

## TÀI LIỆU ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT

## CHUYÊN ĐỀ 17: PHÉP ĐẾM – HOÁN VỊ - CHỈNH HỢP – TỔ HỢP

## KIẾN THỨC CẦN NHỚ:

**1. Quy tắc cộng:** Một công việc được hoàn thành bởi một trong hai hành động. Nếu hành động này có  $m$  cách thực hiện, hành động kia có  $n$  cách thực hiện không trùng với bất kì cách nào của hành động thứ nhất thì công việc đó có  $m+n$  cách thực hiện.

♦ Nếu  $A$  và  $B$  là các tập hợp hữu hạn không giao nhau thì:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

**2. Quy tắc nhân:** Một công việc được hoàn thành bởi hai hành động liên tiếp. Nếu có  $m$  cách thực hiện hành động thứ nhất và ứng với mỗi cách đó có  $n$  cách thực hiện hành động thứ hai thì có  $m.n$  cách hoàn thành công việc.

♦ Dạng toán tìm số các số tạo thành: Gọi số cần tìm có dạng:  $\overline{abc\dots}$ , tùy theo yêu cầu bài toán:

Nếu số lẻ thì số tận cùng là số lẻ.

Nếu số chẵn thì số tận cùng là số chẵn.

**3. Hoán vị:** Cho tập  $A$  có  $n$  ( $n \geq 1$ ) phần tử. Khi sắp xếp  $n$  phần tử này theo một thứ tự, ta được một hoán vị các phần tử của tập  $A$  (gọi tắt là một hoán vị của  $A$ ).

Số các hoán vị của một tập hợp có  $n$  phần tử là

$$P_n = n! = n(n-1)(n-2)\dots 1$$

**4. Chỉnh hợp:** Cho tập hợp  $A$  gồm  $n$  phần tử và số nguyên  $k$  với  $1 \leq k \leq n$ . Khi lấy ra  $k$  phần tử của  $A$  và sắp xếp chúng theo một thứ tự, ta được một chỉnh hợp chập  $k$  của  $n$  phần tử của  $A$  (gọi tắt là một chỉnh hợp chập  $k$  của  $A$ ).

Số các chỉnh hợp chập  $k$  của một tập hợp có  $n$  phần tử  $1 \leq k \leq n$  là

$$A_n^k = n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

**5. Tổ hợp:** Cho tập  $A$  có  $n$  phần tử và số nguyên  $k$  với  $1 \leq k \leq n$ . Mỗi tập con của  $A$  có  $k$  phần tử được gọi là một tổ hợp chập  $k$  của  $n$  phần tử của  $A$  (gọi tắt là một tổ hợp chập  $k$  của  $A$ ).

Số các tổ hợp chập  $k$  của một tập hợp có  $n$  phần tử ( $1 \leq k \leq n$ ) là

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

**Câu 22: TK2023** Cho tập hợp  $A$  có 15 phần tử. Số tập con gồm hai phần tử của  $A$  bằng

**A.** 225

**B.** 30

**C.** 210

**D.** 105

**Lời giải**

**Chọn D**

Số tập hợp con của  $A$  là  $C_{15}^2 = 105$ .

**Câu 1:** ĐTK2022 Với  $n$  là số nguyên dương, công thức nào dưới đây đúng?

- A.  $P_n = n!$       B.  $P_n = n - 1$       C.  $P_n = (n - 1)!$       D.  $P_n = n$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

♦ Ta đã biết,  $P_n$  là kí hiệu số các hoán vị của  $n$  phần tử, với  $n$  là số nguyên dương.

Do đó, công thức đúng là  $P_n = n!$ .

**Câu 2:** Tập hợp  $M$  có 12 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của  $M$  là

- A.  $12^2$       B.  $C_{12}^2$       C.  $A_{12}^{10}$       D.  $A_{12}^2$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Số tập con thỏa mãn đề bài chính là số cách chọn 2 phần tử lấy trong tập hợp  $M$  có 12 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của tập hợp  $M$  là  $C_{12}^2$ .

**Câu 3:** Một tổ có 4 học sinh nam và 6 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh trong đó có 2 học sinh nam?

- A.  $C_4^2 + C_6^1$       B.  $C_4^2 \cdot C_6^1$       C.  $A_4^2 \cdot A_6^1$       D.  $A_4^2 + A_6^1$ .

**Lời giải.**

**Chọn B**

❖ Chọn 2 học sinh nam có  $C_4^2$  cách.

❖ Chọn 1 học sinh nữ có  $C_6^1$  cách.

Theo quy tắc nhân, ta có  $C_4^2 \cdot C_6^1$  cách chọn thỏa yêu cầu.

**Câu 4:** Trong một hộp chứa sáu quả cầu trắng được đánh số từ 1 đến 6 và ba quả cầu đen được đánh số từ 7 đến 9. Có bao nhiêu cách chọn một trong các quả cầu ấy?

- A. 1.      B. 3.      C. 6.      D. 9.

**Lời giải**

**Chọn D**

Mỗi quả cầu được đánh một số khác nhau, nên mỗi lần lấy ra một quả cầu bất kì là một lần chọn.

Số quả cầu là  $6 + 3 = 9$ .

Tương ứng với 9 cách chọn.

**Câu 5:** Lớp 12A có 43 học sinh, lớp 12B có 30 học sinh. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh từ lớp 12A và 12B. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

- A. 43.      B. 30.      C. 73.      D. 1290.

**Lời giải**

**Chọn C**

Tổng số học sinh 2 lớp là  $43 + 30 = 73$

Số cách chọn là 73.

- Câu 6:** Từ các chữ số  $1, 2, 3, 4$  có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 1 chữ số?  
**A.** 5.                      **B.** 3.                      **C.** 1.                      **D.** 4.

**Lời giải**

**Chọn D**

Số tự nhiên cần lập có 1 chữ số được lấy ra từ 4 số trên, do đó có 4 cách.

- Câu 7:** Bạn muốn mua một cây bút mực và một cây bút chì. Các cây bút mực có  $8$  màu khác nhau, các cây bút chì cũng có  $8$  màu khác nhau. Như vậy bạn có bao nhiêu cách chọn?  
**A.** 16.                      **B.** 2.                      **C.** 64.                      **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn C**

Mua một cây bút mực có  $8$  cách

Mua một cây bút chì có  $8$  cách.

Công việc mua bút là hành động liên tiếp, theo quy tắc nhân ta có  $8 \cdot 8 = 64$  cách.

- Câu 8:** Bạn cần mua một cây bút để viết bài. Bút mực có 8 loại khác nhau, bút chì có 8 loại khác nhau. Như vậy bạn có bao nhiêu cách chọn?  
**A.** 16.                      **B.** 2.                      **C.** 64.                      **D.** 3.

**Lời giải**

**Chọn A**

Công việc mua bút có 2 phương án độc lập nhau.

Phương án 1 mua một cây bút mực có  $8$  cách.

Phương án 2 mua một cây bút chì có  $8$  cách.

Theo quy tắc cộng, ta có:  $8 + 8 = 16$  cách.

- Câu 9:** Từ thành phố A có 10 con đường đến thành phố B, từ thành phố B có 7 con đường đến thành phố C. Từ A đến C phải qua B, hỏi có bao nhiêu cách đi từ A đến C?  
**A.** 10.                      **B.** 7.                      **C.** 17.                      **D.** 70.

**Lời giải**

**Chọn D**

Công việc đi từ A đến C gồm 2 hành động liên tiếp.

Hành động 1: đi từ A đến B có 10 cách.

Hành động 2: đi từ B đến C có 7 cách.

Theo quy tắc nhân, đi từ A đến C có  $10 \cdot 7 = 70$  cách.

- Câu 10:** Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, 1 loại quả trong 5 loại, 1 loại nước uống trong 3 loại. Hỏi có bao nhiêu cách lập thực đơn?  
**A.** 73.                      **B.** 75.                      **C.** 85.                      **D.** 95.

**Lời giải**

**Chọn B**

Lập thực đơn gồm 3 hành động liên tiếp:

Chọn món ăn có 5 cách.

Chọn quả có 5 cách.

Chọn nước uống có 3 cách.

Theo quy tắc nhân:  $5 \cdot 5 \cdot 3 = 75$  cách

**Câu 11:** Có bao nhiêu số có năm chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 ?

A.  $A_6^5$ .

B.  $P_6$ .

C.  $C_6^5$ .

D.  $P_5$ .

Lời giải.

**Chọn A**

Số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 là một chỉnh hợp chập 5 của 6 phần tử. Vậy có  $A_6^5$  số cần tìm.

**Câu 12:** Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?

A.  $6^6$ .

B.  $5!$ .

C.  $6!$ .

D.  $6$ .

Lời giải.

**Chọn C**

Mỗi cách sắp xếp 6 học sinh thành một hàng dọc là một hoán vị của tập có 6 phần tử. Vậy có tất cả  $6!$  cách sắp xếp.

**Câu 13:** Có bao nhiêu cách chọn 3 học sinh từ một nhóm gồm 8 học sinh?

A.  $A_8^3$ .

B.  $3^8$ .

C.  $8^3$ .

D.  $C_8^3$ .

Lời giải.

**Chọn D**

Số cách chọn 3 học sinh từ một nhóm gồm 8 học sinh là tổ hợp chập 3 của 8 phần tử. Vậy có  $C_8^3$  cách chọn.

**Câu 14:** Một câu lạc bộ có 30 thành viên. Có bao nhiêu cách chọn một ban quản lí gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch và 1 thư kí?

A.  $A_{30}^3$ .

B.  $C_{30}^3$ .

C.  $30!$ .

D.  $3!$ .

Lời giải.

**Chọn A**

Mỗi cách chọn 3 người ở 3 vị trí là một chỉnh hợp chập 3 của 30 thành viên. Vậy số cách chọn là:  $A_{30}^3$ .

**Câu 15:** Trong trận chung kết bóng đá phải phân định thắng thua bằng đá luân lưu 11 mét. Huấn luyện viên của mỗi đội cần trình với trọng tài một danh sách sắp thứ tự 5 cầu thủ trong 11 cầu thủ để đá luân lưu 5 quả 11 mét. Hỏi huấn luyện viên của mỗi đội sẽ có bao nhiêu cách chọn?

A.  $C_{11}^5$ .

B.  $A_{11}^5$ .

C.  $5!$ .

D.  $11!$ .

Lời giải.

**Chọn B**

Mỗi cách chọn 5 cầu thủ trong 11 cầu thủ để đá luân lưu là một chỉnh hợp chập 5 của 11 phần tử. Vậy số cách chọn là:  $A_{11}^5$ .

**Câu 16:** Cho đa giác lồi 20 đỉnh. Số tam giác có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác đã cho là

- A.  $A_{20}^3$ .      B.  $\frac{C_{20}^3}{3!}$ .      C.  $20!$ .      D.  $C_{20}^3$ .

**Lời giải.**

**Chọn D**

Mỗi tam giác được tạo thành là một tổ hợp chập 3 của 20 phần tử. Vậy số tam giác là:  $C_{20}^3$ .

**Câu 17:** Một tổ có 7 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh trong đó có 2 học sinh nữ?

- A.  $A_5^2 \cdot A_7^4$ .      B.  $C_5^2 \cdot C_7^4$ .      C.  $C_5^2 + C_7^4$ .      D.  $A_5^2 + A_7^4$ .

**Lời giải.**

**Chọn B**

Để chọn được 6 học sinh theo yêu cầu ta cần chọn liên tục 2 học sinh nữ và 4 học sinh nam.

❖ Chọn 2 học sinh nữ có  $C_5^2$  cách.

❖ Chọn 4 học sinh nam có  $C_7^4$  cách.

Theo quy tắc nhân, ta có  $C_5^2 \cdot C_7^4$  cách chọn thỏa yêu cầu.

**Câu 18:** Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 5 học sinh khối 11 và 4 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có đúng 2 học sinh?

- A.  $C_6^2 \cdot C_5^2 \cdot C_4^2$ .      B.  $A_6^2 \cdot A_5^2 \cdot A_4^2$ .      C.  $C_6^2 + C_5^2 + C_4^2$ .      D.  $A_6^2 + A_5^2 + A_4^2$ .

**Lời giải.**

**Chọn A**

❖ Chọn 2 học sinh khối 12 có  $C_6^2$  cách.

❖ Chọn 2 học sinh khối 11 có  $C_5^2$  cách.

❖ Chọn 2 học sinh khối 10 có  $C_4^2$  cách.

Theo quy tắc nhân, ta có  $C_6^2 \cdot C_5^2 \cdot C_4^2$  cách chọn thỏa yêu cầu.

