

**ĐỀ KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ CUỐI HỌC KÌ I – MÔN TOÁN LỚP 11**

Thời gian làm bài: **90 phút** – Ngày 20/12/2023

**Câu 1. (1đ)** Tìm nghiệm của phương trình:  $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$  với  $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

**Câu 2. (1đ)** Tìm các giới hạn sau:

a.  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5x}{x-3};$

b.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - 2x^2).$

**Câu 3. (2đ)** Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x+a & \text{nếu } x < 2 \\ 4 & \text{nếu } x = 2 \\ -3x+b & \text{nếu } x > 2 \end{cases}$ .

a. Với  $a = 0, b = 1$ , xét tính liên tục của hàm số tại  $x = 2$ .

b. Với giá trị nào của  $a, b$  thì hàm số liên tục trên tập xác định.

**Câu 4. (4đ)** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Gọi  $M, N, P$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD, SA$ .

a. Hỏi bốn điểm  $A, N, D, P$  có cùng thuộc một mặt phẳng hay không? Giải thích.

b. Chứng minh  $SC \parallel (MNP)$ .

c. Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng  $(MNP)$  và  $(SCD)$ .

d. Gọi  $Q$  là điểm di động trên cạnh  $SD$  ( $Q$  khác  $S$  và  $D$ ),  $(\alpha)$  là mặt phẳng chứa đường thẳng  $BQ$  và song song với  $AC$ . Chứng minh rằng mặt phẳng  $(\alpha)$  luôn đi qua một đường thẳng cố định khi điểm  $Q$  di động trên cạnh  $SD$ .

**Câu 5. (1đ)** Một cái hồ đang chứa  $100 \text{ m}^3$  nước mặn với nồng độ muối  $10 \text{ kg/m}^3$ . Người ta ngọt hóa nước trong hồ bằng cách bơm nước ngọt vào hồ với tốc độ  $2 \text{ m}^3/\text{phút}$ .

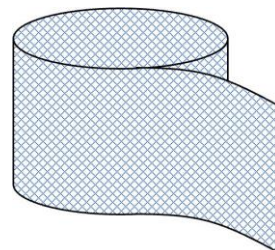
a. Viết biểu thức  $C(t)$  biểu thị nồng độ muối trong hồ sau  $t$  phút kể từ khi bắt đầu bơm.

b. Tìm giới hạn  $\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t)$  và giải thích ý nghĩa.

**Câu 6. (1đ)**

a. Chứng minh rằng trong một hình hộp, tổng bình phương của bốn đường chéo bằng tổng bình phương của tất cả các cạnh.

b. Một tấm đề can hình chữ nhật được cuộn tròn lại theo chiều dài tạo thành một khối trụ có đường kính 50cm. Người ta trải ra 250 vòng để cắt chữ và in tranh cổ động, phần còn lại là một khối trụ có đường kính 45cm. Hỏi phần trải ra dài bao nhiêu mét? (Làm tròn đến hàng đơn vị)



--- HẾT ---

**ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM**

**ĐỀ KIỂM TRA ĐÁNH GIÁ CUỐI HỌC KÌ I – MÔN TOÁN LỚP 11**

Thời gian làm bài: **90 phút** – Ngày 20/12/2023

**Câu 1. (1đ)**

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + k\pi \dots\dots\dots 0,25đ$$

$$\text{Do } x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right) \text{ nên } \frac{\pi}{2} < \frac{\pi}{12} + k\pi < \frac{3\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{11}{12} < k < \frac{17}{12} \dots\dots\dots 0,25đ$$

