

**DẠNG 10****Phương trình theo đoạn chắn****I. PHẦN ĐỀ BÀI**

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại ba điểm

$A(2;0;0), B(0;-3;0), C(0;0;4)$ . Phương trình của mặt phẳng  $(\alpha)$  là

- A.  $6x - 4y + 3z - 12 = 0$ .                      B.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{4} = 0$
- C.  $6x - 4y + 3z = 0$ .                      D.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 1$ .

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  cắt ba trục tọa độ tại ba điểm phân biệt tạo thành một tam giác có trọng tâm  $G(3;2;-1)$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là:

- A.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} - \frac{z}{1} = 1$ .                      B.  $\frac{x}{9} + \frac{y}{6} + \frac{z}{3} = 1$ .                      C.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$ .                      D.  $\frac{x}{9} + \frac{y}{6} - \frac{z}{3} = 1$ .

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng cắt tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  và nhận  $G(673;674;675)$  làm trọng tâm của tam giác  $ABC$  là

- A.  $\frac{x}{2019} + \frac{y}{2022} + \frac{z}{2025} = 1$ .                      B.  $\frac{x}{2019} + \frac{y}{2022} + \frac{z}{2025} = 0$ .
- C.  $\frac{x}{673} + \frac{y}{674} + \frac{z}{675} = 1$ .                      D.  $\frac{x}{673} + \frac{y}{674} + \frac{z}{675} = 0$ .

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2;0;0)$ ,  $B(0;-1;0)$  và  $C(0;0;3)$ . Mặt phẳng  $(ABC)$  đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

- A.  $Q(2;-1;3)$ .                      B.  $M(2;-1;-3)$ .                      C.  $N(1;-2;3)$ .                      D.  $P(3;-1;2)$ .

**Câu 5:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $M(1;2;4), A(1;0;0), B(0;2;0), C(0;0;4)$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  song song với mặt phẳng  $(ABC)$  và đi qua điểm  $M$  là

- A.  $x + 2y + 4z - 21 = 0$ .                      B.  $x + 2y + 4z - 12 = 0$ .                      C.  $4x + 2y + z - 12 = 0$ .                      D.  $4x + 2y + z - 21 = 0$

**Câu 6:** Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng  $(\alpha)$  qua ba điểm  $A, B, C$  lần lượt là hình chiếu của điểm  $M(2;3;-5)$  xuống các trục  $Ox, Oy, Oz$

- A.  $15x - 10y - 6z - 30 = 0$ .                      B.  $15x + 10y - 6z - 30 = 0$ .
- C.  $15x - 10y - 6z + 30 = 0$ .                      D.  $15x + 10y - 6z + 30 = 0$ .

**Câu 7:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(1;-2;1)$ . Viết phương trình mặt phẳng đi qua các hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  trên các trục tọa độ.

- A.  $2x - y + 2z = 0$ .                      B.  $x - 2y + z - 2 = 0$ .                      C.  $x - 2y + z + 2 = 0$ .                      D.  $2x - y + 2z - 2 = 0$ .

**Câu 8:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  cắt ba trục tọa độ tại ba điểm phân biệt tạo thành một tam giác có trọng tâm  $G(3;2;-1)$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là:

A.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} - \frac{z}{1} = 1$ .      B.  $\frac{x}{9} + \frac{y}{6} + \frac{z}{3} = 1$ .      C.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$ .      D.  $\frac{x}{9} + \frac{y}{6} - \frac{z}{3} = 1$ .

**Câu 9:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm  $M(2;3;4)$ . Gọi các điểm  $A, B, C$  lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  trên các trục tọa độ  $Ox, Oy, Oz$ . Viết phương trình mặt phẳng  $ABC$ .

A.  $6x + 4y + 3z - 1 = 0$ .      B.  $6x + 4y + 3z - 36 = 0$ .  
C.  $6x + 4y + 3z - 12 = 0$ .      D.  $6x + 4y + 3z + 12 = 0$ .

