**KỲ THI VÀO LỚP 10 CHUYÊN THPT LAM SƠN THANH HÓA**

**NĂM HỌC 2023-2024**

**Môn thi : TOÁN (***Dùng chung cho tất cả các thí sinh)***Thời gian làm bài : 120 phút .** Ngày thi: 26/05/2023

**Câu I** (2,0 điểm).

Cho biểu thức A= $\frac{(\sqrt{x}-1)^{2}+\sqrt{x}}{\sqrt{X}-1}$:$\left(\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}-\frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}\right)$ với x>0, x≠1.

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Chứng minh rằng A>1.

**Câu II** (2,0 điểm).

1. Tìm m, n để đường thẳng (d) : y=mx+n đi qua điểm A(2;3) và cắt đường thẳng y=x-2 tại điểm có hoành độ bằng -1. m=1; n=1
2. Gải hệ phương trình $\left\{\begin{array}{c}\frac{3}{2x+2}+y=6\\\frac{1}{x+1}-2y=-4\end{array}\right.$

**Câu III**(2,0 điểm). Cho phương trình $x^{2}-2\left(m-1\right)x+m^{2}+4=0$ (m là tham số).

1. Giải phương trình khi m=6
2. Tìm m để phương trình có hai nghiệm $x\_{1, }x\_{2}$ thỏa mãn 6$x\_{1}^{2}$+6$x\_{1}x\_{2}$=(m+1)($x\_{1}^{3}$+$x\_{2}^{3}$-12$x\_{2}$).

**Câu IV**(3,0 điểm). Cho đường tròn(O) đường kính AB. Trên đường tròn (O) lấy điểm C không trùng với B sao cho CA>CB. Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và C cắt nhau tại D. Gọi H là hính chiếu vuông góc của C trên AB, E là giao điểm của hai đường tròn OD và AC.

1. Chứng minh tứ giác OADC nội tiếp đường trong.
2. Gọi F là giao điểm của hai đường thẳng CD và AB. Chứng minh 2$\hat{BCF}$+$\hat{CFB}$=$90^{0}$.
3. Gọi M là giao điểm của hai đường thẳng BD và CH. Chứng minh $\frac{OC}{EM}-\frac{EO}{ED}=1$.

**Câu V**(1,0 điểm). Cho a,b,c là ba số thực dương thỏa mãn abc=1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P=$\frac{a^{2 }+b^{2 }+c^{2 }+5}{ab+bc+ca+1}$.

**Hướng dẫn giải:**

**Câu I.**

**Cho biểu thức** A=$\frac{(\sqrt{x}-1)^{2 }+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$:$\left(\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}-\frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}\right)$ **với** x>0, x≠1.

**Cách giải:**

1. **Rút gọn biểu thức A.**

Với x>0, x≠1 ta có:

A=$\frac{(\sqrt{x}-1)^{2 }+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$:$\left(\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}-\frac{x+\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}\right)$

 =$\frac{(\sqrt{x}-1)^{2 }+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$:$\left(\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1}-\frac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)+1}{\sqrt{x}+1}\right)$

 =$\frac{(\sqrt{x}-1)^{2 }+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$:$\left(\sqrt{x}+1-\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}+1}\right)$

 =$\frac{(\sqrt{x}-1)^{2 }+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$:$\left(1-\frac{1}{\sqrt{x}+1}\right)$

 =$\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$:$\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$

 =$\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}$.$\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

 =$\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

Vậy với x>0, x≠1 thì A=$\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$

1. **Chứng minh rằng** A>1.

A=$\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$ >1 ⬄ $\frac{x-\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}-1=0$ ⬄ $\frac{x-2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}>0$ ⬄ $\frac{(\sqrt{x}+1)^{2}}{\sqrt{x}}$ >0 ( đúng với mọi x>0, x≠1)

Vậy A>1.

**Câu II**

**Cách giải:**

1. **Tìm m,n để đường thẳng** (d) : y = mx+n **đi qua điểm** A(2;3) **và cắt đường thằng** y= x-2 **tại điểm có hoành độ bằng -1.**

Vì A(2;3) € (d) nên thay tọa độ điểm A vào phương trình đường thằng (d) ta được:

2m+n=3(1)

Do (d) cắt y= x-2 tại điểm có hoành độ bằng -1 nên thay x=1 => y=-1-2=-3

Thay tọa độ x=-1, y=-3 vào (d): y=mx+n

Ta có : m(-1) +n = -3 ⬄ -m +n = -3 (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\left\{\begin{array}{c}2m+n=3\\-m+n=-3\end{array}\right.$ ⬄$\left\{\begin{array}{c}3m=6\\n=-3+m\end{array}\right.$ ⬄ $\left\{\begin{array}{c}m=2\\n=-1\end{array}\right.$

Vậy m=2; m=-1

1. **Giải hệ phương trình** $\left\{\begin{array}{c}\frac{3}{2x+2}+y=6\\\frac{1}{x+1}-2y=-4\end{array}\right.$.

