|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GD&ĐT HẢI LĂNG**  **ĐỀ CHÍNH THỨC VÒNG I** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI VĂN HÓA THCS NĂM HỌC 2023-2024**  **Môn: Toán**  *Thời gian làm bài: 120 phút, không kể thời gian phát đề* |

**Bài 1:** (4 điểm)

1. Cho . Tính giá trị của biểu thức 
2. Cho các số dương *x*, *y* thỏa mãn: 

Tính giá trị của biểu thức 

**Bài 2:** (4 điểm)

1. Tìm 3 số nguyên tố biết rằng một trong ba số đó bằng hiệu các lập phương của hai số kia.
2. Tìm các nghiệm nguyên dương của phương trình: 

**Bài 3:** (4 điểm)

1) Cho a.b.c khác 0 thõa măn 

Chứng minh rằng: 

2) Cho tam giác *ABC* có độ dài ba cạnh là *a*,*b*, *c* , chu vi 2 *p* .

Chứng minh rằng: 

**Bài 4:** (6 điểm)

1) Cho hình vuông *ABCD* . Qua *A* vẽ đường thẳng cắt cạnh *BC* tại *E* và cắt tia *DC*tại *F* . Chứng minh rằng: 

2) Cho tam giác *ABC* vuông tại A (AB>AC), đường cao AH (H thuộc BC). Trên tia *HC* lấy điểm *D* sao cho *HD*  *HA.* Đường vuông góc với *BC* tại *D* cắt *AC* tại *E.* Gọi *M* là trung điểm của *BE* . Chứng minh tam giác *BHM* đồng dạng với tam giác *BEC.* Tính số đo góc *AHM* .

**Bài 5:** (2 điểm)

Cho  Tìm giá trị nhỏ nhất của Q = 

# --------------- Hết ---------------

*(Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay)*

PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HẢI LĂNG

# HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI CHÍNH THỨC MÔN TOÁN VÒNG I

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Câu** | **Ý** | **Hướng dẫn giải** | | **Điểm** | |
| **Bài 1: (4 điểm)** |  | **Bài 1:** (4 điểm)   1. Cho . Tính giá trị của biểu thức 2. Cho các số dương *x*, *y* thỏa mãn:   Tính giá trị của biểu thức | |  | |
| **1** | Ta có: | | 0,5đ  1,5đ | |
| Ta có:    Thay x=2y vào A ta được: | | 1đ  1đ | |
| **Bài 2: (4 điểm)** | **1** | **Bài 2:** (4 điểm)   1. Tìm 3 số nguyên tố biết rằng một trong ba số đó bằng hiệu các lập phương của hai số kia. 2. Tìm các nghiệm nguyên dương của phương trình: | |  | |
| Gọi ba số nguyên tố cần tìm là a, b, c.  Ta có chẳng hạn. Thế thì  Muốn c là số nguyên tố thì a-b=1, điều này chỉ xảy ra khi các số nguyên tố là *a* = 3;*b* = 2 . Suy ra *c* = 27 - 8 = 19  Vậy ba số nguyên tố phải tìm là 2; 3; 19. | | 1đ  1đ | |
| Ta có: | | 1đ  1đ | |
| **Bài 3: (4 điểm)** | **1** | **Bài 3:** (4 điểm)  1) Cho a.b.c khác 0 thõa măn  Chứng minh rằng:  2) Cho tam giác *ABC* có độ dài ba cạnh là *a*,*b*, *c* , chu vi 2 *p* .  Chứng minh rằng: | |  | |
| Ta có: | | 2đ | |
| Áp dụng BĐT Cauchy:  Với  Tương tự:  Nhân từng vế, ta được: | | 1,5đ  0,5đ | |
| **Bài 4:**  (6 điểm) |  | **Bài 4:** (6 điểm)  1) Cho hình vuông *ABCD* . Qua *A* vẽ đường thẳng cắt cạnh *BC* tại *E* và cắt tia *DC*tại *F* . Chứng minh rằng:  2) Cho tam giác *ABC* vuông tại A (AB>AC), đường cao AH (H thuộc BC). Trên tia *HC* lấy điểm *D* sao cho *HD*  *HA.* Đường vuông góc với *BC* tại *D* cắt *AC* tại *E.* Gọi *M* là trung điểm của *BE* . Chứng minh tam giác *BHM* đồng dạng với tam giác *BEC.* Tính số đo góc *AHM* . | |  | |
| Vẽ đường thẳng qua *A* vuông góc với *AF* cắt *DC* tại *G* .  Xét  và có:    Theo hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông *AGF* , ta có:    Do đó: | | 2đ | |
|  |  | Hai tam giác vuông CDE và CAB có góc C chung nên đồng dạng với nhau.    (cùng bù bới hai góc bằng nhau)  Mà  Do đó ABE vuông cân tại A  Tam giác cân ABE có AM là đường trung tuyến nên đồng thời là cao. Áp dụng hệ thức về cạnh và đường cao cho các tam giác vuông ABE và ABC ta có: | | 2đ  2đ | |
| **Bài 5:**  (2 điểm) |  | **Bài 5:** (2 điểm)  Cho  Tìm giá trị nhỏ nhất của Q = | |  | |
| Ta có:    Vậy khi | | 2đ | |
| **Tổng điểm** | | |  | | **20 đ** | |