$$\text{Mà } k \in \mathbb{Z} \text{ nên } k = 1 \dots\dots\dots 0,25đ$$

$$\text{Vậy } x = \frac{13\pi}{12} \dots\dots\dots 0,25đ$$

**Câu 2. (1đ) Mỗi câu 0,5đ.**

$$\left. \begin{array}{l} \text{a. } \lim_{x \rightarrow 3^-} 5x = 5 \lim_{x \rightarrow 3^-} x = 5.3 = 15 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{x-3} = -\infty \end{array} \right\} \dots\dots\dots 0,25đ$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{5x}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \left( 5x \cdot \frac{1}{x-3} \right) = -\infty \dots\dots\dots 0,25đ$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{b. Ta có } 1 - 2x^2 = x^2 \left( \frac{1}{x^2} - 2 \right) \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{1}{x^2} - 2 \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} - 2 = -2 \end{array} \right\} \dots\dots\dots 0,25đ$$

$$\text{Vậy } \lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - 2x^2) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 \left( \frac{1}{x^2} - 2 \right) = -\infty \dots\dots\dots 0,25đ$$

**Câu 3. (2đ) Mỗi câu 1đ.**

$$\text{a. Với } a = 0, b = 1 \text{ thì } f(x) = \begin{cases} 2x & \text{nếu } x < 2 \\ 4 & \text{nếu } x = 2 \\ -3x + 1 & \text{nếu } x > 2 \end{cases}$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} 2x = 2 \lim_{x \rightarrow 2^-} x = 4 \dots\dots\dots 0,25đ$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (-3x + 1) = -3 \lim_{x \rightarrow 2^+} x + 1 = -5 \dots\dots\dots 0,25đ$$

$$\text{Như vậy } \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \text{ nên không tồn tại } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) \dots\dots\dots 0,25đ$$

$$\text{Do đó hàm số không liên tục tại } x = 2 \dots\dots\dots 0,25đ$$

$$\text{b. Hàm số xác định trên } \mathbb{R} \dots\dots\dots 0,25đ$$

Với  $x < 2$  thì  $f(x) = 2x + a$  liên tục trên  $(-\infty; 2)$  } ..... 0,25đ  
 Với  $x > 2$  thì  $f(x) = -3x + b$  liên tục trên  $(2; +\infty)$  }

Để hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  thì hàm số phải liên tục tại  $x = 2$  } ..... 0,25đ  
 Khi đó  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4 + a = 4 \\ -6 + b = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 10 \end{cases} \dots\dots\dots 0,25đ$$

**Câu 4. (4đ) Mỗi câu 1đ.**

**a. Hỏi bốn điểm  $A, N, D, P$  có cùng thuộc một mặt phẳng hay không? Giải thích.**

Giả sử bốn điểm  $A, N, D, P$  cùng thuộc một mặt phẳng.

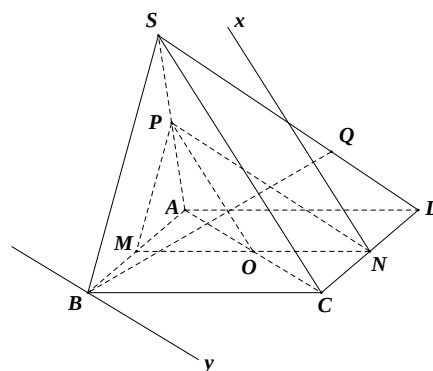
Khi đó  $P \in (ADN)$  hay  $P \in (ABCD)$  ..... 0,25đ

Do đó  $AP \subset (ABCD)$  hay  $SA \subset (ABCD)$  ..... 0,25đ

Suy ra  $S \in (ABCD)$ , mâu thuẫn với giả thiết

$S.ABCD$  là hình chóp ..... 0,25đ

Vậy bốn điểm  $A, N, D, P$  cùng thuộc một mặt phẳng... 0,25đ



**b. Chứng minh  $SC \parallel (MNP)$ .**

Trong  $(ABCD)$ , gọi  $O = AC \cap MN$ .

