|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****LÀO CAI****ĐỀ CHÍNH THỨC**  | **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN****Năm học 2022-2023****Môn thi: TOÁN CHUYÊN***Thời gian làm bài : 150 phút*  |

**Câu 1. (2 điểm)**

1. Cho biểu thức , với 

Tìm các số nguyên để P nhận giá trị nguyên

1. Cho là các số thực dương và thỏa mãn điều kiện Chứng minh rằng 

**Câu 2. (0,5 điểm)** Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số, lấy ngẫu nhiên 1 số từ tập S. Tính xác suất để lấy được là số chính phương không vượt quá 2022

**Câu 3. (2 điểm)**

1. Theo kế hoạch một công nhân phải làm 54 sản phẩm trong một thời gian dự định. Do yêu cầu đột xuất, người đó phải làm 68 sản phẩm nên mỗi giờ người đó đã làm tăng thêm 3 sản phẩm vì thế công việc hoàn thành sớm hơn so với dự định là 20 phút. Hỏi theo dự định mỗi giờ người đó phải làm bao nhiêu sản phẩm, biết rằng mỗi giờ người đó làm được không quá 12 sản phẩm.
2. Cho phương trình (với m là tham số). Tìm để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn 

**Câu 4. (3,5 điểm)** Cho tam giác không cân nội tiếp đường tròn (O), ba đường cao của tam giác cắt nhau tại H. Gọi lần lượt là trung điểm của và Đường tròn ngoại tiếp tam giác cắt đường tròn tại điểm K (K khác A)

1. Chứng minh rằng tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh rằng tứ giác là hình thang cân
3. Chứng minh rằng 
4. Tiếp tuyến tại và K của đường tròn ngoại tiếp tam giác cắt nhau tại T. Chứng minh rằng đồng quy

**Câu 5. (1,0 điểm)**

1. Cho các số thực dương thỏa mãn Chứng minh rằng :



1. Cho các số thực dương thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức 

**Câu 6. (1,0 điểm)**

1. Chứng minh rằng với mọi số nguyên thì biểu thức chia hết cho 6
2. Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa mãn 

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (2 điểm)**

1. **Cho biểu thức , với **

**Tìm các số nguyên để P nhận giá trị nguyên**

****

Do nên để 

1. **Cho là các số thực dương và thỏa mãn điều kiện Chứng minh rằng **

Ta có :



Tương tự ta có : , khi đó :



**Câu 2. (0,5 điểm) Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số, lấy ngẫu nhiên 1 số từ tập S. Tính xác suất để lấy được là số chính phương không vượt quá 2022**

Không gian mẫu : 

Theo đề ta có : , nên số các số chính phương là :

. Vậy xác suất cần tìm : 

**Câu 3. (2 điểm)**

1. **Theo kế hoạch một công nhân phải làm 54 sản phẩm trong một thời gian dự định. Do yêu cầu đột xuất, người đó phải làm 68 sản phẩm nên mỗi giờ người đó đã làm tăng thêm 3 sản phẩm vì thế công việc hoàn thành sớm hơn so với dự định là 20 phút. Hỏi theo dự định mỗi giờ người đó phải làm bao nhiêu sản phẩm, biết rằng mỗi giờ người đó làm được không quá 12 sản phẩm.**

Đổi 20 phút giờ

Gọi số sản phẩm mỗi giờ người đó phải làm theo kế hoạch là (sản phẩm)

Điều kiện : 

Thời gian dự định người đó hoàn thành công việc là : (giờ)

Thực tế mỗi giờ làm được : (sản phẩm)

Thời gian thực tế người đó hoàn thành công việc là (giờ)

Theo đề bài ta có phương trình :



Vậy theo kế hoạch người đó phải là 9 sản phamat

1. **Cho phương trình (với m là tham số). Tìm để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn **

****

Nên phương trình (1) luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m

Áp dụng định lý Vi-et ta có :. Ta có :



Đặt 



Vậy 

**Câu 4. (3,5 điểm) Cho tam giác không cân nội tiếp đường tròn (O), ba đường cao của tam giác cắt nhau tại H. Gọi lần lượt là trung điểm của và Đường tròn ngoại tiếp tam giác cắt đường tròn tại điểm K (K khác A)**

****

1. **Chứng minh rằng tứ giác nội tiếp**

****cân tại Mlà các tứ giác nội tiếp 

Nên 

Từ (1) và (2) suy ra là tứ giác nội tiếp

1. **Chứng minh rằng tứ giác là hình thang cân**

****là đường kính đường tròn ngoại tiếp 

Vẽ đường kính của (O). ta có thẳng hàng

Dễ chứng minh là hình bình hành là trung điểm của 

Dễ chứng minh là hình bình hành nên 

Nhận thấy cắt và không song song với OM

Suy ra là hình thang cân

1. **Chứng minh rằng **

Vì cân tại M nên mà (cùng phụ với và

(do là tứ giác nội tiếp)



Tương tự : mà nên 

1. **Tiếp tuyến tại và K của đường tròn ngoại tiếp tam giác cắt nhau tại T. Chứng minh rằng đồng quy**

Gọi P là giao điểm của với BC, ta có : suy ra tứ giác nội tiếp. Do đó nên thẳng hàng

Ta có nên 

Mà nên 

Xét có đồng quy

**Câu 5. (1,0 điểm)**

1. **Cho các số thực dương thỏa mãn Chứng minh rằng :**

****

Áp dụng bất đẳng thức Cosi ta có :


Tương tự ta có : . Suy ra :



Dấu bằng xảy ra khi 

1. **Cho các số thực dương thỏa mãn . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức **

Ta có :



Áp dụng bđt Co-si ta có :



Tương tự ta có : 

Từ (1), (2), (3) ta có :



Vậy 

**Câu 6. (1,0 điểm)**

1. **Chứng minh rằng với mọi số nguyên thì biểu thức chia hết cho 6**

Nếu n chẵn , nếu n lẻ 

Nếu nếu 

Nếu 

Mà 

1. **Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa mãn **



Ta xem phương trình (1) là phương trình bậc 2 ẩn y với x là tham số

Để phương trình (1) có nghiệm thì :



Thay vào (1) ta đượ các nghiệm nguyên 