

Chuyên ®Ò:

Ph- \rightarrow ng ph, \rightarrow p gi¶i ph- \rightarrow ng tr×nh vµ hÖ ph- \rightarrow ng tr×nh kh«ng mÉu mùc

A/ §Æt vÊn ®Ò:

Trong qu, \rightarrow tr×nh hãc To, \rightarrow n, c, \rightarrow c em hãc sinh cã thÓ gÆp c, \rightarrow c bµi to, \rightarrow n mµ ®Çu ®Ò cã vớ l¹, kh«ng b×nh thêng, nh÷ng bµi to, \rightarrow n kh«ng thÓ gi¶i trùc tiÕp b»ng c, \rightarrow c quy t^{3/4}c, c, \rightarrow c ph- \rightarrow ng ph, \rightarrow p quen thuéc. Nh÷ng bµi to, \rightarrow n nh vÿy thêng ®íc gãi lµ “kh«ng mÉu mùc”, cã t, \rightarrow c ðông kh«ng nhá trong viÖc rìn luyÖn t duy To, \rightarrow n hãc vµ thêng lµ sù thõ th, \rightarrow ch ®èi vớ hãc sinh trong c, \rightarrow c kú thi HSG, thi vµo cÊp 3, c, \rightarrow c líp chuyªn to, \rightarrow n, ... Tuy nhiªn quen thuéc hay “kh«ng mÉu mùc”, phô thuéc vµo tr×nh ®é cãa ngêi gi¶i To, \rightarrow n. T«i xin ®a ra mét sè ph- \rightarrow ng ph, \rightarrow p gi¶i mét sè ph- \rightarrow ng tr×nh vµ hÖ ph- \rightarrow ng tr×nh “kh«ng mÉu mùc”, vớ ph- \rightarrow ng ph, \rightarrow p nµy t«i ®ó gióp ®i c, \rightarrow c em hãc sinh luyÖn tËp vµ lµm quen vớ ph- \rightarrow ng tr×nh vµ hÖ ph- \rightarrow ng tr×nh “kh«ng mÉu mùc” ®ó tã ®ã biÕt c, \rightarrow ch t duy suy nghÛ tríc nh÷ng ph- \rightarrow ng tr×nh vµ hÖ ph- \rightarrow ng tr×nh “kh«ng mÉu mùc” kh, \rightarrow c.

B. Gi¶i quyÕt vÊn ®Ò

I. PhÇn I: Ph- \rightarrow ng tr×nh.

1. Ph- \rightarrow ng tr×nh mét Èn:

Vớ ph- \rightarrow ng tr×nh mét Èn cã 4 ph- \rightarrow ng ph, \rightarrow p thêng vÿn ðông lµ: §a vÒ ph- \rightarrow ng tr×nh tÝch, \rightarrow p ðông c, \rightarrow c bÊt ®¼ng thøc chøng minh nghiÖm duy nhÊt vµ ®a vÒ hÖ ph- \rightarrow ng tr×nh.

a. Ph- \rightarrow ng ph, \rightarrow p ®a vÒ ph- \rightarrow ng tr×nh tÝch.

* C, \rightarrow c bíc:

- T×m tËp x, \rightarrow c ®Pnh cãa ph- \rightarrow ng tr×nh.

- ðĩng c, \rightarrow c phÐp biÕn ®æi ®i sè, ®a ph- \rightarrow ng tr×nh vÒ ðĩng $f(x).g(x)....h(x) = 0$ (gãi lµ ph- \rightarrow ng tr×nh tÝch). Tã ®ã suy ra $f(x) = 0$; $g(x) = 0$; ... $h(x) = 0$ lµ nh÷ng ph- \rightarrow ng tr×nh quen thuéc. NghiÖm cãa ph- \rightarrow ng tr×nh lµ tËp hîp c, \rightarrow c nghiÖm cãa c, \rightarrow c ph- \rightarrow ng tr×nh $f(x) = 0$, $g(x) = 0$, ... $h(x) = 0$ thuéc tËp x, \rightarrow c ®Pnh.

- §«i khi đĩng Òn phô thay thÕ cho mét biÓu thøc chøa ©n ®a ph-õng tr×nh vÒ d-õng tÝch (vii Òn phô). Gi¶i ph-õng tr×nh vii Òn phô, tã ®ã t×m nghiÖm cña ph-õng tr×nh ® cho.

- Đĩng c, ch nhãm sè h-õng, hoÆc t, ch c, c sè h-õng... ®
®a ph-õng tr×nh vÒ d-õng quen thuéc mµ ta ® biÕt c, ch gi¶i

***VÝ dõ , p dõng:**

VÝ dõ 1: Gi¶i ph-õng tr×nh:

$$\sqrt{x^2 + 10x + 21} = 3\sqrt{x+3} + 2\sqrt{x+7} - 6$$

$$\text{§K: } x \geq -3.$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2 + 10x + 21} &= 3\sqrt{x+3} + 2\sqrt{x+7} - 6 \\ \Leftrightarrow \sqrt{(x+3)(x+7)} - 3\sqrt{x+3} - 2\sqrt{x+7} + 6 &= 0 \\ \Leftrightarrow \sqrt{x+3}(\sqrt{x+7} - 3) - 2(\sqrt{x+7} - 3) &= 0 \\ \Leftrightarrow (\sqrt{x+7} - 3)(\sqrt{x+3} - 2) &= 0 \end{aligned}$$

V× 2 vÕ ®Òu d-õng nãn ta cã:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+7=9 \\ x+3=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2(TM) \\ x=1(TM) \end{cases}$$

Vÿ tÿp hõp nghiÖm cña ph-õng tr×nh lµ $S = \{1; 2\}$.

VÝ dõ 2: Gi¶i ph-õng tr×nh:

$$3^{x+1} + 2x \cdot 3^x - 18x - 27 = 0$$

$$\text{TX§: } x \in \mathbb{R}.$$

Gi¶i

$$3^{x+1} + 2x \cdot 3^x - 18x - 27 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3^x(3 + 2x) - 9(2x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow (2x + 3)(3^x - 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 3 = 0 \\ 3^x - 9 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ x = 2 \end{cases}$$

Vÿ tÿp nghiÖm cña ph-õng tr×nh lµ $S = \left\{-\frac{3}{2}; 2\right\}$

VÝ dõ 3: Gi¶i ph-õng tr×nh:

$$(x^2 - 4x + 2)^3 = (x^2 - x - 1)^3 - (3x - 2)^3; \quad \text{TXS:}$$

R.

phương trình đồng dạng ©^{1/4} công thức $(a - b)^3 - (a^3 - b^3) = -3ab(a - b)$

$$\begin{aligned} (x^2 - 4x + 1)^3 &= (x^2 - x - 1)^3 - (3x - 2)^3 \\ [(x^2 - x - 1) - (3x - 2)]^3 - [(x^2 - x - 1)^3 - (3x - 2)^3] &= 0 \\ \Leftrightarrow -3(x^2 - x - 1)(3x - 2)(x^2 - 4x + 1) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 1 = 0 \\ 3x - 2 = 0 \\ x^2 - 4x + 1 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Giải (1): $x^2 - x - 1 = 0$
 $\Delta = 1 + 4 = 5 > 0$, Pt cả 2 nghiệm
 $x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}; x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$

Giải (2):
 $3x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$.

Giải (3):
 $x^2 - 4x + 1 = 0$
 $\Delta' = 4 - 1 = 3 > 0$, Pt cả 2 nghiệm
 $x_1 = 2 + \sqrt{3}; x_2 = 2 - \sqrt{3}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là:

$$S = \left\{ \frac{1 + \sqrt{5}}{2}; \frac{1 - \sqrt{5}}{2}; \frac{2}{3}; 2 + \sqrt{3}; 2 - \sqrt{3} \right\}$$

VÍ DỤ 4: Giải phương trình:

$$(x - 2)(x - 4)(x + 6)(x + 8) = -36 \quad \text{TXS: R}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow [(x - 2)(x + 6)][(x - 4)(x + 8)] &= -36 \\ \Leftrightarrow (x^2 + 4x - 12)(x^2 + 4x - 32) &= -36(*) \end{aligned}$$

Đặt $y = x^2 + 4x - 12 \Rightarrow x^2 + 4x - 32 = y - 20$

Phương trình (*) trở thành:

$$\begin{aligned} y(y - 20) &= -36 \\ \Leftrightarrow y^2 - 20y + 36 &= 0 \\ \Leftrightarrow (y - 18)(y - 2) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} y - 18 = 0 \Rightarrow y = 18 \\ y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

Giải (1) ta có:

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 30 = 0$$

Ph-nh tr-xnh cũ 2 nghi-Öm ph-Ön bi-Öt:

$$x_1 = -2 + \sqrt{34};$$

$$x_2 = -2 - \sqrt{34}$$

Gi-¶i (2) ta cũ:

$$x^2 + 4x - 12 = 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 14 = 0$$

$$\Delta' = 4 + 14 = 18 > 0$$

Ph-nh tr-xnh cũ 2 nghi-Öm ph-Ön bi-Öt:

$$x_1 = -2 + \sqrt{18} = -2 + 3\sqrt{2}$$

$$x_2 = -2 - \sqrt{18} = -2 - 3\sqrt{2}$$

V-Ëy t-Ëp nghi-Öm cũa ph-nh tr-xnh l-m:

$$S = \{\sqrt{34} - 2; -\sqrt{34} - 2; 3\sqrt{2} - 2; -3\sqrt{2} - 2\}$$

VÝ d-Ö 5: Gi-¶i ph-nh tr-xnh:

$$(x + 2)^4 + x^4 = 82$$

$$\S\text{Æt } y = x + 1$$

$$(x + 2)^4 + x^4 = 82$$

$$\Leftrightarrow (y + 1)^4 + (y - 1)^4 = 82$$

$$\Leftrightarrow y^4 + 6y^2 - 40 = 0$$

$$\S\text{Æt } y^2 = t \geq 0$$

$$\Rightarrow t^2 + 6t - 40 = 0$$

$$\Delta' = 9 + 40 = 49 > 0, \text{ Pt cũ 2 nghi-Öm ph-Ön}$$

bi-Öt.

$$t_1 = -3 + 7 = 4;$$

$$t_2 = -3 - 7 = -10 \text{ (lo}^1\text{i)}$$

$$\Rightarrow y^2 = 4, \Rightarrow y = \pm 2.$$

$$\text{Vii } y = 2 \Leftrightarrow x + 1 = 2 \Leftrightarrow x = 1.$$

$$\text{Vii } y = -2 \Leftrightarrow x + 1 = -2 \Leftrightarrow x = -3.$$

V-Ëy t-Ëp nghi-Öm cũa ph-nh tr-xnh l-m: $S = \{1; -3\}$.

Ch-Á y: Ph-nh tr-xnh d'ng $(x + a)^4 + (x + b)^4 = c$ (a, b, c

l-m h»ng s-è) ®Æt Ën ph-Ö $y = x + \frac{a+b}{2}$, th-x ph-nh tr-xnh ®a

®ic v-Ö d'ng $dy^4 + ey^2 + g = 0$ (d, e, g l-m h»ng s-è).

VÝ DÔ 6: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH

$$\frac{1}{x^2 + 9x + 20} + \frac{1}{x^2 + 11x + 30} + \frac{1}{x^2 + 13x + 42} = \frac{1}{18}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(x+4)(x+5)} + \frac{1}{(x+5)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+7)} = \frac{1}{18}$$

§K: $x \neq -4$; $x \neq -5$; $x \neq -6$; $x \neq -7$.

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(x+4)} - \frac{1}{(x+5)} + \frac{1}{(x+5)} - \frac{1}{x+6} + \frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+7} = \frac{1}{18}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(x+4)} - \frac{1}{x+7} = \frac{1}{18}$$

$$\Rightarrow 18(x+7) - 18(x+4) = (x+4)(x+7)$$

Thỏa mãn điều kiện.

Vậy tập nghiệm của phương trình $S = \{-13; 2\}$.

b. Phương pháp p, p đồng bất đẳng thức.

***C, c bất:**

- Bất đẳng thức phương trình vô dạng $f(x) = g(x)$ mà $f(x) \geq a$; $g(x) \leq a$ (a là hằng số).

- Nghiệm của phương trình là c, c gì, tập thỏa mãn đẳng thức $f(x)=a$ và $g(x)=a$.

