

Câu 1: (1.5đ) Tính các giới hạn sau

a) (0.75đ) $A = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - 2}{x - 2}.$

b) (0.75đ) $B = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(x - \sqrt{4x^2 + 1} \right).$

Câu 2: (1.0đ) Tìm số thực a để hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}, & \text{khi } x > 1 \\ ax + 1 & , \text{ khi } x \leq 1 \end{cases}$ liên tục tại điểm $x = 1$.

Câu 3: (3.0đ)

a) (0.75đ) Tính đạo hàm của hàm số $y = 21x^3 - \frac{22}{x} + \tan x.$

b) (0.75đ) Một vật chuyển động theo phương trình $s = 2\cos\left(2t + \frac{\pi}{6}\right)$, trong đó t tính bằng giây (s), và s tính bằng mét (m). Tìm vận tốc của vật tại thời điểm $t = \frac{\pi}{6}$ (s).

c) (0.75đ) Cho hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 3}}{x}$ với $x \neq 0$. Giải phương trình $y' = 0$.

d) (0.75đ) Cho hàm số $y = f(x) = x^4 + 2x^2 - 1$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: y = 8x + 1$.

Câu 4: (2.5đ) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có $AB = a, AD = a\sqrt{3}$ và cạnh bên $SA = a$. Hai mặt phẳng $(SAB), (SAD)$ cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

a) (0.75đ) Chứng minh $SA \perp (ABCD)$ và $(SCD) \perp (SAD)$.

b) (0.75đ) Tính góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.

c) (1đ) Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) và khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) .

Câu 5: (1.0đ) Cho hàm số $f(x) = \sin^{21} x - (m+1)\sin x + \frac{m}{\pi}x^2 + 2022$, với m là tham số thực.

a) (0.5đ) Tìm m để $f'(\pi) = 0$.

b) (0.5đ) Chứng minh rằng phương trình $f'(x) = 0$ luôn có nghiệm với mọi m .

Câu 6: (1.0đ) Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bên bằng 2, cạnh đáy bằng x ($x > 0$). Cho biết góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng 30° .

a) (0.5đ) Tìm x .

b) (0.5đ) Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BE)$, với E là điểm nằm trên cạnh DD' sao cho $ED' = 2ED$.

---HẾT---