hai tỉnh A và B tổng cộng là 3 triệu người nên ta có phương trình:

$$x + y = 3 \quad (1)$$

Dân số năm nay tỉnh A đã tăng thêm là: $2\%.x = 0,02x$ (triệu người)

Dân số năm nay tỉnh B đã tăng thêm là: $1,8\% \cdot y = 0,018y$ (triệu người)

Vì tổng số dân tăng thêm của cả hai tỉnh là 0,0566 triệu người nên ta có phương trình:

$$\begin{aligned} 0,02x + 0,018y &= 0,0566 \\ \Leftrightarrow x + 0,9y &= 2,83 \quad (2) \end{aligned}$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} x + y = 3 \\ x + 0,9y = 2,83 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x + y = 3 \\ 0,1y = 0,17 \end{cases} \\ \Leftrightarrow &\begin{cases} x = 1,3(tm) \\ y = 1,7(tm) \end{cases} \end{aligned}$$

Vậy số dân năm ngoái của tỉnh A là: 1,3 triệu người

Số dân năm ngoái của tỉnh B là: 1,7 triệu người.

Bài 19. Bạn An mua 30 chậu hoa, mỗi chậu có giá 150 000 đồng. Để chăm sóc chậu hoa, An mua thêm 12 bịch phân bón, biết rằng giá của 4 bịch phân bón bằng 80% giá của 3 chậu hoa. Hỏi An phải tốn tổng cộng bao nhiêu tiền cho cả phân bón và chậu hoa?

Lời giải

Giá của 4 bịch phân bón là : $80\% \cdot 3 \cdot 150000 = 360000$ (đồng)

Số tiền An đã mua phân bón là : $\frac{12 \cdot 360000}{4} = 1080000$ (đồng)

Số tiền An đã mua chậu hoa là : $30 \cdot 150000 = 4500000$ (đồng)

Tổng số tiền An phải bỏ ra để mua phân bón và chậu hoa là :

$$1080000 + 4500000 = 5580000 \text{ (đồng).}$$

Bài 20. Bảng cước phí dịch vụ VinaCard áp dụng cho thuê bao trả trước, cước gọi liên mạng trong nước (đã bao gồm VAT) quy định rằng : nếu gọi trong 6 giây đầu thì tính cước 138 đồng/6 giây đầu, còn kể từ sau giây thứ 6 trở đi, họ tính thêm 23 đồng cho mỗi giây.

a) Gọi y là số tiền phải trả (tính bằng đồng) và t là thời gian gọi nhiều hơn 6 giây

($t > 6$). Hãy lập công thức biểu thị y theo t ?

b) Hỏi bạn An gọi trong bao lâu mà bạn trả 3450 đồng ?

Lời giải

a) $y = 138 + 23 \cdot (t - 6)$ (đồng).

b) Bạn An trả 3450 đồng, tức là $y = 3450$

Suy ra : $138 + 23 \cdot (t - 6) = 3450$

$$\Leftrightarrow 23 \cdot (t - 6) = 3312$$

$$\Leftrightarrow t - 6 = 144$$

$$\Rightarrow t = 150$$

Vậy bạn An gọi trong 150 giây.

Bài 21.

Một cửa hàng điện máy niêm yết giá bán chiếc tivi Smart Samsung 43 inch cao hơn 40% so với giá nhập vào. Nhân dịp khuyến mãi, cửa hàng đã giảm giá 15% trên giá niêm yết. Lúc đó, chiếc tivi bán ra lời được 1,9 triệu đồng so với giá nhập vào. Hỏi giá nhập vào của chiếc tivi đó là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi giá tiền nhập vào của chiếc tivi là x (triệu đồng) ($x > 0$)

Giá niêm yết của chiếc tivi là $140\% \cdot x = 1,4 \cdot x$ (triệu đồng)

Giá bán ra sau khi giảm 15% là : $1,4 \cdot x \cdot (1 - 15\%) = 1,4 \cdot x \cdot 0,85 = 1,19 \cdot x$ (triệu đồng)

Vì chiếc tivi bán ra lời được 1,9 triệu đồng so với giá nhập vào nên ta có :

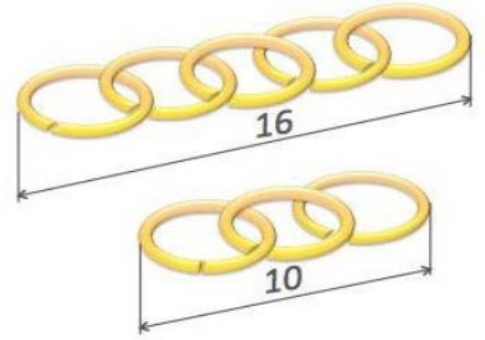
$$1,19 \cdot x = x + 1,9$$

$$\Rightarrow x = 10 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy giá nhập vào của chiếc tivi đó là 10 triệu đồng

Bài 22.

Một sợi xích có ba vòng tròn kết nối dài 10 cm, có năm vòng tròn kết nối dài 16 cm. Hỏi sợi xích đó có 15 vòng tròn kết nối thì dài bao nhiêu ?

**Lời giải**

Gọi x là đường kính của một vòng tròn và y là khoảng cách kết nối giữa hai vòng tròn

$$(x > 0, y > 0)$$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ 5x - 4y = 16 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6x - 4y = 20 \\ 5x - 4y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ 5x - 4y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases} (tm)$$

Sợi xích có 15 vòng kết nối dài $15 \cdot 4 - 14 \cdot 1 = 46$ (cm).

Bài 23.

Bạn A thi tuyển sinh 10 được tổng số điểm là 34,5 (điểm toán nhân 2 + điểm Ngữ Văn nhân 2 + điểm Anh Văn + điểm UTKK). Tính các điểm Toán, Anh Văn của bạn A đạt được, biết 2 lần điểm Toán bằng 3 lần điểm Anh Văn, điểm Ngữ Văn của bạn A đạt được là 6,5 và tổng điểm UTKK của bạn A là 1,5.

Lời giải

Gọi x , y lần lượt là điểm Toán và điểm Anh Văn mà bạn A đạt được

Theo đề bài ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 2x + 2 \cdot 6,5 + y + 1,5 = 34,5 \\ 2x = 3y \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 20 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 7,5 \\ y = 5 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy bạn A đạt được 7,5 điểm Toán và 5 điểm Anh Văn.

Bài 24. Để đảm bảo dinh dưỡng trong bữa ăn hằng ngày thì mỗi gia đình 4 thành viên cần 900 đơn vị protêin và 400 đơn vị Lipit trong thức ăn hằng ngày. Mỗi kilôgam thịt bò chứa 800 đơn vị protêin và 200 đơn vị Lipit, còn mỗi kilôgam thịt heo chứa 600 đơn vị protêin và 400 đơn vị Lipit.

Giá thịt bò là 100 000 đồng/kg và thịt heo là 70 000 đồng/kg.

Hỏi cần mua bao nhiêu tiền thịt bò và thịt heo để đảm bảo dinh dưỡng hằng ngày cho 4 người?

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số kilôgam thịt bò, thịt heo cần mua ($x, y > 0$, kg)

Cần 900 đơn vị protêin trong thức ăn hằng ngày: $800x + 600y = 900$

Cần 400 đơn vị Lipit trong thức ăn hằng ngày: $200x + 400y = 400$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 800x + 600y = 900 \\ 200x + 400y = 400 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,6 \text{ (tm)} \\ y = 0,7 \text{ (tm)} \end{cases}$$

Số tiền cần mua 0,6 kg thịt bò và 0,7 kg thịt heo là

$$0,6 \cdot 100\,000 + 0,7 \cdot 70\,000 = 109\,000 \text{ (đồng)}$$

Vậy cần 109 000 đồng để mua 2 loại thịt.

Bài 25. Một hòn đá rơi xuống một cái hang, khoảng cách rơi xuống h (tính bằng mét) được cho bởi công thức $h = 4,9.t^2$, trong đó t là thời gian rơi (tính bằng giây).

a) Hãy tính độ sâu của hang nếu mất 3 giây để hòn đá chạm đáy.

b) Nếu hang sâu 122,5 mét thì phải mất bao lâu để hòn đá chạm tới đáy.

Lời giải

a) Áp dụng công thức $h = 4,9.t^2$ ta có:

$$t = 3s \Rightarrow h = 4,9 \cdot 3^2 = 44,1(m)$$

b) Áp dụng công thức $h = 4,9.t^2$ ta có:

$$h = 122,5(m) \Rightarrow t^2 = \frac{122,5}{4,9} = 25 \Rightarrow t = 5(s)$$

Bài 26. Sĩ số cuối năm của lớp 9A giảm $\frac{1}{21}$ so với đầu năm. Biết toàn bộ lớp đều tham gia thi tuyển sinh lớp 10 và kết quả có 34 học sinh đã đậu vào lớp 10 công lập đạt tỉ lệ 85%. Hãy tính sĩ số đầu năm của lớp 9A.

Lời giải

Gọi số học sinh lớp 9A đầu năm là a

Số học sinh còn lại của lớp 9A là $a - \frac{a}{21}$

Tổng số học sinh lớp 9A tham gia thi tuyển vào lớp 10 là: $\frac{34 \cdot 100}{85} = 40$ (Học sinh)

Ta có phương trình $a - \frac{a}{21} = 40 \Rightarrow a = 42$

Vậy số học sinh lớp 9A đầu năm là 42 học sinh

Bài 27. Đại bàng là một loài chim săn mồi cỡ lớn thuộc bộ Ưng, họ Accipitridae. Chúng sinh sống trên mọi nơi có núi cao và rừng nguyên sinh còn chưa bị con người chặt phá như bờ biển Úc, Indonesia, Phi châu... Loài đại bàng lớn nhất có chiều dài cơ thể hơn 1 m và nặng 7 kg. Sải cánh của chúng dài từ 1,5 m cho đến 2 m.

a) Từ vị trí cao 16 m so với mặt đất, đường bay lên của đại bàng được cho bởi công thức: $y = 24x + 16$ (trong đó y là độ cao so với mặt đất, x là thời gian tính bằng giây, $x \geq 0$).

Hỏi nếu nó muốn bay lên để đậu trên một núi đá cao 208 m so với mặt đất thì tốn bao nhiêu giây?

b) Từ vị trí cao 208 m so với mặt đất hãy tìm độ cao khi nó bay xuống sau 5 giây. Biết đường bay xuống của nó được cho bởi công thức: $y = -14x + 208$.

Lời giải

a) Thay $y = 208$ vào công thức $y = 24x + 16$ ta có:

$$208 = 24x + 16$$

$$\Leftrightarrow 24x = 192$$

$$\Leftrightarrow x = 8 \text{ (nhận)}$$

Vậy đại bàng mất 8 giây để bay lên đậu trên một núi đá cao 208 m so với mặt đất.

b) Thay $x = 5$ vào công thức $y = -14x + 208$ ta có:

$$y = -14 \cdot 5 + 208$$

$$\Leftrightarrow y = -70 + 208$$

$$\Leftrightarrow y = 138$$

Vậy độ cao so với mặt đất khi nó bay xuống sau 5 giây là: $208 - 138 = 70$ (m)

Bài 27. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một mảnh vườn có dạng hình chữ nhật. Nếu tăng chiều dài mảnh vườn đó thêm 2 m và giảm chiều rộng mảnh vườn đó đi 2 m thì diện tích của mảnh vườn giảm đi 20 m^2 . Nếu giảm chiều dài mảnh vườn đi 3 m và tăng chiều rộng mảnh vườn thêm 2 m thì diện tích mảnh vườn không thay đổi. Tính diện tích mảnh vườn hình chữ nhật ban đầu.

Lời giải

Gọi chiều dài, chiều rộng mảnh vườn hình chữ nhật ban đầu lần lượt là x, y (m)
 $(x > 3; y > 2; x \geq y)$.

Khi đó diện tích hình chữ nhật ban đầu là xy (m^2).

Nếu tăng chiều dài mảnh vườn thêm $2m$ và giảm chiều rộng mảnh vườn đó đi $2m$ thì diện tích của mảnh vườn giảm đi 20 (m^2), ta được phương trình

$$(x+2)(y-2) = xy - 20 \quad (1).$$

Nếu giảm chiều dài mảnh vườn đi $3m$ và tăng chiều rộng mảnh vườn đó thêm $2m$ thì diện tích của mảnh vườn không thay đổi, ta được phương trình

$$(x-3)(y+2) = xy \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} (x+2)(y-2) = xy - 20 \\ (x-3)(y+2) = xy \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy - 2x + 2y - 4 = xy - 20 \\ xy + 2x - 3y - 6 = xy \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2x + 2y = -16 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -y = -10 \\ 2x - 3y = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 18 \\ y = 10 \end{cases} \quad (tm).$$

Vậy diện tích hình chữ nhật ban đầu là $18.10 = 180 m^2$.

Bài 28. Sau dịp Tết Nguyên đán, hai anh em bạn Hoàng có được số tiền mừng tuổi là 3,5 triệu đồng; hai anh em nhờ mẹ gửi số tiền đó vào ngân hàng. Mẹ nói với Hoàng: “Sau hai năm nữa, các con sẽ được nhận về số tiền cả gốc và lãi là 4,235 triệu đồng”. Hỏi thời điểm Hoàng gửi tiền, lãi suất ngân hàng là bao nhiêu % trong một năm, biết rằng số tiền lãi sau năm thứ nhất sẽ được tính vào tiền gốc của năm thứ hai.

Lời giải

Gọi lãi suất của ngân hàng a (phần trăm), $a > 0$

Số tiền lãi sau năm thứ nhất gửi là: $3,5a$ (triệu đồng)

Tổng số tiền đem gửi năm thứ hai là: $3,5 + 3,5a$ (triệu đồng)

Số tiền lãi sau năm thứ hai gửi là: $(3,5 + 3,5a)a$ (triệu đồng)

Theo đề bài sau hai năm gửi tổng số tiền cả gốc và lãi mà anh em Hoàng có được là 4,235 triệu đồng, nên ta có phương trình:

$$(3,5 + 3,5a)a + 3,5a + 3,5 = 4,235$$

Giải phương trình tìm được $a_1 = 0,1$ (TM); $a_2 = -2,1$ (KTM)

Vậy lãi suất của ngân hàng là 10% .

Bài 29. Một phòng họp có 320 ghế ngồi (loại ghế một người ngồi) được xếp thành nhiều hàng ghế và số lượng ghế ở mỗi hàng là như nhau. Người ta tổ chức một buổi hội thảo dành cho 429 người tại phòng họp đó nên phải xếp thêm 1 hàng ghế và mỗi hàng ghế phải xếp nhiều hơn số lượng ban đầu 3 ghế. Hỏi lúc đầu phòng họp có bao nhiêu hàng ghế và mỗi hàng ghế có bao nhiêu ghế?

Lời giải

Gọi số dãy ghế và số ghế của mỗi dãy trong phòng họp lúc đầu lần lượt là x (dãy ghế), y (ghế) ($x, y \in \mathbb{N}^*$, $x, y < 320$).

Vì ban đầu phòng họp có 320 ghế nên ta có phương trình $x.y = 320$ (1).

Khi tăng thêm 1 dãy và thêm 3 ghế vào mỗi dãy thì đủ chỗ cho 429 người nên ta có phương trình:

$$(x+1).(y+3) = 429$$

$$\Leftrightarrow 3x + y = 106 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x.y = 320 \\ 3x + y = 106 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x(106 - 3x) = 320 \\ y = 106 - 3x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 106x + 320 = 0 \\ y = 106 - 3x \end{cases}.$$

Giải phương trình $3x^2 - 106x + 320 = 0$ ta được $\begin{cases} x = \frac{10}{3} \\ x = 32 \end{cases}$.

Kết hợp điều kiện, suy ra $x = 32 \Rightarrow y = 10$ (thỏa mãn).

Vậy lúc đầu phòng họp có 32 dãy ghế và mỗi dãy có 10 ghế.

Bài 30. Giải bài toán sau bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Một mảnh vườn trồng rau quả hình chữ nhật có diện tích là 60 m^2 . Đoạn thẳng dài nhất nối hai điểm bất kì trên khu vườn có độ dài bằng 13m. Người ta cần xây tường bao quanh khu vườn với chiều cao 1,5 m để đảm bảo an toàn cho các loại cây hoa màu. Hỏi diện tích tường bao cần xây là bao nhiêu m^2 ?