**Câu 10:** Hãy viết phương trình tổng quát của mặt phẳng  $(P)$  qua ba điểm  $A, B, C$  lần lượt là hình chiếu của điểm  $M(3;2;-2)$  xuống các trục  $Ox, Oy, Oz$ ?

A.  $2x + 3y - 3z - 6 = 0$ .      B.  $2x + 3y - 3z + 6 = 0$ .  
C.  $2x + 3y + 3z - 6 = 0$ .      D.  $2x + 3y - 3z - 1 = 0$ .

**Câu 11:** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm  $M(2;-1;3)$ . Phương trình mặt phẳng đi qua các hình chiếu của  $M$  trên ba trục tọa độ là:

A.  $3x - 6y + 2z - 6 = 0$ .      B.  $3x - 6y + 2z + 6 = 0$ .  
C.  $3x + 6y + 2z - 6 = 0$ .      D.  $-3x + 6y - 2z - 6 = 0$ .

**Câu 12:** Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng  $(\alpha)$  qua ba điểm  $A, B, C$  lần lượt là hình chiếu của điểm  $M(2;3;-5)$  xuống các trục  $Ox, Oy, Oz$ .

A.  $15x - 10y - 6z - 30 = 0$ .      B.  $15x + 10y - 6z - 30 = 0$ .  
C.  $15x - 10y - 6z + 30 = 0$ .      D.  $15x + 10y - 6z + 30 = 0$ .

**Câu 13:** Trong không gian Oxyz, cho điểm  $M(-3;1;4)$  và gọi  $A, B, C$  lần lượt là hình chiếu của  $M$  trên các trục  $Ox, Oy, Oz$ . Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng song song với mặt phẳng  $(ABC)$

A.  $4x - 12y + 3z - 12 = 0$ .      B.  $4x + 12y - 3z - 12 = 0$ .  
C.  $4x - 12y - 3z + 12 = 0$ .      D.  $4x - 12y - 3z - 12 = 0$ .

**Câu 14:** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho điểm  $A(4;-3;2)$ . Hình chiếu vuông góc của  $A$  lên các trục tọa độ  $Ox, Oy, Oz$  theo thứ tự là  $M, N, P$ . Phương trình mặt phẳng  $(MNP)$  là:

A.  $2x - 3y + 4z - 1 = 0$ .      B.  $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} + 1 = 0$ .  
C.  $4x - 3y + 2z - 5 = 0$ .      D.  $3x - 4y + 6z - 12 = 0$ .

**Câu 15:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  chứa điểm  $M(1;3;-2)$  cắt các tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho  $\frac{OA}{1} = \frac{OB}{2} = \frac{OC}{4}$ .

A.  $4x + 2y + z - 8 = 0$ .      B.  $4x + 2y + z + 1 = 0$ .      C.  $2x - y - z - 1 = 0$ .      D.  $x + 2y + 4z + 1 = 0$ .

**Câu 16:** Trong không gian Oxyz, viết phương trình mặt phẳng đi qua  $M(1;1;2)$  và cắt ba tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho tứ diện  $OABC$  có thể tích nhỏ nhất.

A.  $3x + y + z - 6 = 0$ .      B.  $2x + 2y + z + 6 = 0$ .      C.  $2x + 2y + z - 6 = 0$ .      D.  $x + 3y + z - 6 = 0$ .

**Câu 17:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(2;0;0), B(0;7;0), C(0;0;5)$  và điểm  $M$  sao cho  $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ . Một mặt phẳng  $(P)$  thay đổi cắt các đoạn thẳng  $OA, OB, OC, OM$  lần lượt tại các điểm  $A', B', C', M'$  thỏa mãn  $\frac{OA}{OA'} + \frac{OB}{OB'} + \frac{OC}{OC'} = 2021$  và  $M'(a;b;c)$ . Tính tổng  $S = a + b + c$ .