ĐKXĐ: x≠-1

Đặt: z=$\frac{1}{x+1}$

khi đó hệ phương trình trở thành:

$\left\{\begin{array}{c}\frac{3}{2}z+y=6\\z-2y=-4\end{array}\right.$ ⬄ $\left\{\begin{array}{c}3z+2y=12\\z-2y=-4\end{array}\right.$ ⬄ $\left\{\begin{array}{c}4z=8\\y=6-\frac{3}{2}z\end{array}\right.$ ⬄ $\left\{\begin{array}{c}z=2\\y=3\end{array}\right.$

Với z=-2 ta có: $\frac{1}{x+1}$=2 => x+1=$\frac{1}{2}$ ⬄ x=-$\frac{1}{2}$ (thỏa mãn)

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất là (x;y)=$\left(-\frac{1}{2};3\right)$

**Câu III.** Cho phương trình $x^{2}$-2(m+1)x+$m^{2}$+4+0 ( m là tham số).

**Cách giải:**

1. **Giải phương trình khi** m=6.

Khi m=6, phương trình trở thành $x^{2}-14x+40=0$

Ta có: ∆’=$(-7)^{2}-40.1=9>0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt$\left[\frac{x\_{1}=\frac{7+\sqrt{9}}{1}=10}{x\_{2}=\frac{7-\sqrt{9}}{1}=4}\right.$

Vậy phương trình có tập nghiệm S={10;4}

1. **Tìm m để phhuowng trình có hai nghiệm** $x\_{1}$, $x\_{2}$ **thỏa mãn** 6$x\_{1}^{2}+6x\_{1}x\_{2}=\left(m+1\right)\left(x\_{1}^{3}+x\_{2}^{3}-12x\_{2}\right).$

Xét phương trình $x^{2}-2\left(m+1\right)x+m^{2}+4=0$

Ta có ∆’= $(m+1)^{2}-\left(m^{2}=4\right)=m^{2}+2m+1-m^{2}-4=2m-3$

Để phương trình có hai nghiệm $x\_{1 }, x\_{2}$ thì ∆’>0 ⬄ 2n-3 >0 ⬄ m>$\frac{3}{2}$.

Áp dụng định lí Vi et ta có: $\left\{\frac{x\_{1}+x\_{2}=\frac{-b}{a}=2(m+1)}{x\_{1}x\_{2}=\frac{c}{a}=m^{2}+4}\right.$

khi đó để 6$x\_{1}^{2}+6x\_{1}x\_{2}=(m+1) \left(x\_{1}^{3}+x\_{2}^{3}-12x\_{2}\right)$

⬄6$x\_{1}^{2}(x\_{1}+x\_{2})=\left(\frac{x\_{1}+x\_{2}}{2}\right)$($x\_{1}^{3}+x\_{2}^{3}-12x\_{2})$

⬄12$x\_{1}(x\_{1}+x\_{2})$ = $(x\_{1}+x\_{2})( x\_{1}^{3}+x\_{2}^{3}-12x\_{2})$

⬄12$x\_{1}(x\_{1}+x\_{2})$ +12$x\_{2}(x\_{1}+x\_{2})=(x\_{1}+x\_{2})(x\_{1}^{3}+x\_{2}^{3}$)

⬄12$(x\_{1}+x\_{2})^{2}=(x\_{1}+x\_{2})(x\_{1}+x\_{2})(x\_{1}^{2}-x\_{1}x\_{2}+x\_{2}^{2}$)

⬄$(x\_{1}+x\_{2})^{2}[12-(x\_{1}^{2}-x\_{1}x\_{2}+x\_{2}^{2}$)]=0

⬄$\left(x\_{1}+x\_{2}\right)^{2}\left\{12-\left[\left(x\_{1}+x\_{2}\right)^{2}-3x\_{1}x\_{2}\right]\right\}=0$

⬄4$(m+1)^{2}\left\{12-\left[4\left(m+1\right)^{2}-3(m^{2}+4)\right]\right\}=$0

⬄$\left[\genfrac{}{}{0pt}{}{m+1=0}{12-[4\left(m+1)^{2}-3\left(m^{2}+4\right)\right]=0}\right.$ ⬄ $\left[\genfrac{}{}{0pt}{}{m=-1 (ktm)}{12-4\left(m^{2}+2m+1\right)+3m^{2}+12=0 (1)}\right.$

1. ⬄ $m^{2}+8m-20=0$

⬄$\left[\genfrac{}{}{0pt}{}{m=2 (tm)}{m=-10 \left( ktm\right)}\right.$

Vậy m=2 thỏa mãn.