**Câu 19:** Một hộp có 8 bi xanh, 5 bi đỏ và 4 bi vàng. Có bao nhiêu cách chọn ra 3 bi sao cho có đúng 1 bi đỏ?

- A.  $C_5^1 \cdot C_8^1 \cdot C_4^1$ .      B.  $A_5^1 \cdot A_{12}^2$ .      C.  $C_5^1 \cdot C_{12}^2$ .      D.  $A_5^1 \cdot A_8^1 \cdot A_4^1$ .

**Lời giải.**

**Chọn C**

❖ Chọn 1 bi đỏ có  $C_5^1$  cách.

❖ Chọn 2 bi còn lại có  $C_{12}^2$  cách.

Theo quy tắc nhân, ta có  $C_5^1 \cdot C_{12}^2$  cách chọn thỏa yêu cầu.

**Câu 20:** (Mã 101 - 2020 Lần 1) Có bao nhiêu cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc?

- A. 36.                      B. 720.                      C. 6.                      D. 1.

**Lời giải**

**Chọn B**

Có  $6! = 720$  cách xếp 6 học sinh thành một hàng dọc

**Câu 21:** (Mã 103 - 2020 Lần 2) Có bao nhiêu cách chọn một học sinh từ một nhóm gồm 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ là

- A. 7.                      B. 12.                      C. 5.                      D. 35.

**Lời giải**

**Chọn B**

Tổng số học sinh là:  $5 + 7 = 12$ .

Số chọn một học sinh là: 12 cách.

**Câu 22:** Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh?

- A. 14.                      B. 48.                      C. 6.                      D. 8.

**Lời giải**

**Chọn A**

Số cách chọn 1 học sinh từ nhóm gồm 14 học sinh là 14.

**Câu 23:** Trên mặt phẳng cho 2019 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vectơ, khác vectơ - không có điểm đầu và điểm cuối được lấy từ 2019 điểm đã cho?

- A.  $2^{2019}$ .                      B.  $2019^2$ .                      C.  $C_{2019}^2$ .                      D.  $A_{2019}^2$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Để lập vectơ, ta có 2019 cách chọn điểm đầu, ứng với mỗi cách chọn điểm đầu có 2018 cách chọn điểm cuối.

Vậy theo quy tắc nhân, ta có số vectơ thỏa mãn yêu cầu là  $2019 \cdot 2018 = A_{2019}^2$ .

**Cách khác:**

Qua 2 điểm phân biệt  $A, B$  có 2 vectơ là  $AB$  và  $BA$ .

Vậy số vectơ, khác vectơ - không có điểm đầu và điểm cuối được lấy từ

2019 điểm đã cho là số chỉnh hợp chập 2 của 2019 phần tử, bằng  $A_{2019}^2$ .

**Câu 24:** Trong hộp có 4 viên bi xanh, 5 viên bi đỏ, 6 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 3 viên bi. Số cách chọn là

- A. 9.                      B.  $C_4^3 + C_5^3 + C_6^3$ .                      C.  $C_{15}^3$ .                      D.  $A_{15}^3$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Tất cả có  $4 + 5 + 6 = 15$  viên bi.

Vì lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 3 viên bi nên mỗi cách chọn là một tổ hợp chập 3 của 15 phần tử.

Vậy số cách chọn bằng  $C_{15}^3$ .

**Câu 25:** Một tổ có 12 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh trong tổ làm nhiệm vụ trực nhật.

- A. 132.                      B. 66.                      C. 23.                      D. 123.

**Lời giải**

**Chọn B**

Mỗi cách chọn 2 học sinh trong tổ làm nhiệm vụ trực nhật là một tổ hợp chập 2 của 12 phần tử. Vậy số cách chọn là  $C_{12}^2 = 66$  cách.

**Câu 26:** Lớp 11A có 32 học sinh, giáo viên chủ nhiệm muốn chọn ra 3 học sinh trong đó một bạn làm lớp trưởng, một bạn làm lớp phó, một bạn làm sao đỏ. Hỏi giáo viên chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn.

- A. 6.                      B. 3.                      C.  $C_{32}^3$ .                      D.  $A_{32}^3$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Mỗi cách chọn ra 3 học sinh trong 32 học sinh vào 3 vị trí: lớp trưởng, lớp phó, sao đỏ là một chỉnh hợp chập 3 của 32 phần tử.