A.  $S = \frac{5}{2021}$ .

B.  $S = \frac{9}{2021}$ .

C.  $S = \frac{14}{2021}$ .

D.  $S = \frac{4}{2021}$ .

**Câu 18:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2y - z + 3 = 0$  và điểm  $A(2;0;0)$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $A$ , vuông góc với  $(P)$ , cách gốc tọa độ  $O$  một khoảng bằng  $\frac{4}{3}$  và cắt các tia  $Oy, Oz$  lần lượt tại các điểm  $B$  và  $C$  khác  $O$ . Thể tích khối tứ diện  $OABC$  bằng

A. 16.

B.  $\frac{8}{3}$ .

C.  $\frac{16}{3}$ .

D. 8.

## II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , gọi  $(\alpha)$  là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại ba điểm  $A(2;0;0), B(0;-3;0), C(0;0;4)$ . Phương trình của mặt phẳng  $(\alpha)$  là

A.  $6x - 4y + 3z - 12 = 0$ .

B.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{4} = 0$

C.  $6x - 4y + 3z = 0$ .

D.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{4} = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Theo công thức phương trình mặt phẳng chắn ta suy ra phương trình mặt phẳng  $(\alpha): \frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow 6x - 4y + 3z - 12 = 0$ .

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  cắt ba trục tọa độ tại ba điểm phân biệt tạo thành một tam giác có trọng tâm  $G(3;2;-1)$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là:

A.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} - \frac{z}{1} = 1$ .

B.  $\frac{x}{9} + \frac{y}{6} + \frac{z}{3} = 1$ .

C.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$ .

D.  $\frac{x}{9} + \frac{y}{6} - \frac{z}{3} = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi mặt phẳng  $(P)$  cắt các trục  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại ba điểm  $A(a;0;0); B(0;b;0); C(0;0;c) (a;b;c \neq 0)$ .

$\Rightarrow$  Phương trình mặt phẳng  $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ .

$$\text{Vì } G(3;2;-1) \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 9 \\ b = 6 \\ c = -3 \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Phương trình mặt phẳng  $(P): \frac{x}{9} + \frac{y}{6} - \frac{z}{3} = 1$ .

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình mặt phẳng cắt tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  và nhận  $G(673;674;675)$  làm trọng tâm của tam giác  $ABC$  là

A.  $\frac{x}{2019} + \frac{y}{2022} + \frac{z}{2025} = 1$ .

B.  $\frac{x}{2019} + \frac{y}{2022} + \frac{z}{2025} = 0$ .

C.  $\frac{x}{673} + \frac{y}{674} + \frac{z}{675} = 1$ .

D.  $\frac{x}{673} + \frac{y}{674} + \frac{z}{675} = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

♦ Phương trình mặt phẳng cắt tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$  với

$$a, b, c > 0 \text{ có dạng: } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

♦ Do  $G(673; 674; 675)$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$  nên ta có hệ: 
$$\begin{cases} a + 0 + 0 = 3.673 \\ 0 + b + 0 = 3.674 \\ 0 + 0 + c = 3.675 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2019 \\ b = 2022 \\ c = 2025 \end{cases}$$

♦ Vậy mặt phẳng cần tìm có phương trình là:  $\frac{x}{2019} + \frac{y}{2022} + \frac{z}{2025} = 1.$

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho ba điểm  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(0; -1; 0)$  và  $C(0; 0; 3)$ . Mặt phẳng  $(ABC)$  đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A.  $Q(2; -1; 3)$ . B.  $M(2; -1; -3)$ . C.  $N(1; -2; 3)$ . D.  $P(3; -1; 2)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  là:  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1.$

Mặt phẳng  $(ABC)$  đi qua điểm  $M(2; -1; -3)$ .