Lời giải

Gọi x (m) và y (m) lần lượt là chiều dài và chiều rộng mảnh vườn ($0 < y < x < 13$)

Vì diện tích mảnh vườn hình chữ nhật là 60 m^2 nên ta có phương trình: $xy = 60$

$$(1)$$

Vì đoạn thẳng dài nhất nối hai điểm bất kì trên khu vườn có độ dài bằng 13 m nên độ dài đường chéo của mảnh vườn hình chữ nhật là 13 m. Ta có phương trình: $x^2 + y^2 = 13^2$

$$(2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} xy = 60 \\ x^2 + y^2 = 13^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 60 \\ (x+y)^2 - 2xy = 169 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy = 60 \\ (x+y)^2 = 289 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = 60 \\ x+y = 17 \end{cases} \text{ (do } x, y > 0)$$

$\Rightarrow x, y$ là nghiệm của phương trình: $t^2 - 17t + 60 = 0$ (Điều kiện: $t > 0$)

$\Delta' = (-17)^2 - 4.1.60 = 49 > 0 \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$t_1 = \frac{17+7}{2} = 12 \text{ (thỏa mãn); } t_2 = \frac{17-7}{2} = 5 \text{ (thỏa mãn)}$$

Do $x > y \Rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = 5 \end{cases}$ (thỏa mãn) \Rightarrow chiều dài mảnh vườn là 12 m và chiều rộng là 5 m

\Rightarrow diện tích tường bao cần xây là: $2.(12+5).1,5 = 51 \text{ (m}^2)$

Vậy diện tích tường bao cần xây là: $2.(12+5).1,5 = 51 \text{ (m}^2)$

Chú ý: Để tính diện tích tường bao quanh, không nhất thiết tìm x, y mà chỉ cần tính tổng $x + y$

Bài 31. Giải bài toán bằng cách lập phương trình hoặc hệ phương trình:

Trong tháng đầu, hai tổ sản xuất được 860 chi tiết máy. Đến tháng thứ hai, tổ I vượt mức 15% tổ II vượt mức 10%. Do đó, tháng thứ hai cả hai tổ sản xuất được 964 chi tiết máy. Tính số chi tiết máy mỗi tổ đã sản xuất được trong tháng đầu.

Lời giải

Gọi số chi tiết máy tổ I sản xuất được trong tháng đầu là x (chi tiết máy),

Gọi số chi tiết máy tổ II sản xuất được trong tháng đầu là y (chi tiết máy)

Điều kiện $x; y \in \mathbb{N}^*; x < 860; y < 860$.

Vì trong tháng thứ nhất cả hai tổ sản xuất được 860 nên ta có phương trình: $x + y = 860$
(1)

Số chi tiết máy tổ I sản xuất được trong tháng thứ hai là $\left(1 + \frac{15}{100}\right)x = 1,15x$ (chi tiết máy),

Số chi tiết máy tổ II sản xuất được trong tháng thứ hai là $\left(1 + \frac{10}{100}\right)y = 1,1y$ (chi tiết máy),

Vì trong tháng thứ hai cả 2 tổ sản xuất được 964 chi tiết máy nên ta có hệ phương trình:
 $1,15x + 1,1y = 964$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 860 \\ 1,15x + 1,1y = 964 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 860 - y \\ 1,15(860 - y) + 1,1y = 964 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 860 - y \\ 989 - 1,15y + 1,1y = 964 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 860 - y \\ 0,05y = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 360 \text{ (thỏa mãn)} \\ y = 500 \text{ (thỏa mãn)} \end{cases}$$

Vậy số chi tiết máy tổ I và tổ II đã sản xuất được trong tháng đầu lần lượt là 360 (chi tiết máy) và 500 (chi tiết máy).

Bài 32. Trong một buổi tổ chức tuyên dương các học sinh có thành tích học tập xuất sắc của mô-thuyên, ngoại trừ bạn An, hai người bất kì đều bắt tay nhau, An chỉ bắt tay với những người mình quen. Biết rằng một cặp (*hai người*) chỉ bắt tay nhau không quá một lần và có tổng cộng 420 lần bắt tay. Hỏi bạn An có bao nhiêu người quen trong buổi tổ chức tuyên dương đó?

Lời giải

Giả sử ngoài An thì còn n bạn và An quen m bạn ($m; n \in N^*; m \leq n$).

$$\text{Tổng cộng số lần bắt tay là } \frac{n(n-1)}{2} + m = 420 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow n(n-1) + 2m = 840$$

$$\text{Mà } n \geq m \text{ nên } \Rightarrow n(n-1) + 2n \geq n(n-1) + 2m = 840 \Rightarrow n^2 + n \geq 840$$

$$\Rightarrow n(n+1) \geq 840 \Rightarrow n \geq 29$$

Nếu $n = 29$ thì thay vào (1) ta được

$$\frac{29(29-1)}{2} + m = 420 \Leftrightarrow 406 + m = 420 \Leftrightarrow m = 14$$

Nếu $n \geq 30$ thì $\frac{n(n-1)}{2} \geq \frac{30(30-1)}{2} = 435$, khi đó $m \leq 420 - 435 = -15$ (vô lí - loại).

Vậy bạn An có 14 người quen trong buổi tổ chức tuyên dương đó.

Bài 33. Trong những ngày diễn ra đại dịch Covid-19, cán bộ giáo viên, nhân viên và học sinh trường THCS Trần Phú đã hưởng ứng lời kêu gọi “chung tay phòng chống dịch Covid-19” của Thủ tướng chính phủ qua hai hình thức: ủng hộ bằng tiền mặt và ủng hộ tiền qua tin nhắn. Đợt I, tổng số tiền ủng hộ qua hai hình thức là 9 triệu đồng. Sang đợt II, số tiền ủng hộ bằng tiền mặt tăng 20%, số tiền ủng hộ qua tin nhắn tăng 25% nên tổng số tiền quyên góp được trong đợt II là 11 triệu đồng. Hỏi trong đợt I, số tiền ủng hộ mỗi hình thức là bao nhiêu triệu đồng?

Lời giải

Gọi x là số tiền ủng hộ bằng tiền mặt trong đợt I (Điều kiện: $0 < x < 9$, đơn vị: triệu đồng).

Vì đợt I, tổng số tiền ủng hộ qua hai hình thức là 9 triệu đồng nên ta có số tiền ủng hộ qua tin nhắn đợt I là: $9 - x$ (triệu đồng).

Vì đợt II, số tiền ủng hộ bằng tiền mặt tăng 20% nên ủng hộ được $1,2x$ (triệu đồng).

Vì đợt II, số tiền ủng hộ bằng tin nhắn tăng 25% nên ủng hộ được $1,25(9 - x)$ (triệu đồng).

Vì đợt II ủng hộ được 11 triệu nên ta có phương trình:

$$1,2x + 1,25(9 - x) = 11$$

$$\Leftrightarrow 1,2x + 11,25 - 1,25x = 11$$

$$\Leftrightarrow 0,05x = 0,25$$

$$\Leftrightarrow x = 5 \text{ (thoả mãn).}$$

Vậy trong đợt I, số tiền ủng hộ bằng tiền mặt là 5 triệu đồng, bằng tin nhắn là 4 triệu đồng.

Bài 34. Năm ngoái dân số hai tỉnh A và B tổng cộng là 3 triệu người. Theo thống kê thì năm nay tỉnh A tăng 2% còn tỉnh B tăng 1,8% nên tổng số dân tăng thêm của cả hai tỉnh là 0,0566 triệu người. Hỏi năm ngoái mỗi tỉnh dân số là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x (triệu người) là số dân tỉnh A năm ngoái.

y (triệu người) là số dân tỉnh B năm ngoái. (điều kiện: $0 < x, y < 3$)

Tổng số dân năm ngoái là 3 triệu người, ta có phương trình thứ nhất

$$x + y = 3$$

Số dân tỉnh A tăng 2%, số dân tỉnh B tăng 1,8% và tổng số dân tăng 0,0566 triệu người, ta có pt thứ 2.

$$0,02x + 0,018y = 0,0566$$

Ta có hệ pt:
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 0,02x + 0,018y = 0,0566 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1,3 \\ y = 1,7 \end{cases} \text{ (TM).}$$

Vậy tỉnh A năm ngoái có 1,3 triệu người, tỉnh B năm ngoái có 1,7 triệu người.

