|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****TỈNH ĐIỆN BIỂN** **ĐỀ CHÍNH THỨC****(Đề có 01 trang)** | **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 CẤP THPT****NĂM HỌC 2023 – 2024** **Môn: Toán (chung)****Ngày thi: 02/6/2023*****Thời gian làm bài: 90 phút không kể thời gian phát đề*** |

**ĐỀ BÀI**

**Câu 1. *(2,5 điểm)***

**1. Tính giá trị của biểu thức M =** $\sqrt{81}$ **+** $2\sqrt{9}$ **–** $\sqrt{25} $

**2. Giải phương trình: x2 + 6 = 0.**

**3. Giải hệ phương trình:** $\left\{\begin{array}{c}5x-2y=8\\x+2y=4 \end{array}\right.$

**Câu 2. *(1,5 điểm)***

**Cho biểu thức: A =** $\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$ **và B =** $\frac{3}{\sqrt{x}-2}$ **–** $\frac{\sqrt{x}+10}{x-4}$ **(với x ≥ 0; x** $\ne $ **4)**

**a) Rút gọn biểu thức B.**

**b) Cho biểu thức P = A.B . Tìm các giá trị nguyên của x để P ≤ –1.**

**Câu 3. *(2,0 điểm)***

**1. Một ô tô và một xe máy khởi hành cùng một lúc để đi từ A đến B với vận tốc mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB. Biết quãng đường AB dài 240 km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 20 km/h nên ô tô đến B sớm hơn xe máy 2 giờ. Tính vận tốc mỗi xe.**

**2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho Parabol (P): y = x2 và đường thẳng (d): y = −2x + m (với m là tham số). Tìm giá trị của tham số m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt A(x1;y1)và B(x2;y2) thoả mãn: y1 + y2 + 3x1x2 = 1.**

**Câu 4. *(3,0 điểm)***

**Cho đường tròn đường kính AB. Kẻ Ax là tiếp tuyến của đường tròn tâm O. Trên tia Ax lấy điểm C (C = 4), CB cắt đường tròn tại điểm D. Gọi I là giao điểm của OC và AD.Kẻ AH vuông góc với OC tại điểm H, AH cắt BC tại điểm M.**

**a) Chứng minh tứ giác DMHI nội tiếp đường tròn.**

**b) Chứng minh OH.OC = R2 và** $∆$**OHB đồng dạng với** $∆$**OBC.**

**c) Chứng minh** $\frac{MD}{MB}$ **=** $\frac{HD}{HB}$

**Câu 5. *(1,0 điểm)***

**1. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên a thì biểu thức:**

**A =** $\frac{a^{5}}{120}$ **+** $\frac{a^{4}}{12}$ **+** $\frac{7a^{3}}{24}$ **+** $\frac{5a^{2}}{12}$ **+** $\frac{a}{5}$ **cũng là một số tự nhiên.**

**2. Cho a, b, c > 0 và a + b + c = 3. Chứng minh rằng:** $\frac{a}{b^{3}+ab}$ **+** $\frac{b}{c^{3}+bc}$ **+** $\frac{c}{a^{3}+ca}$ **≥** $\frac{3}{2}$

**⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃ Hết ⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃⁃**

**LỜI GIẢI**

**Câu 1. (2.5 điểm)**

**1.**

Ta có:

**M =** $\sqrt{81}$ **+** $2\sqrt{9}$ **–** $\sqrt{25} $

= $\sqrt{9^{2}}$ **+** $2\sqrt{3^{2}}$ **–** $\sqrt{5^{2}} $

= 9 + 2.3 – 5

= 9 + 6 – 5

= 15 – 5 = 10

Vậy M = 10.

**2.**

**Cách 1:**

Ta có: $∆$ = 72 – 4.1.6 = 49 – 24 = 25 > 0

Suy ra phương trình có 2 nghiệm phân biệt là: x1 = $\frac{7+\sqrt{25}}{2.1}$ **=** $\frac{7-5}{2}$= 1

Vậy tập nghiệm của phương trình là: S ={1;6}.

**Cách 2:**

Ta có a + b + c = 1 + (–7) + 6 = 0 nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{c}x\_{1}=1 \\x\_{2}=\frac{c}{a}=6\end{array}\right.$

Vậy tập nghiệm của phương trình là: S = {1;6}.

**3.**

$\left\{\begin{array}{c}5x-2y=8\\x+2y=4 \end{array}\right.$ **⇔** $\left\{\begin{array}{c}6x=12 \\2y=4-x \end{array}\right.$**⇔** $\left\{\begin{array}{c}x=2 \\y=1 \end{array}\right..$

Vậy phương trình có 2 nghiệm phân biệt là: (x;y) = (2;1).

**Câu 2. (1.5 điểm)**

**a)**

Với **với x ≥ 0; x** $\ne $ **4** ta có:

**B =** $\frac{3}{\sqrt{x}-2}$ **–** $\frac{\sqrt{x}+10}{x-4}$

B = $\frac{3\sqrt{x}+6}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}\mp 2)}$ **–** $\frac{\sqrt{x}+10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}\mp 2)}$

B = $\frac{3\sqrt{x}+6-\sqrt{x}-10}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}\mp 2)}$

B = $\frac{2}{\sqrt{x}+2}$

**b)**

Ta có: P = A.B = $\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-2}$. $\frac{2}{\sqrt{x}+2}$ = $\frac{2}{\sqrt{x}-2}$ (**x ≥ 0; x** $\ne $ **4)**

Để P ≤ –1 thì $\frac{2}{\sqrt{x}-2}$ ≤ –1

⇔ $\frac{2}{\sqrt{x}-2}$ ≤ –1

⇔ $\frac{2}{\sqrt{x}-2}$ + $\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2}$≤ 0

⇔ $\frac{2+\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-2}$≤ 0

⇔ $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$≤ 0

Vì $\sqrt{x}$≥ 0 $∀$**x ≥ 0; x** $\ne $ **4 nên để** $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-2}$≤ 0 **thì** $\sqrt{x}-2$< 0 ⇔ $\sqrt{x} $< 2 ⇔ x < 4

Kết hợp điều kiện ⇒ 0 ≤ x < 4. Mà x ∈ $Z$ ⇒ x ∈{0;1;2;3}.

Vậy để P ≤ −1 thì x ∈{0;1;2;3}

**Câu 3. (2.0 điểm)**

**1.**

Gọi vận tốc xe máy là x (km / h) (ĐK: x > 0).

Vì vận tốc ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 20 km/h nên vận tốc ô tô là x + 20 (km/h)

Thời gian xe máy đi hết quãng đường AB là $\frac{240}{x}$ (h)

Thời gian ô tô đi hết quãng đường AB là $\frac{240}{x+20}$ (h)

Do ô tô đến B sớm hơn xe máy 2 giờ nên ta có phương

$\frac{240}{x}$ – $\frac{240}{x+10}$ = 2

⇔ $\frac{240\left(x+10\right)-240x}{x(x+10)}$ = $\frac{2\left(x+10\right)}{x(x+10)}$

⇔ 240(x + 10) – 240x = 2x(x + 10)

⇔ 2400 = 2x2 + 20x

⇔ 2x2 + 20x – 2400 = 0

⇔ x² + 10x – 2400 = 0

Ta có $∆$'= 52 –(–1200) = 1225 > 0 nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{c}x\_{1}=-5+\sqrt{1225}=30 \left(tm\right) \\x\_{1}=-5-\sqrt{1225}=-40 \left(ktm\right)\end{array}\right.$

Vậy vận tốc xe máy là 40 km/h và vận tốc ô tô là 50km/h.

**2.**

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P)

x2 = –2x + mx² + 2x – m = 0 (1)

Để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt thì phương trình (1) phải có 2 nghiệm phân biệt

$∆$'= 12 –1.(–m) = m + 1 > 0 ⇔ m > –1

Vậy với m > −1 thì (d) m > –1. (P) tại 2 điểm phân biệt A(x1;y1),B(x2,y2) với x1,x2 là nghiệm của (1) và y1 = $x\_{1}^{2}$ ; y2 = $x\_{2}^{2}$

Khi đó áp dụng định lí Vi-et ta có $\left\{\begin{array}{c}x\_{1}+x\_{2}=-2 \\x\_{1}x\_{2}=-m \end{array}\right.$

Để y1 + y2 + 3x1x2 = 1

⇒ $x\_{1}^{2}$ + $x\_{2}^{2}$ + 3x1x2 = 1

⇔ (x1 + x2)2 + 3x1x2 = 1

⇔ (–2)2 + 3(–m) = 1

⇔ 4 – 3m = 1

⇔ m =1

Vậy m = 1.