**Câu 5:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $M(1; 2; 4), A(1; 0; 0), B(0; 2; 0), C(0; 0; 4)$ . Mặt phẳng  $(\alpha)$  song song với mặt phẳng  $(ABC)$  và đi qua điểm  $M$  là

A.  $x + 2y + 4z - 21 = 0$ . B.  $x + 2y + 4z - 12 = 0$ . C.  $4x + 2y + z - 12 = 0$ . D.  $4x + 2y + z - 21 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có phương trình mặt phẳng  $(ABC): \frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x + 2y + z - 4 = 0$

Vì mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $M$  và song song với mặt phẳng  $(ABC)$  nên  $(\alpha)$  có một VTPT là  $\vec{n}_{(\alpha)} = (4; 2; 1)$ .

Vậy phương trình mặt phẳng  $(\alpha): 4(x-1) + 2(y-2) + (z-4) = 0 \Leftrightarrow 4x + 2y + z - 12 = 0$ .

**Câu 6:** Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng  $(\alpha)$  qua ba điểm  $A, B, C$  lần lượt là hình chiếu của điểm  $M(2; 3; -5)$  xuống các trục  $Ox, Oy, Oz$

A.  $15x - 10y - 6z - 30 = 0$ .

B.  $15x + 10y - 6z - 30 = 0$ .

C.  $15x - 10y - 6z + 30 = 0$ .

D.  $15x + 10y - 6z + 30 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$A, B, C$  lần lượt là hình chiếu của điểm  $M(2; 3; -5)$  xuống các trục  $Ox, Oy, Oz$

Hình học tọa độ Oxyz

$$\Rightarrow \begin{cases} A(2;0;0) \\ B(0;3;0) \\ C(0;0;-5) \end{cases}$$

Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  theo đoạn chắn là:  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-5} = 1 \Leftrightarrow 15x + 10y - 6z - 30 = 0$ .

**Câu 7:** Trong không gian Oxyz, cho điểm  $M(1; -2; 1)$ . Viết phương trình mặt phẳng đi qua các hình chiếu vuông góc của điểm  $M$  trên các trục tọa độ.

A.  $2x - y + 2z = 0$ .      B.  $x - 2y + z - 2 = 0$ .      C.  $x - 2y + z + 2 = 0$ .      D.  $2x - y + 2z - 2 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có các hình chiếu vuông góc của điểm  $M(1; -2; 1)$  trên các trục Ox, Oy, Oz lần lượt là  $M_1(1; 0; 0), M_2(0; -2; 0), M_3(0; 0; 1)$ .

Phương trình mặt phẳng đi qua các điểm  $M_1, M_2, M_3$  là  $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1 \Leftrightarrow 2x - y + 2z - 2 = 0$ .

**Câu 8:** Trong không gian Oxyz, mặt phẳng  $(P)$  cắt ba trục tọa độ tại ba điểm phân biệt tạo thành một tam giác có trọng tâm  $G(3; 2; -1)$ . Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là:

A.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} - \frac{z}{1} = 1$ .      B.  $\frac{x}{9} + \frac{y}{6} + \frac{z}{3} = 1$ .      C.  $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$ .      D.  $\frac{x}{9} + \frac{y}{6} - \frac{z}{3} = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Gọi mặt phẳng  $(P)$  cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm  $A(a; 0; 0); B(0; b; 0); C(0; 0; c) (a; b; c \neq 0)$ .

$\Rightarrow$  Phương trình mặt phẳng  $(P)$ :  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ .

$$\text{Vì } G(3; 2; -1) \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 9 \\ b = 6 \\ c = -3 \end{cases}$$

$\Rightarrow$  Phương trình mặt phẳng  $(P)$ :  $\frac{x}{9} + \frac{y}{6} - \frac{z}{3} = 1$ .

**Câu 9:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho điểm  $M(2; 3; 4)$ . Gọi các điểm A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M trên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz. Viết phương trình mặt phẳng ABC.