Bài 35. Đầu năm học, một trường THPT tuyển được 75 học sinh vào 2 lớp chuyên Văn và chuyên Sử. Nếu chuyển 15 học sinh từ lớp chuyên Văn sang lớp chuyên Sử thì số học sinh lớp chuyên Sử bằng $\frac{8}{7}$ số học sinh lớp chuyên Văn. Hãy tính số học sinh của mỗi lớp?

Lời giải

Gọi x là số học sinh lớp chuyên Văn

y là số học sinh lớp chuyên Lý ($x, y \in \mathbb{N}^*$).

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 75 \\ 8(x - 15) = 7(y + 15) \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được $x = 50; y = 25$.

Số học sinh của lớp chuyên Văn 50, lớp chuyên Lý 25.

Bài 36. Một ô tô có bình xăng chứa b (lít) xăng. Gọi y là số lít xăng còn lại trong bình xăng khi ô tô đã đi quãng đường x (km). y là hàm số bậc nhất có biến số là x được cho bởi công thức $y = ax + b$ (a là lượng xăng tiêu hao khi ô tô đi được 1 km và $a < 0$) thỏa bằng giá trị sau:

x (km)	60	180
y (lít)	27	21

a) Tìm các hệ số a và b của hàm số bậc nhất nói trên.

b) Xe ô tô có cần đổ thêm xăng vào bình xăng hay không? khi chạy hết quãng đường $x = 700$ (km), nếu cần đổ thêm xăng thì phải đổ thêm mấy lít xăng?

Lời giải

a) Lượng xăng tiêu hao khi ô tô đi được 1 km là: $(27 - 21) : (180 - 60) = 0,05$ lít $\Rightarrow a = -0,05$.

Thay $x = 60$, $y = 27$ và $a = -0,05$ vào hàm số $y = ax + b \Rightarrow b = 30$.

b) Thay $x = 700$ vào hàm số $y = -0,05x + 30 \Rightarrow y = -5 < 0$.

Bài 37. Xe ô tô cần đổ thêm 5 lít xăng vào bình xăng khi chạy hết quãng đường $x = 700$ (km). An, Bình, Cúc vào một cửa hàng mua tập và bút cùng loại. An mua 20 quyển tập và 4 cây bút hết 176 000 (đồng). Bình mua 2 cây bút và 20 quyển tập hết 168 000 (đồng). Cúc mua 2 cây bút và 1 hộp đựng bút nhưng chỉ trả 36 000 (đồng) do Cúc là khách hàng thân thiết nên được giảm 10% trên tổng số tiền mua. Hỏi 1 hộp đựng bút là bao nhiêu tiền khi không giảm giá ?

Lời giải

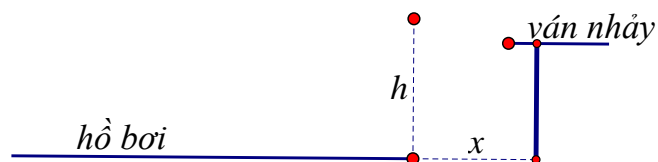
Số tiền mua 2 cây bút là: $176\ 000 - 168\ 000 = 8\ 000$ (đồng).

Số tiền mua 2 cây bút và 1 hộp bút nếu không giảm giá là: $36\ 000 : 90\% = 40\ 000$ (đồng).

Số tiền mua 1 hộp bút nếu không giảm giá là: $40\ 000 - 8\ 000 = 32\ 000$ (đồng)

Bài 38. Một vận động viên bơi lội nhảy cầu. Khi nhảy ở độ cao h từ người đó tới mặt nước (tính bằng mét) phụ thuộc vào khoảng cách x (tính bằng mét) theo công thức: $h = -(x - 1)^2 + 4$ (xem hình). Hỏi khoảng cách x bằng bao nhiêu:

- Khi vận động viên ở độ cao 4m ?
- Khi vận động viên chạm mặt nước ?

**Lời giải**

a) $h = -(x - 1)^2 + 4$ với $h = 4 \Rightarrow x = 1$ (m).

b) $h = -(x - 1)^2 + 4$ với $h = 0 \Rightarrow -(x - 1)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 (l) \\ x = 3 \end{cases}$.

Bài 39. Bạn Lan đang chuẩn bị bữa điểm tâm gồm đậu phộng nấu và mì xào. Biết rằng cứ mỗi 30 gram đậu phộng nấu chứa 7 gram protein, 30 gram mì xào chứa 3 gram protein. Để bữa ăn có tổng khối lượng 200 gram cung cấp đủ 28 gram protein thì bạn Lan cần bao nhiêu gram mỗi loại ?



Đậu phộng nấu



Mì xào

Lời giải

Gọi x, y (gram) lần lượt là lượng đậu phộng nấu và mì xào cần.

$$\text{Theo đề bài ta có hệ phương trình: } \begin{cases} x + y = 200 \\ \frac{7}{30}x + \frac{3}{30}y = 28 \end{cases}$$

$$\text{Giải ra ta có: } \begin{cases} x = 60 \\ y = 140 \end{cases}$$

Vậy bạn Lan cần 60 gram đậu phộng nấu và 140 gram mì xào để đủ bữa ăn nói trên.

- Bài 40.** Bạn Phú dự định trong khoảng thời gian từ ngày 2 tháng 1 đến ngày 28 tháng 2 sẽ giải mỗi ngày 3 bài toán. Thực hiện đúng kế hoạch 1 thời gian, vào khoảng cuối tháng 1 (tháng 1 có 31 ngày) thì Phú được nghỉ tết và bạn tạm nghỉ giải toán nhiều ngày liên tiếp. Sau tết, trong tuần đầu Phú chỉ giải được 14 bài, sau đó Phú cố gắng giải 4 bài mỗi ngày và đến ngày 29 tháng 2 (năm 2020 tháng 2 có 29 ngày) thì Phú cũng hoàn thành kế hoạch đã định. Hỏi Phú đã nghỉ giải toán ít nhất bao nhiêu ngày?

Lời giải

Gọi số ngày Phú dự định giải toán trước khi nghỉ tết là x (ngày) (điều kiện: $x \in \mathbb{N}^*, x < 30$)

và số ngày Phú nghỉ giải toán là y (ngày) (điều kiện: $y \in \mathbb{N}$).

Thời gian từ ngày 2/1 đến ngày 28/2 là: $30 + 28 = 58$ (ngày)

Do vậy số bài toán Phú dự định giải là: $3 \cdot 58 = 174$ (bài toán)

Theo giả thiết, ta có phương trình:

$$3x + 14 + 4 \cdot (58 - x - y - 7) = 174 \Leftrightarrow -x - 4y = -44 \Leftrightarrow y = \frac{44 - x}{4}$$

$$\text{Mà } x < 30, \text{ do đó } y > \frac{44 - 30}{4} = 3,5.$$

Vậy bạn Phú phải nghỉ giải toán ít nhất 4 ngày.

- Bài 41.** Một cái thùng có thể chứa được 14kg thanh long hoặc 21kg nhãn. Nếu chứa đầy thùng đó bằng cả thanh long và nhãn mà giá tiền của thanh long bằng giá tiền của nhãn thì số trái cây trong thùng là sẽ cân nặng 18kg và có giá trị là 480.000 đồng. Tìm giá tiền 1kg thanh long, 1kg nhãn.

Lời giải

Gọi x (kg) là số thanh long có trong thùng và y (kg) là số nhãn có trong thùng ($0 < x, y < 18$)

Vì tổng số kg Thanh long và Nhãn có trong thùng là 18 kg nên: $x + y = 18$.

x kg thanh long chiếm $\frac{x}{14}$ cái thùng và y kg nhãn chiếm $\frac{y}{21}$ cái thùng.

Vì thanh long và nhãn chất đầy thùng nên ta có: $\frac{x}{14} + \frac{y}{21} = 1$.

$$\text{Theo gt, ta có : } \begin{cases} x + y = 18 \\ \frac{x}{14} + \frac{y}{21} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 18 \\ 21x + 14y = 294 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 12 \end{cases}$$

Do giá tiền của thanh long bằng giá tiền của nhãn nên giá tiền mỗi loại là:

$$480.000 : 2 = 240.000 \text{ đồng.}$$

Do đó giá tiền 1kg thanh long là: $240.000 : 6 = 40.000$ đồng.

giá tiền 1kg nhãn là: $240.000 : 12 = 20.000$ đồng.

