

Trả lời ngắn*Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)***Họ tên thí sinh:****Số báo danh:****Câu 1.** Biết $\int_1^5 f(x)dx = 4$. Giá trị của $\int_1^5 3f(x)dx$ bằng**Lời giải****Đáp án:** 12Ta có $\int_1^5 3f(x)dx = 3 \int_1^5 f(x)dx = 3.4 = 12$.**Đáp án:** 12**Câu 2.** Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3 (1 + f(x))dx$ bằng**Lời giải****Đáp án:** 28Ta có $\int_1^3 [1 + f(x)]dx = [x + F(x)] \Big|_1^3 = [x + x^3] \Big|_1^3 = 30 - 2 = 28$.**Đáp án:** 28**Câu 3.** Biết $\int_1^2 f(x)dx = 3$ và $\int_1^2 g(x)dx = 2$. Khi đó $\int_1^2 [f(x) - g(x)]dx$ bằng?**Lời giải****Đáp án:** 1Ta có: $\int_1^2 [f(x) - g(x)]dx = \int_1^2 f(x)dx - \int_1^2 g(x)dx = 3 - 2 = 1$.**Đáp án:** 1**Câu 4.** Biết $\int_0^1 [f(x) + 2x]dx = 4$. Khi đó $\int_0^1 f(x)dx$ bằng**Lời giải****Đáp án:** 3 $\int_0^1 [f(x) + 2x]dx = 4 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx + \int_0^1 2xdx = 4 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx = 4 - 1 = 3$ **Đáp án:** 3**Câu 5.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^2 f(x)dx = 9$; $\int_2^4 f(x)dx = 4$. Tính $I = \int_0^4 f(x)dx$.**Lời giải****Đáp án:** 13Ta có: $I = \int_0^4 f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx + \int_2^4 f(x)dx = 9 + 4 = 13$.**Đáp án:** 13**Câu 6.** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 10]$ và $\int_0^{10} f(x)dx = 7$; $\int_2^6 f(x)dx = 3$. Tính $P = \int_0^2 f(x)dx + \int_6^{10} f(x)dx$.

Lời giải

Đáp án:4

$$\int_0^{10} f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^6 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx$$

Ta có:

$$\Rightarrow 7 = P + 3 \Rightarrow P = 4$$

Đáp án: 4

Câu 7. Cho f, g là hai hàm liên tục trên $[1;3]$ thỏa: $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10$ và $\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6$. T

$$I = \int_1^3 [f(x) + g(x)] dx$$

ính

Lời giải

Đáp án:6

$$a = \int_1^3 f(x) dx \quad b = \int_1^3 g(x) dx$$

Đặt và

$$\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = a + 3b \quad \int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 2a - b$$

Khi đó,

$$\begin{cases} a + 3b = 10 \\ 2a - b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 2 \end{cases}$$

Theo giả thiết, ta có

$$\text{Vậy } I = a + b = 6$$

Đáp án: 6

Câu 8. Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3$, $\int_0^2 g(x) dx = -1$ thì $\int_0^2 [f(x) - 5g(x) + x] dx$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án:10

$$\int_0^2 [f(x) - 5g(x) + x] dx = \int_0^2 f(x) dx - 5 \int_0^2 g(x) dx + \int_0^2 x dx = 3 + 5 + 2 = 10$$

Đáp án: 10

Câu 9. Tính tích phân $I = \int_{-1}^0 (2x+1) dx$

Lời giải

Đáp án:0

$$I = \int_{-1}^0 (2x+1) dx = (x^2 + x) \Big|_{-1}^0 = 0 - 0 = 0$$

Đáp án: 0

Câu 10. $\int_1^2 \frac{dx}{3x-2}$ bằng

Lời giải

Đáp án:0,46

$$\text{Ta có } \int_1^2 \frac{dx}{3x-2} = \frac{1}{3} \ln |3x-2| \Big|_1^2 = \frac{1}{3} (\ln 4 - \ln 1) = \frac{2}{3} \ln 2$$

Đáp án: 0,46

Câu 11. $\int_1^2 e^{3x-1} dx$ bằng

A. $\frac{1}{3}(e^5 + e^2)$ B. $\frac{1}{3}(e^5 - e^2)$ C. $\frac{1}{3}e^5 - e^2$ D. $e^5 - e^2$

Lời giải

Đáp án: 47

Ta có: $\int_1^2 e^{3x-1} dx = \frac{1}{3} e^{3x-1} \Big|_1^2 = \frac{1}{3}(e^5 - e^2) \approx 47$

Đáp án: 47

Câu 12. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{2}{x+2}$. Biết $F(-1) = 0$. Tính $F(2)$ kết quả là.