A.  $6x + 4y + 3z - 1 = 0$ .

B.  $6x + 4y + 3z - 36 = 0$ .

C.  $6x + 4y + 3z - 12 = 0$ .

D.  $6x + 4y + 3z + 12 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Hình chiếu vuông góc của  $M(2;3;4)$  trên trục  $Ox$  là điểm  $A(2;0;0)$ .

Hình chiếu vuông góc của  $M(2;3;4)$  trên trục  $Oy$  là điểm  $B(0;3;0)$ .

Hình chiếu vuông góc của  $M(2;3;4)$  trên trục  $Oz$  là điểm  $C(0;0;4)$ .

Phương trình mặt phẳng  $ABC$  có dạng:  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1 \Leftrightarrow 6x + 4y + 3z - 12 = 0$ .

**Câu 10:** Hãy viết phương trình tổng quát của mặt phẳng  $(P)$  qua ba điểm  $A, B, C$  lần lượt là hình chiếu của điểm  $M(3;2;-2)$  xuống các trục  $Ox, Oy, Oz$ ?

A.  $2x + 3y - 3z - 6 = 0$ .

B.  $2x + 3y - 3z + 6 = 0$ .

C.  $2x + 3y + 3z - 6 = 0$ .

D.  $2x + 3y - 3z - 1 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Tọa độ các điểm  $A(3;0;0); B(0;2;0); C(0;0;-2)$ . Phương trình mặt phẳng  $(ABC)$  là

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-2} = 1 \Leftrightarrow 2x + 3y - 3z - 6 = 0.$$

**Câu 11:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $M(2;-1;3)$ . Phương trình mặt phẳng đi qua các hình chiếu của  $M$  trên ba trục tọa độ là:

A.  $3x - 6y + 2z - 6 = 0$ .

B.  $3x - 6y + 2z + 6 = 0$ .

C.  $3x + 6y + 2z - 6 = 0$ .

D.  $-3x + 6y - 2z - 6 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có hình chiếu của  $M$  lên 3 trục tọa độ  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt là  $A(2;0;0); B(0;-1;0); C(0;0;3)$

Mặt phẳng  $(P)$  đi qua các hình chiếu của  $M$  trên 3 trục tọa độ là

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{3} = 1 \Rightarrow 3x - 6y + 2z - 6 = 0.$$

**Câu 12:** Viết phương trình tổng quát của mặt phẳng  $(\alpha)$  qua ba điểm  $A, B, C$  lần lượt là hình chiếu của điểm  $M(2;3;-5)$  xuống các trục  $Ox, Oy, Oz$ .

A.  $15x - 10y - 6z - 30 = 0$ .

B.  $15x + 10y - 6z - 30 = 0$ .

C.  $15x - 10y - 6z + 30 = 0$ .

D.  $15x + 10y - 6z + 30 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

♦ Ta có ba điểm  $A, B, C$  lần lượt là hình chiếu của điểm  $M(2;3;-5)$  xuống các trục  $Ox, Oy, Oz$  nên  $A(2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;-5)$

♦ Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  qua ba điểm  $A, B, C$  là:

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-5} = 1 \Leftrightarrow 15x + 10y - 6z - 30 = 0.$$

**Câu 13:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(-3;1;4)$  và gọi  $A, B, C$  lần lượt là hình chiếu của  $M$  trên các trục  $Ox, Oy, Oz$ . Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt phẳng song song với mặt phẳng  $(ABC)$

A.  $4x - 12y + 3z - 12 = 0$ .

B.  $4x + 12y - 3z - 12 = 0$ .

C.  $4x - 12y - 3z + 12 = 0$ .

D.  $4x - 12y - 3z - 12 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $A(-3;0;0), B(0;1;0), C(0;0;4)$  suy ra phương trình đoạn chắn mặt phẳng  $(ABC)$  là:

$$\frac{x}{-3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{4} = 1 \Rightarrow \vec{n}_{(ABC)} = \left(-\frac{1}{3}; \frac{1}{1}; \frac{1}{4}\right) = -\frac{1}{12}(4; -12; -3).$$

Vậy mặt phẳng song song với  $(ABC)$  có vtpt là  $(4; -12; 3)$

Mà phương trình C là phương trình đoạn chắn mặt phẳng.