- Bất đẳng thức phương trình vô dạng $h(x)=m$ (m là hằng số), mà ta luôn cả $h(x) \geq m$ hoặc $h(x) \leq m$ thì nghiệm của phương trình là c, c gì, tập của x tìm cho đều bất đẳng thức xảy ra.

- p đồng c, c bất đẳng thức C«si, Bunhiac«pxki...

***VÝ DÔ p đồng:**

VÝ DÔ 1: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH:

$$\sqrt{3x^2 + 6x + 7} + \sqrt{5x^2 + 10x + 14} = 4 - 2x - x^2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3(x+1)^2 + 4} + \sqrt{5(x+1)^2 + 9} = 5 - (x+1)^2 : x \in \mathbb{R}$$

Mμ: $\sqrt{3(x+1)^2 + 4} + \sqrt{5(x+1)^2 + 9} \geq \sqrt{4} + \sqrt{9} = 5$

$5 - (x+1)^2 \leq 5$

Nên ta có: $(x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$.

Vậy nghiệm của phương trình là $x = -1$.

VÝ DÔ 2: Giải phương trình:

$$\sqrt{x^2 - 6x + 11} + \sqrt{x^2 - 6x + 13} + \sqrt[4]{x^2 - 4x + 5} = 3 + \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2 + 2} + \sqrt{(x-3)^2 + 4} + \sqrt[4]{(x-2)^2 + 1} = 3 + \sqrt{2}$$

$$\text{Mặt: } \sqrt{(x-3)^2 + 2} + \sqrt{(x-3)^2 + 4} + \sqrt[4]{(x-2)^2 + 1} \geq \sqrt{2} + \sqrt{4} + \sqrt{1} = 3 + \sqrt{2}$$

$$\text{Nên dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)^2 = 0 \\ x-2 = 0 \end{cases}$$

Siêu này không thể xảy ra. Vậy phương trình vô nghiệm.

VÝ DÔ 3: Giải phương trình:

$$x^2 - 3x + 3,5 = \sqrt{(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 4x + 5)}$$

Ta có:

$$x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1 > 0$$

$$x^2 - 4x + 5 = (x-2)^2 + 1 > 0$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương

$(x^2 - 2x + 2); (x^2 - 4x + 5)$ ta có:

$$\frac{(x^2 - 2x + 2) + (x^2 - 4x + 5)}{2} \geq \sqrt{(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 4x + 5)}$$

$$\text{Vậy } x^2 - 3x + 3,5 \geq \sqrt{(x^2 - 2x + 2)(x^2 - 4x + 5)}$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi:

$$(x^2 - 2x + 2) = (x^2 - 4x + 5)$$

$$\Leftrightarrow 2x = 3$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = \frac{3}{2}$.

VÝ DÔ 4: Giải phương trình:

$$13 \left[(x^2 - 3x + 6)^2 + (x^2 - 2x + 7)^2 \right] = (5x^2 - 12x + 33)^2$$

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki cho 4 số :

$$(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2$$

Dễ dàng xảy ra khi và chỉ khi: $a.d=b.c$
 Víi $a=2$; $b=3$; $c=x^2-3x+6$; $d= x^2-2x+7$ ta cã:

$$(2^2 + 3^2) \left[(x^2 - 3x + 6)^2 + (x^2 - 2x + 7)^2 \right] \geq \left[2(x^2 - 3x + 6) + 3(x^2 - 2x + 7) \right]^2$$

$$13 \left[(x^2 - 3x + 6)^2 + (x^2 - 2x + 7)^2 \right] \geq (5x^2 - 12x + 33)^2$$

Dễ dàng xảy ra khi và chỉ khi:

$$3(x^2 - 3x + 6) = 2(x^2 - 2x + 7)$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 9x + 18 = 2x^2 - 4x + 14$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$a + b + c = 1 - 5 + 4 = 0$$

Phân tích căn 2 nghiệm: $x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a} = 4$

Vậy nghiệm của phương trình là $x_1 = 1; x_2 = 4$

c. Phương pháp chứng minh nghiệm duy nhất.

***Cách bic giải:**

Để xét sự phân bố nghiệm ta cần thỏa mãn điều kiện nghiệm của chúng rồi sau đó kiểm tra các chứng minh rằng nghiệm nghiệm này ra chúng không còn nghiệm nào khác $n \neq a$.

***Ví dụ 1, p đông:**

Ví dụ 1: Giải phương trình:

$$2^{x^2+3} + 3^x = 9 \quad (1)$$

Giải:

+) $x=0$ là nghiệm của phương trình (1)

+) Nếu $x \neq 0$ ta cã: $x^2 \geq 0$

$$\Rightarrow 2^{x^2+3} + 3^x > 2^{0+3} + 3^0 = 9$$

Do đó $x \neq 0$ không thỏa mãn nghiệm của phương trình (1).

Vậy nghiệm của phương trình (1) là $x = 0$.

Ví dụ 2: Giải phương trình:

$$x^x = 10^{x-x^2} \quad (2); \text{ Víi } x > 0.$$

Giải:

+Ta nhận thấy $x=1$ là nghiệm của phương trình (2).

+Víi $x > 1$ ta cã : $x^x > 1^x = 1$

$$x^2 > x \Leftrightarrow x - x^2 < 0 \text{ do } \textcircled{a} \begin{cases} 10^{x-x^2} < 10^0 = 1 \\ \Rightarrow 10^{x-x^2} < x^x \end{cases}$$

VỀy $x > 1$ kh«ng thÓ lµ nghiÖm cña ph–ng tr×nh

+VÍi $0 < x < 1$ ta cũ: $x^x < 1^x = 1$
 $x^2 < x \Rightarrow x - x^2 > 0$

N«n $10^{x-x^2} > 10^0 = 1 \Rightarrow 10^{x-x^2} > x^x$

VỀy $0 < x < 1$ kh«ng thÓ lµ nghiÖm cña ph–ng tr×nh.
 VỀy nghiÖm cña ph–ng tr×nh lµ $x = 1$.

II. Phçn II: HÖ ph–ng tr×nh.

VÝ dƠ 1: T×m nghiÖm nguyªn cña hÖ:

$$\begin{cases} x^2 + xy - 3y^2 = 9 \\ 2x^2 - 655xy - 660y^2 = 1992 \end{cases}$$

Gi¶i:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + xy - 3y^2 = 9 \\ x^2 + 656xy - 657y^2 = 1983 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + xy - 3y^2 = 9 \\ (x + y)(x - 657y) = 1983 \end{cases}$$

XĐt : $(x + y)(x - 657y) = 1983 = 661 \cdot 3$

$$\begin{cases} x + y = 661 \\ x - 657y = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 660 \\ y = 1 \end{cases} \text{ Kh«ng tho¶ m.n.}$$

$$\begin{cases} x + y = -661 \\ x - 657y = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -660 \\ y = -1 \end{cases} \text{ Kh«ng tho¶ m.n.}$$

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ x - 657y = 661 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases} \text{ Tho¶ m.n.}$$

$$\begin{cases} x + y = -3 \\ x - 657y = -661 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases} \text{ Tho¶ m.n.}$$

VỀy nghiÖm cña hÖ lµ: $(4; -1)$ vµ $(-4; 1)$.

VÝ dƠ 2: T×m nghiÖm nguyªn cña hÖ:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ (z + y)(y - 3)(z - 3) = 8 \end{cases} \quad (2)$$

Gi¶i:

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} y+z=3-x \\ (3-x)(3-y)(3-z)=8 \end{cases}$$

Ta cã: $8 = 1.1.8 = -1.1.(-8) = (-1).(-1).8 = 2.2.2 = (-2).(-2).2 = 2.(-2).(-2)$.

Trong c, c bé sè trªn chØ cã $(-1)+(-1)+8 = 6$ vµ $2+2+2=6$.

$$\begin{cases} 3-x=-1 \\ 3-y=-1 \\ 3-z=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=4 \\ z=-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3-x=8 \\ 3-y=-1 \\ 3-z=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ y=4 \\ z=4 \end{cases}$$

Do ®ã: $\begin{cases} 3-x=-1 \\ 3-y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=4 \end{cases}$

VÝ dƠ 3: T×m nghiÖm nguyªn cĩa hÖ:

$$\begin{cases} x+y=2 \\ xy-z^2=1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=2(1) \\ xy=1+z^2(2) \end{cases}$$

Tõ (2) ta cã: $xy \geq 1 \Rightarrow x, y$ cĩng dÊu. MÆt kh, c $x+y=2$ do ®ã $x=y=1 \Rightarrow z=0$.

VËy nghiÖm cĩa hÖ lµ $(x;y;z) = (1;1;0)$.

VÝ dƠ 4: T×m nghiÖm nguyªn cĩa hÖ:

$$\begin{cases} x+y+z=2 \\ 2xy-z^2=4 \end{cases}$$

DÔ thÊy $y \neq 0$. Tõ hÖ ph-ng tr×nh ta cã:

$$2(x+y+z)y - (2xy - z^2) = 4y - 4$$

$$\Leftrightarrow 2xy + 2y^2 + 2yz - 2xy + z^2 = 4y - 4$$

$$\Leftrightarrow (y+z)^2 + (y-2)^2 = 0$$

$$\begin{cases} y+z=0 \\ y=2 \end{cases}$$

C, c gi, trÞ t×m ®íc nghiÖm ®óng vói hÖ ® cho.

VỀy nghiÖm nguyªn cña hÖ lµ (x;y;z) = (2;2;-2).

VÝ dƠ 5: T×m nghiÖm nguyªn cña hÖ:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 + z^3 = 3 \\ x + y + z = 3 \end{cases}$$

Gi¶i:

Ta c¶ c¶ng thøc:

$$(x+y+z)^3 - (x^3 + y^3 + z^3) = 3(x+y)(y+z)(z+x)$$

Do ®ã ta c¶:

$$\begin{cases} (3-x) + (3-y) + (3-z) = 6 \\ (3-x).(3-y).(3-z) = 8 \end{cases}$$

Suy ra : 3-x ; 3-y ; 3-z chØ c¶ 1 sè ch½n hoÆc c¶ 3 c¶ng lµ sè ch½n.

*NÖu chØ c¶ 1 sè ch½n:

Do vai trß cña x; y; z nh nhau, kh¶ng mÊt tÝnh tæng qu,t nªn gi¶ sè 3-x lµ sè ch½n. Tõ ®ã ta c¶: x = -5; y= 4; z = 4.

*NÖu c¶ 2 c¶ng ch½n th× x = y =z = 1.

VỀy nghiÖm nguyªn c¶n t×m cña hÖ lµ: (x;y;z) = (-5;4;4); (1;1;1) vµ c,c ho,n vP cña chóng.

VÝ dƠ 6: T×m nghiÖm tù nhiªn cña hÖ:

$$\begin{cases} x^2 = 2(y+z) \\ -x^6 + y^6 + z^6 = -31(y^2 + z^2) \end{cases}$$

Gi¶i:

$$\begin{cases} x^2 = 2(y+z)(1) \\ -x^6 + y^6 + z^6 = -31(y^2 + z^2)(2) \end{cases}$$

Tõ 1 suy ra $x^2 : 2 \Rightarrow x : 2$

MÆt kh,c tõ ph-ng tr×nh thø 2 ta c¶:

$$x^6 = y^6 + z^6 + 31(y^2 + z^2) \text{ nªn } x > y \text{ vµ } x > z.$$

Nªn $4x > 2(y+z) = x^2$ vỀy $x=2 \Rightarrow y=z=1$.

C,c gi, trP nµy tho¶ m·n hÖ ph-ng tr×nh .

VỀy nghiÖm cña hÖ ph-ng tr×nh lµ: x=2; y=1; z=1.

C/ KÖt thóc vÊn ®Ò:

Trªn ®©y lµ 1 sè ph-ng ph,p gi¶i ph-ng tr×nh vµ hÖ ph-ng tr×nh “Kh¶ng mÊu mùc” cña b¶n th©n t¶i, trong qu,

trxn h giñi to,n t«i gÆp phñi vµ · vËn ðng, mét sè vÝ ðo
giñi to,n Ó c,c ðång nghiÖp cñg tham khño. Trong qu,
trxn h vËn ðng còng cÇn nhiÒu ðång gãp cña ðång
nghiÖp.

***Giao Hµ, ngµy 2 th,ng 10
n"m 2006***

Ngài viÖt