A. $\ln 8 + 1$ B. $4 \ln 2 + 1$ C. $2 \ln 3 + 2$ D. $2 \ln 4$

Lời giải

Đáp án: 2,77

Ta có: $\int_{-1}^2 f(x) dx = F(2) - F(-1) \Leftrightarrow \int_{-1}^2 \frac{2}{x+2} = 2 \ln |x+2| \Big|_{-1}^2 = 2 \ln 4 - 2 \ln 1 = 2 \ln 4$

$\Leftrightarrow F(2) - F(-1) = 2 \ln 4 \Leftrightarrow F(2) = 2 \ln 4 \approx 2,77$

Đáp án: 2,77

Câu 13. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2 \sin^2 x + 3, \forall x \in R$, khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ bằng

Lời giải

Đáp án: 4,13

$\int f'(x) dx = \int (2 \sin^2 x + 3) dx = \int (1 - \cos 2x + 3) dx = \int (4 - \cos 2x) dx = 4x - \frac{1}{2} \sin 2x + C$

Ta có $f(0) = 4$ nên $4 \cdot 0 - \frac{1}{2} \sin 0 + C = 4 \Leftrightarrow C = 4$

Nên $f(x) = 4x - \frac{1}{2} \sin 2x + 4$

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(4x - \frac{1}{2} \sin 2x + 4 \right) dx = \left(2x^2 + \frac{1}{4} \cos 2x + 4x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2 + 8\pi - 2}{8} \approx 4,13$

Đáp án: 4,13

Câu 14. Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$. Giá trị của tham số m là

Lời giải

Đáp án: 2

Ta có: $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = (x^3 - x^2 + x) \Big|_0^m = m^3 - m^2 + m$

$\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6 \Leftrightarrow m^3 - m^2 + m - 6 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \in (0; 4)$

Đáp án: 2

Câu 15. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2\cos^2 x + 1$, $x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ bằng.

Lời giải

Đáp án: 4

Ta có

$$\begin{aligned} f(x) &= \int (2\cos^2 x + 1) dx = \int \left(\frac{2(1 + \cos 2x)}{2} + 1 \right) dx = \int (\cos 2x + 2) dx \\ &= \int \cos 2x dx + \int 2 dx = \frac{\sin 2x}{2} + 2x + C. \end{aligned}$$

$$f(0) = 4 \Rightarrow C = 4 \Rightarrow f(x) = \frac{\sin 2x}{2} + 2x + 4.$$

Lại có

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{\sin 2x}{2} + 2x + 4 \right) dx = \frac{1}{4} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x d(2x) + \int_0^{\frac{\pi}{4}} 2x dx + \int_0^{\frac{\pi}{4}} 4 dx \\ &= \left. -\frac{\cos 2x}{4} \right|_0^{\frac{\pi}{4}} + \left. (x^2 + 4x) \right|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi^2 + 16\pi + 4}{16} \approx 4. \end{aligned}$$

Đáp án: 4

Câu 16. Biết $\int_3^5 \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} dx = a + \ln \frac{b}{2}$ với a, b là các số nguyên. Tính $S = a - 2b$.

Lời giải

Đáp án: 2

$$\int_3^5 \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} dx = \int_3^5 \left(x + \frac{1}{x + 1} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} + \ln |x + 1| \right) \Big|_3^5 = 8 + \ln \frac{3}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow S = a - 2b = 2.$$

Đáp án: 2

Câu 17. Giả sử rằng $\int_{-1}^0 \frac{3x^2 + 5x - 1}{x - 2} dx = a \ln \frac{2}{3} + b$. Khi đó, giá trị của $a + 2b$ là

Lời giải

Đáp án: 40

Ta có:

$$\begin{aligned} I &= \int_{-1}^0 \frac{3x^2 + 5x - 1}{x - 2} dx = \int_{-1}^0 \left(3x + 11 + \frac{21}{x - 2} \right) dx \Rightarrow I = \left[\frac{3x^2}{2} + 11x + 21 \ln |x - 2| \right]_{-1}^0 = 21 \ln 2 + \frac{19}{2} - 21 \ln 3 \\ &\Rightarrow I = 21 \ln \frac{2}{3} + \frac{19}{2} \Rightarrow \begin{cases} a = 21 \\ b = \frac{19}{2} \end{cases} \Rightarrow a + 2b = 40. \end{aligned}$$

