ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI

MÔN: TOÁN 8

Bài 1. (2 điểm) Tìm x biết :

a) $\left|x - \frac{2}{3}\right| < \frac{1}{3}$

b) $-3^x = -6561$

c) $(2x-1)^{2012} = (2x-1)^{2010}$

Bài 2. (2 điểm)

a) Số tự nhiên $A = 1 + 2^{3^{2012}}$ là số nguyên tố hay hợp số ? Giải thích

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của $B = 2x^2 + y^2 + 2xy - 8x + 2028$

c) Tìm x, y, z biết: $10x^2 + y^2 + 4z^2 + 6x - 4y - 4xz + 5 = 0$

Bài 3. (1,5 điểm)

Một khối 8 có $\frac{2}{3}$ số học sinh đội tuyển Toán bằng $\frac{3}{4}$ số học sinh đội tuyển Anh và bằng $\frac{4}{5}$ số học sinh đội tuyển Văn. Đội tuyển Văn có số học sinh ít hơn tổng số học sinh của hai đội tuyển kia là 38 học sinh. Tính số học sinh của mỗi đội tuyển ?

Bài 4. (1,5 điểm). Cho $x(m+n) = y(n+p) = z(p+m)$ trong đó x, y, z la các số khác nhau và khác 0, Chứng minh rằng: $\frac{m-n}{x(y-z)} = \frac{n-p}{y(z-x)} = \frac{p-m}{z(x-y)}$

Bài 5 (3 điểm). Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Gọi M là một điểm nằm giữa A và B. Trên tia đối của tia AC lấy điểm I sao cho $AI = AM$.

a) Chứng minh rằng: $CM \perp BI$

b) Trên BC lấy điểm P sao cho $BP = 2CP$. Trên nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng BC có chứa điểm A, vẽ tia Px sao cho $\widehat{xPB} = 60^0$. Tia Px cắt tia CA tại D. Tính số đo $\widehat{BD}$

ĐÁP ÁN

Bài 1.

$a)\left|x-\frac{2}{3}\right|<\frac{1}{3}\Leftrightarrow\frac{-1}{3}<x-\frac{2}{3}<\frac{1}{3}\Leftrightarrow\frac{1}{3}<x<1$

b) $-3^x=-6561$ hay $-3^x=-3^8\Rightarrow x=8$

$c)(2x-1)^{2012}=(2x-1)^{2010}\Leftrightarrow(2x-1)^{2012}-(2x-1)^{2010}=0$

$\Leftrightarrow(2x-1)^{2010}.\left[1-(2x-1)^2\right]=0$

$\Leftrightarrow(2x-1)^{2010}.(1-2x+1)(1+2x-1)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-1=0\\2-2x=0\\2x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{1}{2}\\x=1\\x=0\end{array}\right.$

Bài 2.

a) $3^{2012}\vdots 3$ nên có thể viết $3^{2012}=3n(\in\mathbb{N})$

$\Rightarrow A=1+2^{3^{2012}}=1^3+2^{3n}=1^3+\left(2^n\right)^3=\left(1+2^n\right)\left[1-2^n+\left(2^n\right)^2\right]\Rightarrow A$ là hợp số

$b)B=2x^2+y^2+2xy-8x+2028$

$=x^2+2xy+y^2+x^2-8x+16+2012$

$=(x+y)^2+(x-4)^2+2012\geq 2012$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+y=0\\x-4=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x=4\\y=-4\end{array}\right.$

Giá trị nhỏ nhất của B là $2012\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x=4\\y=-4\end{array}\right.$

$c)10x^2+y^2+4z^2+6x-4y-4xz+5=0$

$\Leftrightarrow\left(9x^2+6x+1\right)+\left(y^2-4y+4\right)+\left(4z^2-4xz+x^2\right)=0$

$\Leftrightarrow(3x+1)^2+(y-2)^2+(2z-x)^2=0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+1=0 \\ y-2=0 \\ 2z-x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{1}{3} \\ y=2 \\ z=\frac{-1}{6} \end{cases}$$

Bài 3. Gọi số học sinh đội tuyển Toán, Anh, Văn thứ tự là $x, y, z\ (x, y, z \in \mathbb{N})$

Ta có: $\frac{2}{3}x=\frac{3}{4}y=\frac{4}{5}z \Rightarrow \frac{x}{18}=\frac{y}{16}=\frac{z}{15}=\frac{(x+y)-z}{(18+16)-15}=\frac{38}{19}=2$