Bài 42. Trong kì kiểm tra môn Toán một lớp gồm 3 tổ A, B, C, điểm trung bình (ĐTB) của học sinh ở các tổ được thống kê ở bảng sau :

Tổ	A	B	C	A và B	B và C
ĐTB	9.0	8.8	7.8	8.9	8.2

Biết tổ A có 10 học sinh. Hãy xác định số học sinh và điểm trung bình toàn lớp.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số học sinh của tổ B và tổ C ($x, y \in N^*$)

Do điểm trung bình của tổ A và tổ B là 8,9 nên ta có phương trình

$$9.10 + 8,8.x = 8,9.(10 + x) \Leftrightarrow x = 10 \text{ học sinh}$$

Do điểm trung bình của tổ B và tổ C là 8,2 nên ta có phương trình

$$8,8.10 + 7,8.y = 8,2.(10 + y) \Leftrightarrow y = 15$$

Vậy tổng số học sinh của lớp là $10 + 10 + 15 = 35$ học sinh

Điểm trung bình của cả lớp là $\frac{9.10 + 8,8.10 + 7,8.15}{35} \approx 8,4$

Bài 43. Tỷ lệ nước trong hạt cà phê tươi là 22%. Người ta lấy một tấn cà phê tươi đem đi phơi khô để chuẩn bị cho quá trình sản xuất lúc sau. Hỏi lượng nước cần bay hơi đi là bao nhiêu để lượng cà phê khô thu được chỉ có tỷ lệ nước là 4% ?



Lời giải

Đổi 1 tấn = 1000 kg

Khối lượng cà phê nguyên chất (không chứa nước) có trong 1 tấn cà phê tươi ban đầu là

$$1000 \cdot (100\% - 22\%) = 780 \text{ kg}$$

Khối lượng cà phê (chứa 4% nước) sau khi phơi khô là

$$780 : (100\% - 4\%) = 812,5 \text{ kg}$$

Khối lượng nước đã bay hơi là

$$1000 - 812,5 = 187,5 \text{ kg}$$

Bài 44. Một nông trại có tổng số Gà và Vịt là 6000 con, sau khi bán đi 1600 con Gà và 800 con Vịt thì số Vịt còn lại bằng 80% số Gà. Hỏi sau khi bán, nông trại còn lại bao nhiêu con Gà? Bao nhiêu con Vịt?

Lời giải

Gọi x là số con Gà, y là số con Vịt ($x, y \in \mathbb{N}^*$)

Tổng số Gà và Vịt là 6000 con nên: $x + y = 6000$

Số con Vịt sau khi bán bằng 80% số con Gà sau khi bán nên:

$$y - 800 = 80\% (x - 1600)$$

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 6000 \\ y - 800 = 80\% (x - 1600) \end{cases}$$

Giải hệ phương trình tìm được $x = 3600$, $y = 2400$

Số con Gà còn lại sau khi bán: $3600 - 1600 = 2000$ (con)

Số con Vịt còn lại sau khi bán: $2400 - 800 = 1600$ (con)

Giải lại b)

b) Gọi số Gà và số Vịt ban đầu của nông trại ban đầu lần lượt là x, y (con), ($x, y \in \mathbb{N}^*$; $x, y < 6000$)

Vì tổng số Gà và Vịt ban đầu của nông trại là 6000 con nên ta có phương trình:

$$x + y = 6000 \quad (1) \quad (\text{con})$$

Sau khi bán được 1600 con Gà và 800 con Vịt thì số con Vịt sau khi bán bằng 80% số con Gà sau khi bán nên ta có phương trình:

$$y - 800 = 80\% (x - 1600) \Leftrightarrow 4x - 5y = 2400 \quad (2) \quad (\text{con})$$

Từ (1) và (2), ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} x + y = 6000 \\ 4x - 5y = 2400 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 5y = 30000 \\ 4x - 5y = 2400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 6000 \\ 9x = 32400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2400(t/m) \\ x = 3600(t/m) \end{cases}$$

Số con Gà còn lại sau khi bán 1600 con là: $3600 - 1600 = 2000$ (con)

Số con Vịt còn lại sau khi bán 800 con là: $2400 - 800 = 1600$ (con)

Bài 45. Tại một hội nghị chuyên đề, 20% số giáo sư là nhà tâm lý học, 60% là nhà sinh vật học, và 12 giáo sư còn lại là nhà kinh tế học. Nếu có 20 giáo sư đeo kính, số giáo sư không đeo kính là bao nhiêu phần trăm? (làm tròn tới hàng đơn vị)

Lời giải

Số nhà kinh tế học chiếm $100\% - (20\% + 60\%) = 20\%$ và có 12 người nên 20% số giáo sư là nhà tâm lý học là 12 người

Suy ra 60% nhà sinh vật học có $3 \cdot 12 = 36$ người

Tổng số các nhà khoa học tham dự hội nghị: $12+12+36 = 60$ (người)

Tỉ lệ phần trăm giáo sư không đeo kính là $(60 - 20) : 60 \cdot 100\% = 67\%$

Bài 46. Kết quả của sự nóng dần lên của trái đất là băng tan trên các dòng sông bị đóng băng. 12 năm sau khi băng tan, những thực vật nhỏ, được gọi là Địa y, bắt đầu phát triển trên đá. Mỗi nhóm Địa y phát triển trên một khoảng đất hình tròn. Mỗi quan hệ giữa đường kính d (mm) của hình tròn và số tuổi t của Địa y có thể biểu diễn tương đối theo hàm số :

$d = 7\sqrt{t-12}$ với $t \geq 12$. Em hãy tính đường kính của một nhóm Địa y sau 16 năm băng tan.

Lời giải

Ta có đường kính của một nhóm địa y sau 16 năm băng tan là::

$$d = 7\sqrt{t-12} = 7\sqrt{16-12} = 14(mm)$$

Vậy: đường kính của một nhóm Địa y sau 16 năm băng tan là 14(mm)

Bài 47. Công thức Lozentz tính cân nặng lý tưởng theo chiều cao dành cho nữ:

$$F = T - 100 - \frac{(T - 150)}{2} \quad (\text{với } T \text{ là chiều cao (cm) và } F \text{ là cân nặng lý tưởng (kg)})$$

a) Bạn Hoa có cân nặng 56 kg. Hỏi bạn Hoa phải đạt chiều cao bao nhiêu thì có thân hình lý tưởng?

b) Một công ty người mẫu đưa ra yêu cầu tuyển người mẫu nữ cao 170cm. Hỏi những người mẫu được tuyển cân nặng bao nhiêu kg ? (theo công thức Lozentz)

Lời giải

a) Bạn Hoa có cân nặng 56 kg $\Rightarrow F = 56$

Chiều cao bạn Hoa phải đạt để có thân hình lý tưởng:

$$F = T - 100 - \frac{(T - 150)}{2}$$

$$\Rightarrow 56 = \frac{T}{2} - 25$$

$$\Rightarrow T = 162 \text{ (cm)}$$

Vậy, bạn Hoa phải đạt chiều cao 162 cm.

b) Người mẫu nữ cao 170cm $\Rightarrow T = 170$

Cân nặng của người mẫu :

$$F = 170 - 100 - \frac{170 - 150}{2} = 60$$

$$\Rightarrow F = 60 \text{ (kg)}$$

Vậy, những người mẫu được tuyển nặng 60 kg.

Bài 48. Các nhà khoa học về thống kê đã thiết lập được hàm số sau: $A(t) = 0,08t + 19,7$ trong đó $A(t)$ là độ tuổi trung bình các phụ nữ kết hôn lần đầu của thế giới; t là số năm kết hôn, với gốc thời gian là 1950. Hãy tính độ tuổi trung bình các phụ nữ kết hôn lần đầu lần lượt vào các năm 1950, 2000, 2018, 2020 (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

$$A(1950) = 0,08.(1950 - 1950) + 19,7 = 19,7$$

$$A(2000) = 0,08.(2000 - 1950) + 19,7 = 23,7$$

$$A(2018) = 0,08.(2018 - 1950) + 19,7 = 25,14$$

$$A(2020) = 0,08.(2020 - 1950) + 19,7 = 25,3$$

Bài 49. Đầu năm học, một trường THCS tuyển được 70 học sinh vào hai lớp tích hợp và tăng cường Tiếng Anh. Nếu chuyển 10 học sinh từ lớp tích hợp sang lớp tăng cường tiếng Anh thì số học sinh lớp tăng cường tiếng Anh bằng $\frac{4}{3}$ số học sinh lớp tích hợp. Hãy tính số học sinh mỗi lớp.