Đáp án: 40

Câu 18. Cho $\int_0^1 \frac{4x^2 + 15x + 11}{2x^2 + 5x + 2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Biểu thức $T = a \cdot c - b$ bằng

Lời giải

Đáp án: 6

Ta có

$$\int_0^1 \frac{4x^2 + 15x + 11}{2x^2 + 5x + 2} dx = \int_0^1 \frac{(4x^2 + 10x + 4) + (5x + 7)}{2x^2 + 5x + 2} dx = \int_0^1 \left(2 + \frac{5x + 7}{2x^2 + 5x + 2} \right) dx$$

$$= \int_0^1 \left(2 + \frac{1}{x+2} + \frac{3}{2x+1} \right) dx = \left(2x + \ln|x+2| + \frac{3}{2} \ln|2x+1| \right) \Big|_0^1 = 2 - \ln 2 + \frac{5}{2} \ln 3$$

Vậy $a=2$, $b=-1$, $c=\frac{5}{2}$ nên $T=6$.

Đáp án: 6

Câu 19. Biết $\int_0^1 \frac{x^2 - 2}{x+1} dx = \frac{-1}{m} + n \ln 2$, với m, n là các số nguyên. Tính $S = m + n$.

Lời giải

Đáp án: 1

Ta có: $\int_0^1 \frac{x^2 - 2}{x+1} dx = \int_0^1 \left(x - 1 - \frac{1}{x+1} \right) dx = \left(\frac{x^2}{2} - x - \ln|x+1| \right) \Big|_0^1 = \frac{-1}{2} - \ln 2$

Suy ra $m=2$; $n=-1$. Vậy $S=1$.

Đáp án: 1

Câu 20. Cho $\int_2^3 \frac{dx}{(x+1)(x+2)} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a + b^2 - c^3$ bằng

Lời giải

Đáp án: 6

Ta có $\int_2^3 \frac{dx}{(x+1)(x+2)} = \int_2^3 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx = \ln \left| \frac{x+1}{x+2} \right| \Big|_2^3 = \ln \frac{4}{5} - \ln \frac{3}{4} = 4 \ln 2 - \ln 3 - \ln 5$.

Suy ra $a=4, b=-1, c=-1$. Vậy $a + b^2 - c^3 = 6$.

Đáp án: 6

Câu 21. Cho $\int_1^2 \frac{x}{(x+1)^2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$, với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị $6a + b + c$ bằng:

Lời giải

Đáp án: -1

Ta có $\int_1^2 \frac{x}{(x+1)^2} dx = \int_1^2 \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2} \right) dx = \left(\ln|x+1| + \frac{1}{x+1} \right) \Big|_1^2 = -\frac{1}{6} - \ln 2 + \ln 3$

$\Rightarrow a = -\frac{1}{6}, b = -1, c = 1$, nên $6a + b + c = -1$.

Đáp án: -1

Câu 22. Một vật chuyển động chậm dần với vận tốc $v(t) = 160 - 10t$ (m/s). Hỏi rằng trong 3s trước khi dừng hẳn vật đi chuyển được bao nhiêu mét?

Lời giải

Đáp án: 45

⊛ Vật chuyển động chậm dần cho đến khi dừng hẳn thì

$$v(t) = 0 \Leftrightarrow 160 - 10t = 0 \Leftrightarrow t = 16(s)$$

⊛ Quãng đường vật đi được từ giây thứ 13 đến giây thứ 16 là

$$S = \int_{13}^{16} v(t) dt = \int_{13}^{16} (160 - 10t) dt = 45m$$

Đáp án: 45

Câu 23. Một xe mô tô phân khối lớn đang chạy với vận tốc 10m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 3t(m/s^2)$. Hỏi quãng đường của xe đi được trong quãng thời gian 10s đầu tiên sau khi tăng tốc ?