**Câu 4: (3,0 điểm)**

****

**a)**

Ta có: $∠$ADB = 90° (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

AH $⊥ $OC tại H ⇒ $∠$IHM = 90°.

Xét tứ giác DMHI có: $∠$IDM + $∠$IHM = 90° + 90° = 180°.

=> DMHI là tứ giác nội tiếp (tứ giác có tổng hai góc đối diện bằng 180°).

**b)**

Ta có: $∠$BAC = 90° (do Ax là tiếp tuyến của (O)) ⇒ $∆$ABC vuông tại A.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác ABC vuông tại H, đường cao AH ta có:

OH.OC = OA2 = R2 (đpcm)

Mặt khác OB = R ⇒ OH.OC = OB2 ⇒ $\frac{OH}{OB}$ = $\frac{OB}{OC}$

Xét $∆$OHB và $∆$OBC có:

$∠$BOC chung

$\frac{OH}{OB}$ = $\frac{OB}{OC}$ (cmt)

⇒ $∆$OHB ~ $∆$OBC (c.g.c) (đpcm).

**c)**

Vì DMHI là tứ giác nội tiếp (theo câu a) nên $∠$M1 = $∠$H1 (hai góc nội tiếp cùng chắn cung DI).

Xét tứ giác AHDC có: $∠$AHC = $∠$ADC = 90°, mà hai đỉnh H, D kề nhau cùng nhìn AC dưới các nhau nên AHDC là tứ giác nội tiếp (dhnb).

⇒ $∠$H1 = $∠$A1 (hai góc nội tiếp cùng chắn cung CD).

Mặt khác: $∠$A1 = $∠$ABD (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn cung AD)

$∠$M1 = $∠$ABD

Mà 2 góc này ở vị trí hai góc đồng vị bằng nhau nên MI // AB (dhnb).

⇒ $∠$M2 = $∠$ABD (hai góc so le trong bằng nhau).

Mà $∠$M2 = $∠$D2 (hai góc nội tiếp cùng chắn cung HI)

$∠$D₂ = $∠$HAB (1).

Ta có: $∆$OHB ~ $∆$OBC (cmt) ⇒ $∠$B1 = $∠$C1 (hai góc tương ứng).

Mà $∠$C1 = $∠$A2 (hai góc nội tiếp cùng chắn cung DH)

$∠$B1 = $∠$A2 (2)

Xét $∆$AHB và $∆$DHA có:

$∠$B1 = $∠$A2 (theo (2)).

$∠$HAB = $∠$D₂ (theo (1))

⇒ $∆$AHB ~ $∆$DHA (g.g)

⇒ $∠$AHB = $∠$AHD (2 góc tương ứng)

⇒ 180° – $∠$AHB = 180° – $∠$AHD

⇒ $∠$BHM = $∠$DHM

⇒ HM là phân giác của góc BHD.

Áp dụng tính chất đường phân giác ta có: $\frac{MD}{MB}$ = $\frac{HD}{HB}$ (đpcm).