Lời giải

Gọi số học sinh lớp tích hợp là: x (học sinh) ($x \in \mathbb{N}^*, x < 70$)

Số học sinh lớp tăng cường Tiếng Anh là: $70 - x$ (học sinh)

Theo đề bài ta có phương trình:

$$70 - x + 10 = \frac{4}{3}(x - 10) \Leftrightarrow \frac{7}{3}x = \frac{280}{3} \Leftrightarrow x = 40 \text{ (nhận)}$$

Vậy số học sinh lớp tích hợp là 40 học sinh, số học sinh lớp tăng cường Tiếng Anh là 30 học sinh.

Bài 50. Năm ngoái, tổng số dân của hai tỉnh A và B là 4 triệu người. Năm nay, dân số của tỉnh A tăng thêm 1,1%, dân số của tỉnh B tăng thêm 1,2%. Tuy vậy, số dân của tỉnh A năm nay vẫn nhiều hơn tỉnh B là 807 200 người. Tính số dân năm ngoái của mỗi tỉnh.

Lời giải

Gọi dân số năm ngoái của tỉnh A là: x (triệu người) ($x \in \mathbb{N}^*, x < 4000000$)

Dân số năm ngoái của tỉnh B là: $4 - x$ (triệu người)

Dân số năm nay của tỉnh A là: $x + 1,1\%x = 1,011x$ (triệu người)

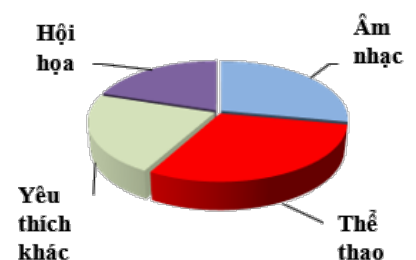
Dân số năm nay của tỉnh B là: $4 - x + 1,2\%(4 - x) = 4,048 - 1,012x$ (triệu người)

Theo đề bài ta có phương trình:

$$1,011x - (4,048 - 1,012x) = 0,8072 \Leftrightarrow 2,023x = 4,8552 \Leftrightarrow x = 2,4 \text{ (nhận)}$$

Vậy dân số năm ngoái của 2 tỉnh A và B lần lượt là 2,4 triệu người và 1,6 triệu người

Bài 51. Trường THCS A tiến hành khảo sát 1500 học sinh về sự yêu thích hội họa, thể thao, âm nhạc và các yêu thích khác. Mỗi học sinh chỉ chọn một yêu thích. Biết số học sinh yêu thích hội họa chiếm tỉ lệ 20% so với số học sinh khảo sát. Số học sinh yêu thích thể thao hơn số học sinh yêu thích âm nhạc là 30 học sinh;



số học sinh yêu thích thể thao và hội họa bằng với số học sinh yêu thích âm nhạc và yêu thích khác.

Tính số học sinh yêu thích hội họa.

Hỏi tổng số học sinh yêu thích thể thao và âm nhạc là bao nhiêu?

Lời giải

Số học sinh yêu thích hội họa là $1500.20\% = 300$ học sinh

Gọi số học sinh yêu thích thể thao, âm nhạc và yêu thích khác lần lượt là a, b, c ($a, b, c \in \mathbb{N}^*$)

$$\Rightarrow a + b + c + 300 = 1500 \Rightarrow a + b + c = 1200 \Rightarrow b + c = 1200 - a \quad (1)$$

Vì số học sinh yêu thích thể thao và hội họa bằng với số học sinh yêu thích âm nhạc và yêu thích khác nên $a + 300 = b + c \Leftrightarrow a + 300 = 1200 - a \Leftrightarrow 2a = 900 \Leftrightarrow a = 450(tm)$

Vì số học sinh yêu thích thể thao hơn số học sinh yêu thích âm nhạc là 30 nên:

$$a - b = 30 \Rightarrow b = 420(tm)$$

Vậy tổng số học sinh yêu thích thể thao và âm nhạc là $a + b = 870$ em.

Bài 52. Theo Quyết định số 25/2019/QĐ-UBND ngày 24 tháng 10 năm 2019 của Ủy ban nhân dân Thành phố Hồ Chí Minh về quy định đơn giá nước sạch sinh hoạt có hiệu lực từ ngày 15/11/2019 trên địa bàn Thành phố Hồ Chí Minh như sau:

Mức sử dụng nước	Đơn giá (đồng/m ³), Chưa tính thuế và phí	
	Trước ngày 15/11/2019	Từ ngày 15/11/2019
a) Đến 4m ³ /người/tháng		
- Hộ dân cư	5 300 đồng/m ³	5 600 đồng/m ³
- Hộ nghèo và cận nghèo	5 300 đồng/m ³	5 300 đồng/m ³
b) Trên 4m ³ đến 6m ³ / người/tháng	10 200 đồng/m ³	10 800 đồng/m ³
c) Trên 6m ³ / người/tháng	11 400 đồng/m ³	12 100 đồng/m ³

Việc tính lượng nước sử dụng và định mức trước và sau khi quyết định có hiệu lực được thực hiện theo nguyên tắc trung bình: lấy tổng lượng nước tiêu thụ, định mức trong kỳ chia cho số ngày trong kỳ để có số tiêu thụ, định mức bình quân/ngày, sau đó:

- Nhân với số ngày trước ngày 15/11/2019 để có lượng nước tính theo giá cũ.
- Nhân với số ngày từ ngày 15/11/2019 để có lượng nước tính theo giá mới.

Từ ngày 01/11/2019 đến ngày 30/11/2019 (có 30 ngày) gia đình ông Năm (không phải hộ nghèo và cận nghèo) gồm 6 người đã sử dụng hết 32m³ nước máy. Định mức tiêu thụ nước: 4m³/người/tháng. Hãy tính số tiền nước máy gia đình ông Năm phải trả trong tháng 11 năm 2019 (bao gồm 5% thuế giá trị gia tăng và 10% phí bảo vệ môi trường).

Lời giải

Số ngày gia đình sử dụng nước tính theo giá cũ: 14 ngày.

Số ngày gia đình sử dụng nước tính theo giá mới: $30 - 14 = 16$ ngày.

Số m³ nước gia đình sử dụng ở mức 1 là $4.6 = 24m^3$.

Số m³ nước gia đình sử dụng ở mức 2 là $32 - 24 = 8m^3$.

Số tiền nước khi chưa tính thuế và phí là

$$24 \cdot \left(\frac{14}{30} \cdot 5\,300 + \frac{16}{30} \cdot 5\,600 \right) + 8 \cdot \left(\frac{14}{30} \cdot 10\,200 + \frac{16}{30} \cdot 10\,800 \right) = 215\,200 \text{ (đồng)}$$

Số tiền nước gia đình ông Nam phải trả là

$$215\,200 \cdot 115\% = 247\,480 \text{ (đồng)}.$$

Bài 53. Để khuyến khích tiết kiệm điện, giá điện sinh hoạt được tính theo kiểu lũy tiến, nghĩa là nếu người sử dụng càng dùng nhiều điện thì giá mỗi số điện (1kWh) càng tăng lên. Dưới đây là bảng giá bán lẻ điện sinh hoạt chưa bao gồm thuế giá trị gia tăng 10% (thuế VAT) của công ty điện lực Thành phố Hồ Chí Minh:

	Giá bán điện (đồng / kWh)
Bậc 1: Cho kWh từ 0 – 50	1549
Bậc 2: Cho kWh từ 51 – 100	1600
Bậc 3: Cho kWh từ 101 – 200	1858
Bậc 4: Cho kWh từ 201 – 300	2340
Bậc 5: Cho kWh từ 301 – 400	2615
Bậc 6: Cho kWh từ 401 trở lên	2701

Tháng 10 năm 2018 gia đình bạn An dùng hết 550 kWh điện. Hỏi số tiền bao gồm thuế VAT 10% mà gia đình bạn An phải trả cho lượng điện sử dụng trong tháng 10 năm 2018 là bao nhiêu?