Ta có  $O$  là trung điểm  $AC$  và  $P$  là trung điểm  $SA$

nên  $PO$  là đường trung bình của  $\triangle SAC$  ..... 0,25đ

$\Rightarrow PO \parallel SC$  ..... 0,25đ

Mà  $PO \subset (MNP)$ ,  $SC \not\subset (MNP)$  ..... 0,25đ

Nên  $SC \parallel (MNP)$  ..... 0,25đ

**c.  $(MNP) \cap (SCD) = ?$**

Ta có  $\begin{cases} N \in (MNP) \cap (SCD) \\ PO \subset (MNP), SC \subset (SCD) \\ PO \parallel SC \end{cases} \dots\dots\dots 0,5đ$

$\Rightarrow (MNP) \cap (SCD) = Nx$  (với  $Nx \parallel SC \parallel PO$ ) ..... 0,5đ

**d. Chứng minh rằng mặt phẳng  $(\alpha)$  luôn đi qua một đường thẳng cố định khi điểm  $Q$  đi động trên cạnh  $SD$ .**

Ta có  $\begin{cases} B \in (\alpha) \cap (ABCD) \\ (\alpha) \parallel AC \end{cases} \dots\dots\dots 0,25đ$

$\Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = By$  (với  $By \parallel AC$ ) ..... 0,25đ

Vì hình bình hành  $ABCD$  cố định nên đường thẳng  $By$  cố định trong  $(ABCD)$  ..... 0,25đ

Vậy khi  $Q$  đi động trên cạnh  $SD$  thì  $(\alpha)$  luôn đi qua đường thẳng  $By$  cố định ..... 0,25đ

**Câu 5. (1đ) Mỗi câu 0,5đ.**

- a. Khối lượng muối trong hồ là  $100.10 = 1000$  (kg)

Sau  $t$  phút, lượng nước trong hồ là  $100 + 2t$  ( $\text{m}^3$ ) ..... **0,25đ**

Nồng độ muối tại thời điểm  $t$  phút kể từ khi bơm là  $C(t) = \frac{1000}{100 + 2t}$  ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ) ..... **0,25đ**

- b. Tính được  $\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t) = 0$  ..... **0,25đ**

Giải thích ý nghĩa ..... **0,25đ**

Điều này có nghĩa khi  $t$  càng lớn thì nồng độ muối càng dần về 0, tức là đến một lúc nào đó nồng độ muối trong hồ không còn đáng kể và nước trong hồ gần như là nước ngọt.

**Câu 6. (1đ)**

- a. Xét hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ .

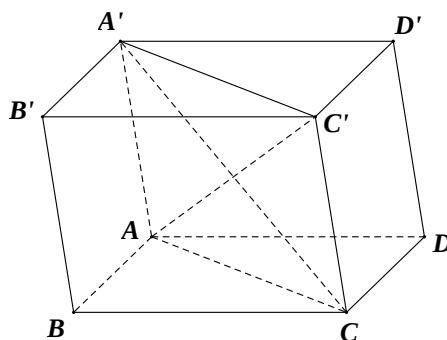
Trong hình bình hành  $ACC'A'$  và  $BDD'B'$

Chứng minh được: 
$$\begin{cases} AC'^2 + A'C^2 = 2(AA'^2 + AC^2) \\ BD'^2 + B'D^2 = 2(BB'^2 + BD^2) \end{cases}$$

Suy ra  $AC'^2 + A'C^2 + BD'^2 + B'D^2 = 4AA'^2 + 2(AC^2 + BD^2)$  ..... **0,25đ**

Xét hình bình hành  $ABCD$ , ta có:  $AC^2 + BD^2 = 2(AB^2 + AD^2)$

Vậy  $AC'^2 + A'C^2 + BD'^2 + B'D^2 = 4AA'^2 + 4AB^2 + 4AD^2$  ..... **0,25đ**



- b. Chiều dài ở mỗi vòng lập thành một cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 50\pi$  và công sai  $d = -\frac{\pi}{50}$  ..... **0,25đ**

Chiều dài phần đề can đã trải ra:

$$S_{250} = \frac{250}{2}(2u_1 + 249d) = \frac{23755\pi}{2} (\text{cm}) \approx 373(\text{m}) \text{ ..... } \mathbf{0,25đ}$$

--- HẾT ---