**Câu 5. (1.0 điểm)**

**1.**

**A =** $\frac{a^{5}}{120}$ **+** $\frac{a^{4}}{12}$ **+** $\frac{7a^{3}}{24}$ **+** $\frac{5a^{2}}{12}$ **+** $\frac{a}{5}$

**=** $\frac{a}{120}$**(a4 + 10a3 + 35a2 + 50a + 24)**

= $\frac{a}{120}$**(a4 + 3a3 + 2a2 + 7a3 + 21a2 + 14a + 12a2 + 36a + 24)**

= $\frac{a}{120}$**(a2 (a2 + 3a + 2) + 7a(a2 + 3a + 2) + 12(a2 + 3a + 2))**

= $\frac{a}{120}$**(a2 + 3a + 2) (a2 + 7a + 12)**

= $\frac{a}{120}$**(a2 + a + 2a + 2) (a2 + 3a + 4a + 12)**

= $\frac{a}{120}$**[a(a + 1) + 2(a + 1)].** [a**(a + 3) + 4(a + 3)]**

= $\frac{a}{120}$ **a(a + 1)(a + 2)(a + 3)(a + 4)**

Xét M = a(a + 1)(a + 2)(a + 3)(a + 4)

Với mọi a ∈ $N$ ta có:

+ M chứa tích của 3 số tự nhiên liên tiếp nên M$\vdots $3

+ M là tích của 5 số tự nhiên liên tiếp nên M$\vdots $5

+ Trong tích có ít nhất 2 số tự nhiên chẵn liên tiếp, nên M$\vdots $8

Vì (3,5,8) = 1 và 3.5.8 = 120 nên M$\vdots $120.

Vậy A là số tự nhiên với mọi a ∈ $N$.

**2.**

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có: $\frac{a}{b^{3}+ab}$ **+** $\frac{b}{c^{3}+bc}$ **+** $\frac{c}{a^{3}+ca}$ **≥** $\frac{3}{2}$

a + b2 ≥ 2$\sqrt{ab^{2}}$ = 2b$\sqrt{a}$

$\frac{2}{\sqrt{a}}$ = 2.$\frac{1}{\sqrt{a}}$ ≤ $\left(\frac{1}{a}+1\right)$ ⇒ $\frac{1}{2\sqrt{a}}$ ≤ $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a}+1\right)$

Ta có: $\frac{a}{b^{3}+ab}$ **=** $\frac{a+b^{2}-b^{2}}{b(a+b^{2})}$ **=** $\frac{1}{b}$ **–** $\frac{b}{a+b^{2}}$ **≥** $\frac{1}{b}$ **–** $\frac{1}{2b\sqrt{a}}$ **=** $\frac{1}{b}$ **–** $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a}+1\right)$

Tương tự ta có: $\frac{b}{c^{3}+bc}$ **≥** $\frac{1}{c}$ **–** $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{b}+1\right)$; $\frac{c}{a^{3}+ca} $**≥** $\frac{1}{a}$ **–** $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{c}+1\right)$

Suy ra: $\frac{a}{b^{3}+ab}$ **+** $\frac{b}{c^{3}+bc}$ **+** $\frac{c}{a^{3}+ca}$ **≥** $\frac{1}{b}$ **–** $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a}+1\right)$ + $\frac{1}{c}$ **–** $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{b}+1\right)$ + $\frac{1}{a}$ **–** $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{c}+1\right)$

⇒ $\frac{a}{b^{3}+ab}$ **+** $\frac{b}{c^{3}+bc}$ **+** $\frac{c}{a^{3}+ca}$ **≥** $\frac{3}{4}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)-\frac{3}{4}$

⇒ $\frac{a}{b^{3}+ab}$ **+** $\frac{b}{c^{3}+bc}$ **+** $\frac{c}{a^{3}+ca}$ **≥** $\frac{3}{4}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}-1\right)$

⇒ $\frac{a}{b^{3}+ab}$ **+** $\frac{b}{c^{3}+bc}$ **+** $\frac{c}{a^{3}+ca}$ **≥** $\frac{3}{4}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+a+b+c-4\right)$

⇒ $\frac{a}{b^{3}+ab}$ **+** $\frac{b}{c^{3}+bc}$ **+** $\frac{c}{a^{3}+ca}$ **≥** $\frac{3}{4}\left(\left(\frac{1}{a}+a\right)+\left(\frac{1}{b}+b\right)+\left(\frac{1}{c}+c\right)-4\right)$ **≥** $\frac{3}{4}$**(2 + 2 + 2 – 4) =** $\frac{3}{4}$**.2 =** $\frac{3}{2}$ **(dpcm)**

**⁃⁃⁃⁃⁃HẾT⁃⁃⁃⁃⁃**