**Câu 14:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $A(4; -3; 2)$ . Hình chiếu vuông góc của  $A$  lên các trục tọa độ  $Ox, Oy, Oz$  theo thứ tự là  $M, N, P$ . Phương trình mặt phẳng  $(MNP)$  là:

A.  $2x - 3y + 4z - 1 = 0$ .

B.  $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} + 1 = 0$ .

C.  $4x - 3y + 2z - 5 = 0$ .

D.  $3x - 4y + 6z - 12 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

$M, N, P$  theo thứ tự là hình chiếu vuông góc của  $A$  lên các trục tọa độ  $Ox, Oy, Oz$  do đó  $M(4;0;0), N(0;-3;0), P(0;0;2)$

Phương trình mặt phẳng  $(MNP)$  là  $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1 \Leftrightarrow 3x - 4y + 6z - 12 = 0$ .

**Câu 15:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng  $(P)$  chứa điểm  $M(1;3;-2)$  cắt các tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho  $\frac{OA}{1} = \frac{OB}{2} = \frac{OC}{4}$ .

A.  $4x + 2y + z - 8 = 0$ .

B.  $4x + 2y + z + 1 = 0$ .

C.  $2x - y - z - 1 = 0$ .

D.  $x + 2y + 4z + 1 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

♦ Giả sử  $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$  ( $a, b, c > 0$ )

$$\frac{OA}{1} = \frac{OB}{2} = \frac{OC}{4} \Leftrightarrow \frac{a}{1} = \frac{b}{2} = \frac{c}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2}b \\ c = 2b \end{cases} \quad (1)$$

$$(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \text{ đi qua } M(1;3;-2) \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{3}{b} - \frac{2}{c} = 1 \quad (2).$$

$$\text{Thay (1) vào (2) ta được: } \frac{2}{b} + \frac{3}{b} - \frac{1}{b} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{b} = 1 \Leftrightarrow b = 4, \text{ suy ra } a = 2, c = 8.$$

$$\text{Vậy } (P): \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1 \Leftrightarrow 4x + 2y + z - 8 = 0.$$

**Câu 16:** Trong không gian  $Oxyz$ , viết phương trình mặt phẳng đi qua  $M(1;1;2)$  và cắt ba tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt tại  $A, B, C$  sao cho tứ diện  $OABC$  có thể tích nhỏ nhất.

**A.**  $3x + y + z - 6 = 0$ . **B.**  $2x + 2y + z + 6 = 0$ . **C.**  $2x + 2y + z - 6 = 0$ . **D.**  $x + 3y + z - 6 = 0$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Đặt  $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$  với  $a, b, c > 0$ .

Khi đó phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  là  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ .

Vì  $(\alpha)$  đi qua  $M(1;1;2)$  nên  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} = 1$ .

Thể tích của tứ diện  $OABC$  là  $V_{OABC} = \frac{1}{6}OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6}abc$ .

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có  $1 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{2}{c} \geq 3\sqrt[3]{\frac{2}{abc}} \Rightarrow abc \geq 54$ .

Dấu bằng xảy ra khi  $a = b = 3; c = 6$ .

Vậy  $(\alpha): \frac{x}{3} + \frac{y}{3} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 2x + 2y + z - 6 = 0$ .

**Câu 17:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho các điểm  $A(2;0;0), B(0;7;0), C(0;0;5)$  và điểm  $M$  sao cho

$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ . Một mặt phẳng  $(P)$  thay đổi cắt các đoạn thẳng  $OA, OB, OC, OM$  lần

lượt tại các điểm  $A', B', C', M'$  thỏa mãn  $\frac{OA}{OA'} + \frac{OB}{OB'} + \frac{OC}{OC'} = 2021$  và  $M'(a;b;c)$ . Tính tổng

$S = a + b + c$ .

