

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

Môn thi : Toán

Thời gian : 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Ngày thi : 10/6/2020

Câu 1. (4,0 điểm)

a) Cho hai số thực dương phân biệt a, b . Xét hai biểu thức $A = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} + \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$,

$B = \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$. Rút gọn biểu thức A và tính B theo A .

b) Cho phương trình $x^2 - 3(m+1)x + 2m^2 + 7m - 4 = 0$ với m là tham số. Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt sao cho bình phương của một nghiệm bằng ba lần nghiệm còn lại.

Câu 2. (4,0 điểm)

a) Giải phương trình $4x^2 - 2x - 10 - 5\sqrt{2x-1} = 0$.

b) Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} y^3 - 2x^3 + 3x^2y - 3xy^2 = 0 \\ x^2y^2 - 4x^2y - y^2 - 8x + 8y + 4 = 0 \end{cases}$$

Câu 3. (2,5 điểm)

Cho tam giác ABC vuông tại A có $AC = 2AB$, H là chân đường cao vẽ từ A của tam giác ABC , D là trung điểm của HC .

a) Chứng minh tam giác ADH vuông cân.

b) Gọi F là trung điểm AC , dựng hình vuông $ABEF$. Chứng minh tứ giác $ABED$ nội tiếp trong đường tròn và tính diện tích tam giác ADE khi $AB = 2$ cm.

Câu 4. (4,5 điểm)

Cho nửa đường tròn tâm O , đường kính $AB = 2a$, H là điểm nằm trên đoạn thẳng OA sao cho $HA = 2HO$. Đường thẳng vuông góc với AB tại H cắt nửa đường tròn đã cho tại C . Hạ HP vuông góc với AC tại P , HQ vuông góc với BC tại Q .

a) Chứng minh OC vuông góc với PQ .

b) Gọi I là giao điểm của OC và PQ . Tính độ dài đoạn thẳng CI theo a .

c) Lấy điểm M trên tia đối của tia BA (M khác B), đường thẳng MC cắt nửa đường tròn đã cho tại điểm thứ hai là D . Hai đường tròn ngoại tiếp hai tam giác OAC và OBD cắt nhau tại điểm thứ hai là K , gọi E là giao điểm của AD và BC . Chứng minh bốn điểm A, B, E, K cùng nằm trên một đường tròn và KO vuông góc với KE .

Câu 5. (5,0 điểm)

a) Tìm số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau có dạng $n = \overline{\text{COVID}19}$, biết n chia hết cho 7 và số $\overline{\text{COVID}}$ là số chính phương chia hết cho 5.

b) Cho hai số thực dương a, b thỏa mãn $a^2b + ab^2 + ab = a^2 + b^2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $A = \frac{1}{a} \sqrt{1 + \frac{a}{b}} + \frac{1}{b} \sqrt{1 + \frac{b}{a}}$.

----- HẾT -----

(Giám thị không giải thích gì thêm)

Họ và tên thí sinh: Phòng thi: Số báo danh: