|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **HUYỆN TRIỆU SƠN** | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP HUYỆN**  **NĂM HỌC 2021-2022**  **Môn : Toán**  **Thời gian: 150 phút (***không kể thời gian giao đề)*  *Ngày thi : 31/12/2021* |

**Câu I. (4,0 điểm)**

1. Cho biểu thức 
2. Rút gọn biểu thức 
3. Chứng minh rằng với mọi thỏa mãn điều kiện xác định
4. Cho ba số thực khác 0 thỏa mãn . Tính giá trị biểu thức 

**Câu II. (4,0 điểm)**

1. Giải phương trình 
2. Tìm cặp số đồng thời thỏa mãn 2 đẳng thức sau đây :



**Câu III. (4,0 điểm)**

1. Tìm các số nguyên và y thỏa mãn 
2. Cho là các số nguyên thỏa mãn Chứng minh rằng chia hết cho 3

**Câu IV. (6,0 điểm)** Cho nửa đường tròn tâm O đường kính . Gọi là dây cung di động trên nửa đường tròn sao cho thuộc cung và . Gọi H là giao điểm của là giao điểm của là giao điểm của 

1. Chứng minh rằng tam giác và tam giác đồng dạng với nhau.
2. Đường thẳng cắt tiếp tuyến tại của (O) ở các tiếp tuyến tại của (O) cắt nhau tại M. Chứng minh 
3. Xác định vị trí trên nửa đường tròn để tứ giác có diện tích lớn nhất

**Câu V. (2,0 điểm)** Cho là các số thực dương thỏa mãn Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**ĐÁP ÁN**

**Câu I. (4,0 điểm)**

1. **Cho biểu thức **
2. **Rút gọn biểu thức **

****

1. **Chứng minh rằng với mọi thỏa mãn điều kiện xác định**

Với mọi ta có : 



1. **Cho ba số thực khác 0 thỏa mãn . Tính giá trị biểu thức **

****

****

**Câu II. (4,0 điểm)**

1. **Giải phương trình **

****

1. **Tìm cặp số đồng thời thỏa mãn 2 đẳng thức sau đây :**

****

Đặt 

Ta có hệ phương trình :





Ta có hệ phương trình : 

Vậy 

**Câu III. (4,0 điểm)**

1. **Tìm các số nguyên và y thỏa mãn **

****

Vì là số nguyên lẻ và nên :



Giải 4 hệ phương trình :



Tìm được 4 nghiệm của phương trình đã cho là :



1. **Cho là các số nguyên thỏa mãn Chứng minh rằng chia hết cho 3**

Ta có : 



Mà 

**Câu IV. (6,0 điểm) Cho nửa đường tròn tâm O đường kính . Gọi là dây cung di động trên nửa đường tròn sao cho thuộc cung và . Gọi H là giao điểm của là giao điểm của là giao điểm của **

****

1. **Chứng minh rằng tam giác và tam giác đồng dạng với nhau.**

Ta có là đường cao mà H là giao điểm nên H là trực tâm tại I

Xét và có : chung



1. **Đường thẳng cắt tiếp tuyến tại của (O) ở các tiếp tuyến tại của (O) cắt nhau tại M. Chứng minh **

Xét và có 

(cùng phụ với 







1. **Xác định vị trí trên nửa đường tròn để tứ giác có diện tích lớn nhất**

Dễ thấy là tam giác đều nên Gọi K là trung điểm 



có 

Dựng lần lượt vuông góc với tai E, F thì là hình thang vuông

Dựng là trung điểm của là đường trung bình hình thang 



Mà mà không đổi

max

Có : 

vuông có . Dấu bằng xảy ra khi 

**Câu V. (2,0 điểm) Cho là các số thực dương thỏa mãn Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức **

Đặt , khi đó bất đẳng thức cần chứng minh trở thành



Để ý đến bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có 

Suy ra . Hoàn toàn tương tựu ta được :



Cũng theo đánh giá như trên



Khi đó ta có 

Do đó ta được bất đẳng thức



Ta cần chứng minh 

Để ý ta phân tích được :



Do đó 

Như vậy bất đẳng thức ban đầu được chứng minh. Dấu bằng xảy ra khi 