Lời giải

Tổng số tiền bao gồm thuế VAT mà gia đình bạn An phải trả là:

$$(50 \cdot 1549 + 50 \cdot 1600 + 100 \cdot 1858 + 100 \cdot 2340 + 100 \cdot 2615 + 150 \cdot 2701) \cdot 110\% = 1368290 \text{ (đồng)}.$$

Câu I. Bạn Phương đem 16 tờ tiền giấy gồm hai loại 5000 đồng và 10000 đồng đi nhà sách mua một quyển sách trị giá 122000 đồng và được thối lại 3000 đồng. Hỏi bạn Phương đem theo bao nhiêu tờ tiền mỗi loại?

Lời giải

Gọi x là số tiền loại 5000 đồng và y là số tiền loại 10000 đồng ($x, y \in \mathbb{N}^*$).

Theo giả thiết ta có $x + y = 16$ (1)

Phương mua một quyển sách trị giá 122000 đồng và được thối lại 3000 đồng nên ta có $5000x + 10000y = 122000 + 3000$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 16 \\ 5000x + 10000y = 122000 + 3000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 9 \end{cases} \text{ (thoả mãn).}$$

Vậy Phương đem theo 7 tờ 5000 đồng và 9 tờ 10000 đồng.

Câu II. Tỉ số nam và nữ trong một cơ quan là 2 : 7. Cơ quan đó có trong khoảng từ 75 - 85 người. Hỏi trong cơ quan đó có bao nhiêu nam, bao nhiêu nữ?

Lời giải

Gọi số người nam và số người nữ trong cơ quan lần lượt là x và y (người)

$$(x; y \in \mathbb{N}^*; 75 \leq x + y \leq 85)$$

Vì tỉ số nam và nữ trong một cơ quan là $2:7$ nên $\frac{x}{2} = \frac{y}{7} = \frac{x+y}{2+7} = \frac{x+y}{9}$

Trong khoảng từ 75 đến 85 chỉ có một số chia hết cho 9 là 81

Vậy $x + y = 81$

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{7} = \frac{x+y}{2+7} = \frac{81}{9} = 9$$

Do đó: $x = 18$; $y = 63$ (thoả mãn)

Vậy trong cơ quan có số nam là 18 người và số nữ là 63 người.

Bài 56. Một vận động viên bơi lội nhảy cầu. Khi nhảy độ cao h từ người đó tới mặt nước (tính bằng mét) phụ thuộc vào khoảng cách x (tính bằng mét) bởi công thức :

$$h = - (x - 1)^2 + 4. \text{ Khoảng cách } x \text{ bằng bao nhiêu ?}$$

- Khi vận động viên ở độ cao 3m .
- Khi vận động viên chạm mặt nước.

Lời giải

a) Khi vận động viên ở độ cao 3m:

Thay $h = 3$ vào $h = - (x - 1)^2 + 4$. Ta có:

$$3 = - (x - 1)^2 + 4$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0 ; x = 2$$

Vậy: $x = 0$ và $x = 2$

b) Khi vận động viên chạm mặt nước thì $h = 0$

Thay $h = 0$ vào $h = - (x - 1)^2 + 4$

$$\Leftrightarrow - (x - 1)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x_1 = -1 ; x_2 = 3$$

Vì khoảng cách không âm, nên khoảng cách $x = 3$ (m)

Bài 57. Ba bạn An muốn mua 1 miếng đất hình vuông có diện tích là $2500 m^2$. Ông tính làm hàng rào xung quanh miếng đất bằng dây kẽm gai hết tất cả 3 000 000 đồng cả chi phí dây kẽm gai và công thợ làm.

- Hãy viết hàm số tính tiền công thợ làm hàng rào y (đồng) theo x (đồng) với x là số tiền 1 mét dây kẽm gai?
- Hỏi ba bạn trả bao nhiêu tiền công để thợ rào hết hàng rào? Biết rằng giá mỗi mét dây kẽm là 12 000 đồng.

Lời giải

Ta có: diện tích của miếng đất hình vuông là $2500 m^2$

Suy ra: Cạnh miếng đất hình vuông: $50 m$

Chu vi miếng đất hình vuông: $4 \cdot 50 = 200 (m)$

a) $y = 3\,000\,000 - 200x$

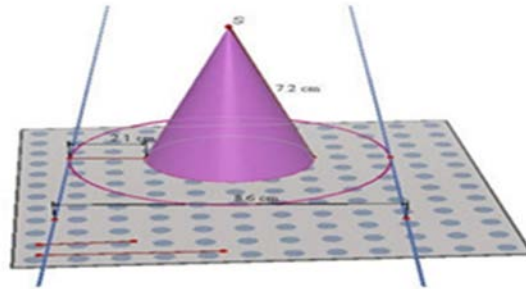
b) Thay $x = 12\ 000$ vào $y = 3\ 000\ 000 - 200x$

Suy ra $y = 600\ 000$

Tiền công làm là: 600 000 đồng

Bài 58. Cái mũ có vành của chú hề với các kích thước cho theo hình vẽ sau:

- a) Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ của chú hề (không kể riềm, mép, phần thừa).
 b) Chú hề dự định mua bột đồ đầy nón để làm ảo thuật. Chú hề cần mua khối lượng bột là bao nhiêu? (xem như 1cm^3 bột tương đương 1g bột)



Biết rằng: Diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi.r.l$ (r : bán kính đường tròn đáy;
 l : đường sinh)

Diện tích toàn phần của hình nón: $S_{tp} = \pi.r.l + \pi.r^2$

Thể tích hình nón: $V_{\text{nón}} = \frac{1}{3}\pi.r^2.h$ (r : bán kính đường tròn đáy; h : chiều cao)

Lời giải

a) Bán kính r hình nón là: $r = (86 - 2 \cdot 21) : 2 = 22 \text{ (cm)}$

Diện tích xung quanh của nón:

$$S_{xq} = \pi r l = 3,14 \cdot 22 \cdot 72 = 4973,76 \text{ (cm}^2\text{)}$$

Bán kính R của vành nón là: $R = 22 + 21 = 43 \text{ (cm)}$

Diện tích vành nón: $\pi R^2 - \pi r^2 = 3,14(43^2 - 22^2) = 4286,1 \text{ (cm}^2\text{)}$

Tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ (không kể riềm, mép, phần thừa) là:

$$4973,76 + 4286,1 = 9259,86 \text{ (cm}^2\text{)}$$

b) Chiều cao nón là: $h = \sqrt{72^2 - 22^2} \approx 68,6 \text{ (cm)}$

Thể tích hình nón: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 22^2 \cdot 68,6 \approx 3500 \text{ (cm}^3\text{)}$

Vậy: Chú hề cần mua 3,5 kg bột.

Bài 59. Số cân nặng lý tưởng ứng với chiều cao được tính theo công thức $M = T - 100 - \frac{T - 150}{N}$

Trong đó: M là cân nặng tính theo kg.

T chiều cao cm.

$N = 4$ (nếu là nam).

$N = 2$ (nếu là nữ).

a) Nếu bạn nữ cao 1,58m. Hỏi cân nặng lý tưởng của bạn đó là bao nhiêu?

b) Giả sử một bạn nam có cân nặng là 65kg. Hỏi chiều cao lý tưởng của bạn đó là bao nhiêu?

Lời giải

Đổi $1,58\text{m} = 158\text{ cm}$

a) Cân nặng lý tưởng của bạn nữ có chiều cao 1,58m:

$$M = T - 100 - \frac{T - 150}{N} = 158 - 100 - \frac{158 - 150}{2} = 54\text{ kg}$$

b) Chiều cao lý tưởng của bạn nam có cân nặng 65kg:

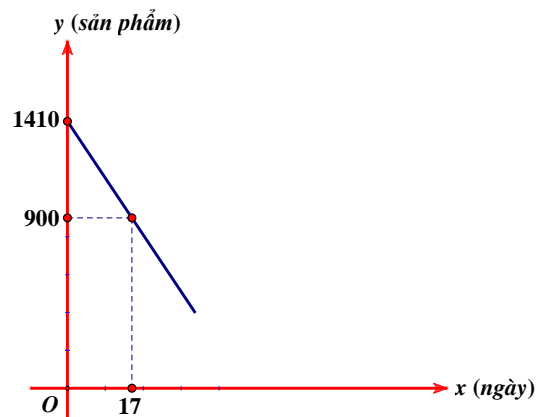
$$65 = T - 100 - \frac{T - 150}{4}$$

$$\Leftrightarrow T = 170\text{ m} = 1,7\text{ m}$$

Bài 60. Một xí nghiệp cần bán thanh lý b sản phẩm. Số sản phẩm y còn lại sau x ngày bán được xác định bởi hàm số: $y = ax + b$ có đồ thị như sau:

a) Hãy dựa vào đồ thị hãy xác định a , b và hàm số y .

b) Xí nghiệp cần bao nhiêu ngày để bán hết số sản phẩm cần thanh lý?