Lời giải

Đáp án: 1433

⌘ Xe mô tô tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 3t(m/s^2)$. Vận tốc $v(t)$ chính là nguyên hàm của hàm số $a(t)$.

$$v(t) = \int a(t) dt = \int (t^2 + 3t) dt = \frac{t^3}{3} + 3\frac{t^2}{2} + C$$

⌘ Vận tốc ban đầu của xe là $v_0 = 10m/s$ nên

$$v(0) = 10 \Leftrightarrow \frac{0^3}{3} + 3\frac{0^2}{2} + C = 10 \Leftrightarrow C = 10 \Rightarrow v(t) = \frac{t^3}{3} + 3\frac{t^2}{2} + 10$$

⌘ Mặt khác, đạo hàm của quãng đường s chính là vận tốc v của xe chuyển động tại thời điểm t . Suy ra, quãng đường đi được của xe sau 10s đầu tiên bằng tích phân của hàm $v(t)$ khi biến t từ 0s đến 10s.

$$S = \int_0^{10} v(t) dt = \int_0^{10} \left(\frac{t^3}{3} + 3\frac{t^2}{2} + 10 \right) dt = \frac{4300}{3} \approx 1433$$

Đáp án: 1433

Câu 24. Một xe ô tô chuyển động với vận tốc tại giây thứ t là $v(t) = 4t^3 + 2t + 3(m/s)$. Hỏi xe đã đi được quãng đường là bao nhiêu kể từ lúc bắt đầu ($t=0$) cho đến lúc $t=5s$.

Lời giải

Đáp án: 665

Nguyên hàm của vận tốc $v(t)$ chính là quãng đường đi được $s(t)$. Suy ra quãng đường đi được trong khoảng thời gian từ $t=0s$ đến $t=5s$ là:

$$S = \int_0^5 v(t) dt = \int_0^5 (4t^3 + 2t + 3) dt = (t^4 + t^2 + 3t) \Big|_0^5 = 665$$

m.

Đáp án: 665

Câu 25. Công ty vừa đưa vào một dây chuyền sản xuất để chế tạo máy tính mới. Sau vài tuần, sản lượng đạt được $q(t) = 4000 \left(1 - \frac{10}{(10-t)^2} \right)$ máy/tuần. Tìm số máy sản xuất được từ tuần thứ ba đến hết tuần thứ tư.

Lời giải

Đáp án: 6333

⌘ Số lượng máy tính từ đầu tuần thứ 3 đến hết tuần thứ 4 là:

$$\int_2^4 4000 \left(1 - \frac{10}{10-t^2} \right) dt = 4000t \Big|_2^4 + \frac{40000}{t-10} \Big|_2^4 \approx 6333$$

Đáp án: 6333

Câu 26. Việc thở là những vòng tuần hoàn, mỗi vòng tính từ lúc bắt đầu hít vào đến lúc kết thúc thở ra, thường kéo dài trong 5s. Vận tốc cực đại của khí là $V \text{ l/s}$, vì thế nó được mô hình hoá bởi $v(t) = V \sin \frac{2\pi t}{5}$. Tính thể tích khí hít vào phổi sau thời gian 2s.

Lời giải

Đáp án: 1,44

Vận tốc của khí hít vào được mô hình bởi công thức $v(t) = V \sin \frac{2\pi t}{5}$. Suy ra lượng khí hít vào sau 2 giây là :

$$N(2) = \int_0^2 v(x) dx = \int_0^2 V \sin \frac{2\pi t}{5} dt = \frac{5V}{2\pi} \left(1 - \cos \frac{2\pi \cdot 2}{5} \right) = 1,44V \text{ lít khí.}$$

Đáp án: 1,44

Câu 27. Một lực có độ lớn 40 N cần thiết để kéo căng một chiếc lò xo có độ dài tự nhiên 10 cm lên 15 cm. Biết rằng theo định luật *Hooke* trong Vật lý, khi một chiếc lò xo bị kéo căng thêm x so với độ dài tự nhiên của lò xo thì lò xo tri lại với một lực cho bởi công thức $f(x) = kx \text{ (N)}$, trong đó k là hệ số đàn hồi của lò xo. Hãy tìm công sinh ra khi kéo lò xo có độ dài từ 15 cm đến 20 cm?

Lời giải

Đáp án: 3

Khi kéo lò xo từ 10 cm đến 15 cm nó bị kéo căng thêm 5 cm = 0,05 m.

$$\Rightarrow f(0,05) = 40 \Leftrightarrow 0,05k = 40 \Rightarrow k = 800. \text{ Do đó } f(x) = 800x$$

Công được sinh ra khi kéo căng lò xo từ 15 cm đến 20 cm là $W = \int_{0,05}^{0,1} f(x) dx$

$$\Rightarrow W = \int_{0,05}^{0,1} f(x) dx = \int_{0,05}^{0,1} (800x) dx = 800 \left(\frac{x^2}{2} \right) \Big|_{0,05}^{0,1} = 3 \text{ (J)}$$

Đáp án: 3

----HẾT----