Tính đúng $x=36; y=32; z=30$ và kết luận

Bài 4. Vì $xyz \neq 0$ nên: $x(m+n)=y(n+p)=z(p+m)$

$$\Rightarrow \frac{x(m+n)}{xyz}=\frac{y(n+p)}{xyz}=\frac{z(p+m)}{xyz}$$

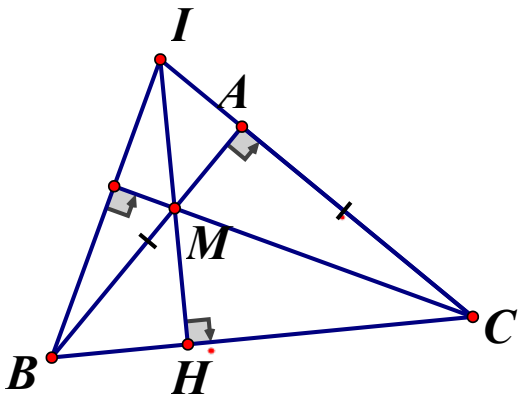
$$hay: \frac{m+n}{yz}=\frac{n+p}{xz}=\frac{p+m}{xy}$$

$$=\frac{(p+m)-(n+p)}{xy-yz}=\frac{(m+n)-(p+m)}{yz-xy}=\frac{(n+p)-(m+n)}{xz-yz}$$

$$=\frac{m-n}{x(y-z)}=\frac{n-p}{y(z-x)}=\frac{p-m}{z(x-y)}$$

Bài 5.

a)



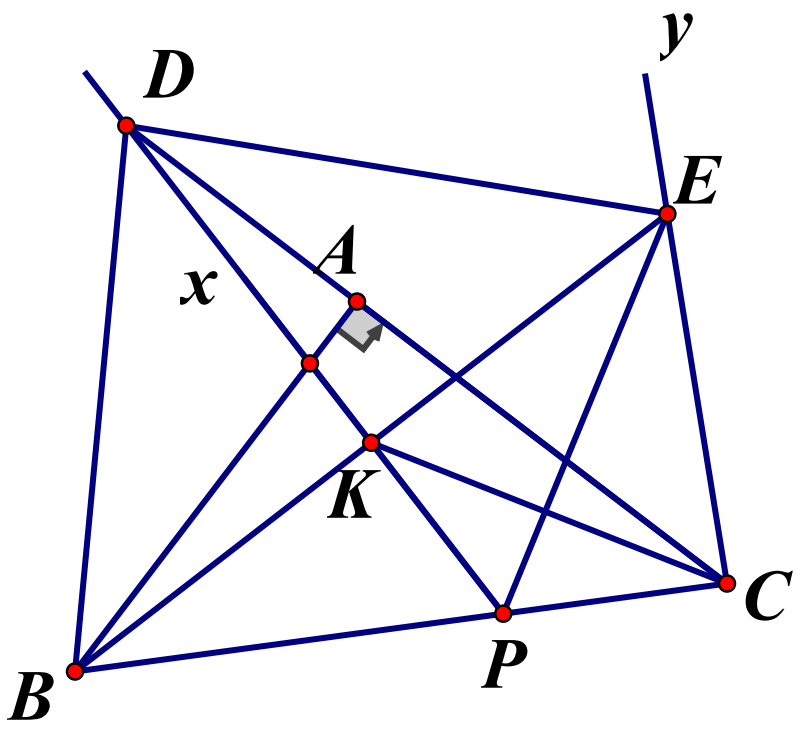
Tia IM cắt BC tại H

ΔABC vuông cân tại A nên $\hat{C} = 45^0, \Delta IAM$ vuông cân tại M nên $\hat{I} = 45^0$

ΔIHC có $\hat{C} + \hat{I} = 90^0 \Rightarrow \hat{H} = 90^0 \Rightarrow IH \perp BC$

Chứng minh được M là trực tâm $\Delta IBC \Rightarrow CM \perp BI$

b)



Gọi E là điểm đối xứng với B qua PD $\Rightarrow EP = PB = 2PC$

$\Rightarrow \Delta BPE$ cân tại P nên đường trung trực của PD cũng là phân giác

$\Rightarrow \hat{BPD} = \hat{DPE} = 60^0 \Rightarrow \hat{EPC} = 60^0$

Chứng minh được ΔEPC vuông tại C

Chứng minh được CD là phân giác của ΔPCE

Chứng minh được ED là phân giác ngoài tại đỉnh E của ΔPCE

Chứng minh được $\hat{yEP} = 150^0 \Rightarrow \hat{DEP} = 75^0$

Chứng minh được $\hat{PBD} = 75^0$ hay $\hat{CBD} = 75^0$