Lời giải

a) Hàm số: $y = ax + b$.

Dựa vào đồ thị ta có:

* Khi $x = 0$ thì $y = 1410$ nên $b = 1410$

(hoặc nêu đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ 1410 nên $b = 1410$)

* Khi $x = 17$ thì $y = 900$ nên

$$900 = a \cdot 17 + 1410$$

$$\Leftrightarrow a = -30$$

Vậy hàm số: $y = -30x + 1410$

b) Khi bán hết số sản phẩm cần thanh lý thì

$$y = 0 \text{ Nên: } 0 = -30x + 1410 \Leftrightarrow x = 47$$

Vậy xí nghiệp cần 47 ngày để bán hết số sản phẩm cần thanh lý.

Bài 61. Cách đây hơn một thế kỷ, nhà khoa học người Hà Lan Hendrich Lorentz (1853 – 1928) đưa ra công thức tính số cân nặng lí tưởng của con người theo chiều cao như sau:

$$M = T - 100 - \frac{T - 150}{N} \text{ (công thức Lorentz. Trong đó:}$$

M là số cân nặng lí tưởng tính theo kilôgam

T là chiều cao tính theo xăngtimet

$N = 4$ với nam giới và $N = 2$ với nữ giới.

- a) Bạn A (là nam giới) chiều cao là 1,6m. Hỏi cân nặng của bạn nên là bao nhiêu kg để đạt lí tưởng?
 b) Với chiều cao bằng bao nhiêu thì số cân nặng lí tưởng của nam giới và nữ giới bằng nhau?

Lời giải

Cân nặng lí tưởng của bạn A là:

$$M = T - 100 - \frac{T - 150}{N} = 160 - 100 - \frac{160 - 150}{4} = 57,5 \text{ (kg)}$$

Vì số cân nặng bằng nhau nên ta có phương trình:

$$T - 100 - \frac{T - 150}{4} = T - 100 - \frac{T - 150}{2}$$

$$\frac{T - 150}{4} = \frac{T - 150}{2}$$

$$\Rightarrow T = 150 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow M = 50 \text{ (kg)}$$

Vậy với chiều cao bằng 150 cm thì số cân nặng lí tưởng của nam giới và nữ giới bằng nhau (50kg).

Bài 62. Năm ngoái tổng số dân của hai tỉnh A và B là 4 triệu người. Dân số tỉnh A năm nay tăng 1,2% còn tỉnh B tăng 1,1%. Tổng số dân của cả hai tỉnh năm nay là 4045000 người. Tính số dân của mỗi tỉnh năm ngoái và năm nay.

Lời giải

Gọi x (triệu người) là số dân của tỉnh A vào năm ngoái ($x > 0, x < 4$ triệu)

y (triệu người) là số dân của tỉnh B vào năm ngoái ($y > 0, y < 4$ triệu)

Theo đề bài ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ x + 1,2\%x + y + 1,1\%y = 4,045 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ 1,012x + 1,011y = 4,045 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy năm ngoái tỉnh A có 1 triệu người, năm nay có 1012000 người.

Bài 63.

Năm ngoái tỉnh B có 3 triệu người, năm nay có 3033000 người

Theo tài liệu dân số và phát triển của Tổng cục dân số và kế hoạch hóa gia đình thì:

Dựa trên số liệu về dân số, kinh tế, xã hội của 85 nước trên thế giới, người ta xây dựng được hàm nêu lên mối quan hệ giữa tuổi thọ trung bình của phụ nữ (y) và tỷ lệ biết chữ của họ (x) như sau: $y = 47,17 + 0,307x$. Trong đó y là số năm (tuổi thọ), $x(\%)$ là tỷ lệ phần trăm biết chữ của phụ nữ.

a) Theo báo cáo của Bộ Giáo dục và Đào tạo năm học 2015-2016, tỷ lệ biết chữ đã đạt 96,83% trong nhóm phụ nữ Việt Nam tuổi từ 15 đến 60. Hỏi với tỷ lệ biết chữ của phụ nữ Việt Nam như trên thì nhóm này có tuổi thọ bao nhiêu?

b) Nếu muốn tăng tuổi thọ của phụ nữ 85 nước trên lên 77 tuổi thì tỷ lệ biết chữ của họ phải đạt bao nhiêu %

Lời giải

a) Tuổi thọ của nhóm phụ nữ Việt nam có tỷ lệ biết chữ đạt 96,83% là:

$$y = 47,17 + 0,307 \cdot 96,83 = 47,17 + 29,72 = 76,89 \text{ (năm)}$$

b) Tỷ lệ biết chữ của nhóm phụ nữ muốn đạt 77 tuổi thọ là:

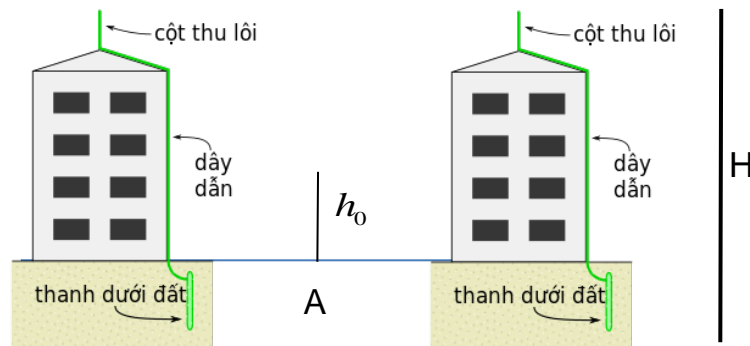
$$77 = 47,17 + 0,307x$$

$$\Leftrightarrow 0,307x = 29,83$$

$$\Leftrightarrow x = 97,17\%$$

Bài 64.

Cột thu lôi hay cột chống sét là một thanh kim loại hoặc vật bằng kim loại được gắn trên đỉnh của một tòa nhà, sử dụng một dây dẫn điện để giao tiếp với mặt đất hoặc "đất" thông qua một điện cực, thiết kế để bảo vệ tòa nhà trong trường hợp sét tấn công. Sét sẽ đánh xuống mục tiêu là công trình xây dựng và sẽ đánh vào cột thu lôi rồi được truyền xuống mặt đất thông qua dây dẫn, thay vì đi qua tòa nhà. Đây là một công cụ rất hữu ích với con người, có thể giúp chúng ta giảm thiểu nguy cơ từ sét. Phạm vi bảo vệ của hệ thu lôi là khoảng không gian quanh hệ thu lôi, bao bọc và bảo vệ về mặt chống sét cho công trình và người ở bên trong, được xác định bằng thực nghiệm. Phạm vi bảo vệ của hệ thu lôi phụ thuộc vào chiều cao của cột thu lôi (cao độ đỉnh kim). Cột thu lôi càng cao thì phạm vi bảo vệ càng lớn.



Hệ gồm 2 cột thu lôi

Khi có 2 cột thu lôi cách nhau một khoảng cách là A , chiều cao của 2 cột thu lôi bằng nhau và bằng H , thì điểm thấp nhất của vùng bảo vệ bởi 2 cột thu lôi này, nằm tại trung điểm khoảng cách 2 cột trên mặt bằng A , có cao độ h_0 được xác định là:

$$h_0 = 4H - \sqrt{0,25A^2 + 9H^2}$$

Cho biết khoảng cách A giữa 2 cột thu lôi là 36m, chiều cao cột thu lôi (tính từ mặt đất đến đỉnh của cột thu lôi) là 16m. Hỏi một người có chiều cao 1,70m đi ở vùng giữa 2 cột thu lôi khi trời đang có sấm sét thì có an toàn không?

Lời giải

Ta có $h_0 = 4.16 - \sqrt{0,25.36^2 + 9.16^2} = 64 - 51,3 = 12,7\text{m} > 1,70\text{m}$

Do đó, người đó vẫn được an toàn khi đi giữa 2 cột thu lôi vào thời điểm có sấm sét.