**A.**  $S = \frac{5}{2021}$ .

**B.**  $S = \frac{9}{2021}$ .

**C.**  $S = \frac{14}{2021}$ .

**D.**  $S = \frac{4}{2021}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = (2;7;5) \Rightarrow M(2;7;5)$ .

Tính được  $OA = 2, OB = 7$  và  $OC = 5$ .

Gọi  $A'(a';0;0), B'(0;b';0), C'(0;0;c')$  lần lượt là giao điểm của mặt phẳng  $(P)$  với các đoạn thẳng  $OA, OB, OC$ . Khi đó  $0 < a' \leq 2, 0 < b' \leq 7, 0 < c' \leq 5$  và  $OA' = a', OB' = b', OC' = c'$ .

Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $A', B', C'$  nên có phương trình là  $\frac{x}{a'} + \frac{y}{b'} + \frac{z}{c'} = 1$ .

Theo đề bài ta có  $\frac{OA}{OA'} + \frac{OB}{OB'} + \frac{OC}{OC'} = 2021 \Leftrightarrow \frac{2}{a'} + \frac{7}{b'} + \frac{5}{c'} = 2021$

$\Leftrightarrow \frac{2}{2021} + \frac{7}{2021} + \frac{5}{2021} = 1$ .

Khi đó mặt phẳng  $(P)$  đi qua điểm  $I\left(\frac{2}{2021}; \frac{7}{2021}; \frac{5}{2021}\right)$ .

Mà  $\overrightarrow{OI} = \left(\frac{2}{2021}; \frac{7}{2021}; \frac{5}{2021}\right) = \frac{1}{2021}\overrightarrow{OM}$  nên  $I$  thuộc đoạn  $OM$ .

Ta có  $\begin{cases} I \in OM \\ I \in (P) \end{cases} \Rightarrow I$  là giao điểm của  $(P)$  và đoạn  $OM$ .

$$\text{Suy ra } I \equiv M'(a; b; c) \Rightarrow a = \frac{2}{2021}, b = \frac{7}{2021}, c = \frac{5}{2021}.$$

$$\text{Vậy } a + b + c = \frac{14}{2021}.$$

**Câu 18:** Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt phẳng  $(P): 2y - z + 3 = 0$  và điểm  $A(2; 0; 0)$ .

Mặt phẳng  $(\alpha)$  đi qua  $A$ , vuông góc với  $(P)$ , cách gốc tọa độ  $O$  một khoảng bằng  $\frac{4}{3}$  và cắt các tia  $Oy$ ,  $Oz$  lần lượt tại các điểm  $B$  và  $C$  khác  $O$ . Thể tích khối tứ diện  $OABC$  bằng

A. 16.

B.  $\frac{8}{3}$ .

C.  $\frac{16}{3}$ .

D. 8.

**Lời giải**

**Chọn B**

Gọi  $B(0; b; 0)$  và  $C(0; 0; c)$ .

Phương trình mặt phẳng  $(\alpha)$  là  $\frac{x}{2} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Leftrightarrow bc.x + 2c.y + 2b.z - 2bc = 0$ .

Ta có biểu thức liên hệ của khoảng cách từ  $O$  đến mặt phẳng  $(\alpha)$

$$\frac{1}{d^2[O; (\alpha)]} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2} \Leftrightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{9}{16}.$$

Hai mặt phẳng  $(\alpha)$  và  $(P)$  vuông góc với nhau nên  $2.2c - 1.2b = 0 \Leftrightarrow b = 2c > 0$ .

$$\text{Mà } a = 2 \text{ nên ta có hệ } \begin{cases} b = 2c > 0 \\ \frac{1}{2^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{9}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2c > 0 \\ \frac{1}{4c^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{5}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 \\ c = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối tứ diện } OABC \text{ bằng } V = \frac{1}{6}a.b.c = \frac{8}{3}.$$

