

CHỦ ĐỀ 2**ỨNG DỤNG MẶT CẦU TRONG KHÔNG GIAN**

Câu 1. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) một trạm phát sóng điện thoại của nhà mạng Vinaphone được đặt ở vị trí $I(1; -2; -3)$ và được thiết kế bán kính phủ sóng là $5000m$.



a) Sử dụng phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phủ sóng trong không gian.

b) Nhà bạn Minh Hiền và bạn Trúc Linh có vị trí tọa độ lần lượt là $M(1; 2; 0)$ và $N(-3; 1; 0)$. Hỏi Minh Hiền và Trúc Linh dùng điện thoại tại nhà thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm này không?

Lời giải

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phủ sóng trong không gian là:

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 25$$

b)

• Ta có: $IM = \sqrt{(1 - 1)^2 + (2 + 2)^2 + (0 + 3)^2} = 5$

Vì $IM = R = 5$ nên điểm $M(1; 2; 0)$ nằm trên mặt cầu. Vậy bạn Minh Hiền có thể sử dụng dịch vụ của trạm này.

• Ta có: $IN = \sqrt{(-3 - 1)^2 + (1 + 2)^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{34} > 5$

Vì $IN > R$ nên điểm $N(-3; 1; 0)$ nằm ngoài mặt cầu. Vậy bạn Trúc Linh không thể sử dụng dịch vụ của trạm này.

Câu 2. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét) một trạm phát sóng radar của Nga được đặt trên bán đảo Crimea ở vị trí $I(-2; 1; -1)$ và được thiết kế phát hiện máy bay của địch ở khoảng cách tối đa $500km$.



a) Sử dụng phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của radar trong không gian.

b) Hai chiếc máy bay do thám của Mỹ và Anh đang bay ở vị trí có tọa độ lần lượt là $M(-200; 100; -250)$ và $N(350; -100; 300)$. Hỏi radar của Nga có thể phát hiện ra hai chiếc máy bay do thám của Mỹ và Anh không?

Lời giải

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của radar trong không gian là:

$$(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 250000$$

b)

• Ta có: $IM = \sqrt{(-200+2)^2 + (100-1)^2 + (-250+1)^2} \approx 335,6 < 500$

Vì $IM < R$ nên điểm M nằm trong mặt cầu. Vậy chiếc máy bay do thám của Mỹ có thể bị phát hiện bởi trạm radar này.

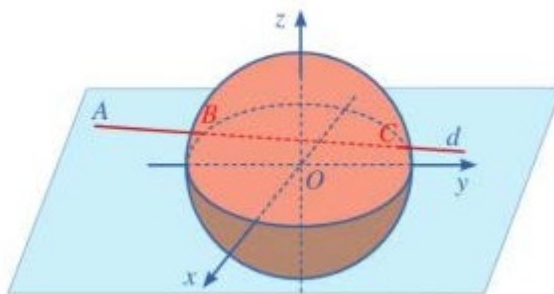
• Ta có: $IN = \sqrt{(350+2)^2 + (-100-1)^2 + (300+1)^2} \approx 474 < 500$

Vì $IN < R$ nên điểm N nằm trong mặt cầu. Vậy chiếc máy bay do thám của Anh có thể bị phát hiện bởi trạm radar này.

Câu 3. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu sân bay Cam Ranh – Khánh Hòa ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa $600km$. Một máy bay của hãng Việt Nam Airlines đang ở vị trí , chuyển động theo đường thẳng d có

phương trình
$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \\ z = 10 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ).



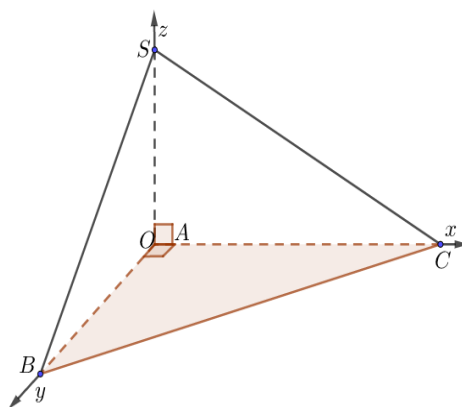
- Sử dụng phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian.
- Xác định tọa độ vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình radar và tọa độ vị trí mà máy bay bay ra khỏi màn hình radar.
- Tính khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay với đài kiểm soát không lưu.

Lời giải

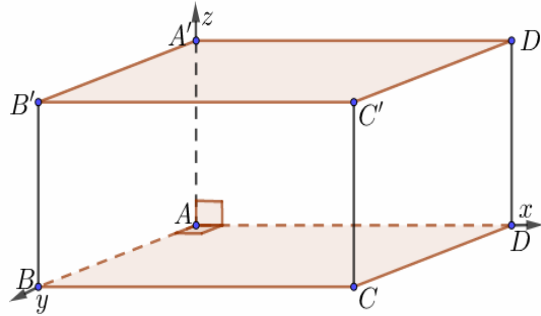
Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $A(0;0;0)$, $D(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $S(0;0;4)$.

- Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.
- Tính góc tạo bởi hai đường thẳng AC' và $B'D$.

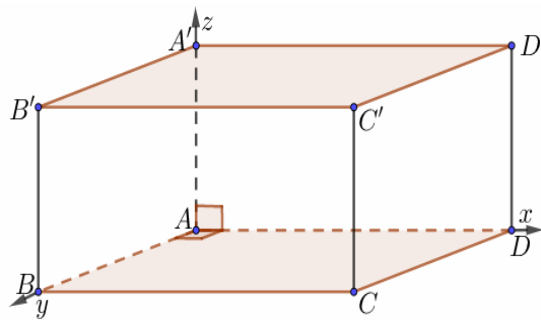
Câu 5. Cho tứ diện $SABC$, có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SA = 5, SB = 2, SC = 4$. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $SABC$.



Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng 1. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.



Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài cạnh bằng $2a$. Chọn hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.



- Viết phương trình mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.
- Tính khoảng cách từ C' đến mặt phẳng $(CB'D')$.
- Tính góc tạo bởi hai đường thẳng AC' và $B'D$.