Vậy số cách chọn là  $A_{32}^3$ .

**Câu 27:** Cần chọn 4 người đi công tác trong một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là:

- A.  $C_{30}^4$ .                      B.  $A_{30}^4$ .                      C.  $30^4$ .                      D.  $4^{30}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Số cách chọn 4 người đi công tác trong một tổ có 30 người là  $C_{30}^4$ .

**Câu 28:** Cho tập hợp A có 20 phần tử. Hỏi A có bao nhiêu tập con gồm 6 phần tử?

- A.  $C_{20}^6$ .                      B. 20.                      C.  $P_6$ .                      D.  $A_{20}^6$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Số tập con có 6 phần tử của tập A là:  $C_{20}^6$ .

**Câu 29:** Một hộp chứa 10 quả cầu phân biệt. Số cách lấy ra từ hộp đó cùng lúc 3 quả cầu là:

- A. 720.                      B. 120.                      C.  $10^3$ .                      D.  $3^{10}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Số cách chọn cùng một lúc 3 quả cầu từ một hộp chứa 10 quả cầu phân biệt là  $C_{10}^3 = 120$ .

- Câu 30:** Giả sử ta dùng 6 màu để tô cho 4 nước khác nhau trên bản đồ và không có màu nào được dùng hai lần. Số các cách để chọn những màu cần dùng là
- A.  $A_6^4$ .                      B. 10                      C.  $C_6^4$ .                      D.  $6^4$ .

Lời giải

**Chọn A**

Vì không có màu nào được dùng 2 lần nên ta có:  $A_6^4$  cách

- Câu 31:** Từ các chữ số  $1;2;3;4;5$  có thể lập được bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau?
- A. 120.                      B. 5.                      C. 625.                      D. 24.

Lời giải

**Chọn A**

Mỗi số có 4 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số  $1;2;3;4;5$  là một chỉnh hợp chập 4 của 5 phần tử.

Số các số được tạo thành là:  $A_5^4 = 120$

- Câu 32:** Cho tập hợp  $M$  có 30 phần tử. Số tập con gồm 5 phần tử của  $M$  là
- A.  $A_{30}^4$ .                      B.  $30^5$ .                      C.  $30^5$ .                      D.  $C_{30}^5$ .

Lời giải

**Chọn D**

Số tập con gồm 5 phần tử của  $M$  chính là số tổ hợp chập 5 của 30 phần tử, nghĩa là bằng  $C_{30}^5$ .

- Câu 33:** Từ 7 chữ số  $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$  có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?
- A.  $7^4$ .                      B.  $P_7$ .                      C.  $C_7^4$ .                      D.  $A_7^4$ .

Lời giải

**Chọn D**

Mỗi số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ 7 chữ số  $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$  là một chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử. Nên số tự nhiên tạo thành là:  $A_7^4$  (số).

- Câu 34:** Một tổ có 10 học sinh. Số cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ 2 chức vụ tổ trưởng và tổ phó là
- A.  $C_{10}^2$ .                      B.  $A_{10}^8$ .                      C.  $10^2$ .                      D.  $A_{10}^2$ .

Lời giải

**Chọn D**

Theo yêu cầu bài toán thì chọn ra 2 học sinh từ 10 học sinh có quan tâm đến chức vụ của mỗi người nên mỗi cách chọn sẽ là một chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử.

Số cách chọn là  $A_{10}^2$ .



**Câu 35:** Cho 20 điểm phân biệt cùng nằm trên một đường tròn. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các điểm này?

- A. 8000.                      B. 6480.                      C. 1140.                      D. 600.

**Lời giải**

**Chọn C**

Chọn 3 điểm từ 20 điểm ta có một tam giác nên số tam giác tạo thành từ 20 điểm đã cho là  $C_{20}^3 = 1140$ .

**Câu 36:** Số tam giác xác định bởi các đỉnh của một đa giác đều 10 cạnh là

- A. 35.                      B. 120.                      C. 240.                      D. 720.

**Lời giải**

**Chọn B**

Cứ ba đỉnh của đa giác đều sẽ tạo thành một tam giác.

Chọn 3 trong 10 đỉnh của đa giác đều, có  $C_{10}^3 = 120$ .

Vậy có 120 tam giác xác định bởi các đỉnh của đa giác đều 10 cạnh.