**Câu IV** (3,0 điểm). **Cho đường tròn (O) đường kính AB. Trên đường tròn (O) lấy điểm C không trùng với B sao cho CA>CB. Các tiếp tuyến của đường tròn (O) tại A và C cắt nhau tại D. Gọi H là hình chiếu vuông góc của C trên AB, E là giao điểm của hai đường thẳng OD và AC.
Cách giải :**

****

1. **Chứng minh tứ giác ADOC nội tiếp đường tròn**

Do DA, DC là các tiesp tuyến của (O) nên DA ┴ OA , DC┴OC (tính chất)

Xét tứ giác ADOC có $\hat{DAO}+ \hat{DCO}=180^{0}$

Mà 2 góc này ở vị trí đối diện nên ADCO là tứ giác nội tiếp ( dhnb) (đpcm)

1. **Gọi F là giao điểm của đường thẳng CD và AB. Chứng minh** 2$\hat{BCF}+\hat{CFB}=90^{0}$

Xét ∆CFB có $\hat{BCF}+\hat{CFB}=\hat{CBA}$( tính chất góc ngoài)

Mà $\hat{CAO}=\hat{FCB}$ (=$\frac{1}{2}$sdCB)

* 2$\hat{BCF}+\hat{CFB}=\hat{CAB}+\hat{BCF }+\hat{CFB}=\hat{CAB}+\hat{CBA}$

Ta có $\hat{BCA}=90^{0}$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn )

* $\hat{CAB}+\hat{CBA}=180^{0}$- $\hat{BCA}$= $90^{0}$ (tồng ba góc trong một tam giác )
* $2\hat{BCF}+\hat{CFB}=90^{0}$ (đpcm)
1. **Gọi M là giao điểm của BD và CH. Chứng minh** $\frac{OC}{EM}-\frac{EO}{EM}=1$

 Do ∆ACH vuông tại H nên có $\hat{CHA}=90^{0}$-$\hat{CAH}$

Do ∆ABC vuông tại C nên $\hat{CBA}=90^{0}$-$\hat{CAH}$

* $\hat{ACH}$=$\hat{CBA}$

Do DA=DC (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau)

* ∆DAC cân tại D => $\hat{DCA}=\hat{DAC}$ (tính chất)

Mà $\hat{CBA}=\hat{CAD}$ (góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung cùng chắn một cung)

* $\frac{BM}{BD}=\frac{CM}{CD}$ (tính chất đường phân giác )

Do CH // AD (┴ AB) => $\frac{MH}{AD}=\frac{BM}{BD}$ (định lí Talet)

* $\frac{MH}{AD}=\frac{CM}{CD}$

Mà AD=CD nên suy ra MH=MC

* M là trung điểm cyar CH

Ta có $\left\{\begin{array}{c}DA=DC\\OA=OC\end{array}\right.$ => OD là trung trực của AC (tính chất)

* E là trung điểm của AC
* EM là đường trùng bình của ∆CAH => EM // AB

Ta có $\frac{EM}{OC}=\frac{EM}{OB}=\frac{DE}{DO} ( định lí Talet)$

* $\frac{OC}{EM}=\frac{OD}{DE}=\frac{OE+DE}{DE}=1+\frac{OE}{DE}$
* $\frac{OC}{EM}-\frac{EO}{EM}=1$ (đpcm)

**Câu V.**

**Cho a,b,c là ba số thực dương thỏa mãn** abc=1**. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức** P=$\frac{a^{2 }+b^{2 }+c^{2 }+5}{ab+bc+ca+1}$.

**Cách giải:**

Ta cần chứng minh P≥2 hay $a^{2 }+b^{2 }+c^{2 }+3\geq 2(ab+bc+ca)$

Theo nguyên lí Dirichlet, trong ba số a,b,c luôn tồn tại 2 số cùng phía với 1 ( tức là cùng $\geq 1$ hoặc ≤1)

Không mất tổng quát, giả sử là hai số đó là a và b khi đó : (a-1)(b-1) $\geq 0$

⬄ ab+1 $\geq a+b$

* abc+c $\geq ac+bc$
* 1+c $\geq ac+bc ( do abc=1)$
* 2+2c $\geq 2(ac+bc)$
* 2ab+2+2c $\geq 2(ab+bc+ca)$

Ta chứng minh : $a^{2 }+b^{2 }+c^{2 }+3\geq 2ab+2+2c$

 Thật vậy ta có:

$a^{2 }+b^{2 }+c^{2 }+3\geq $ 2ab+2+2c

⬄ ($a^{2 }+b^{2 }-2ab)+( c^{2 }-2c+1)\geq 0$

⬄$(a-b)^{2}$+$(c-1)^{2}\geq $ 0 (luôn đúng)

* $a^{2 }+b^{2 }+c^{2 }+3\geq 2(ab+bc+ca)$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\left\{\begin{array}{c}a-b=0\\c-1=0\\abc=1\end{array}\right.$ ⬄$\left\{\begin{array}{c}a=b\\c=1\\abc=1\end{array}\right.$ ⬄ a=b=c=1

Suy ra P=$\frac{a^{2 }+b^{2 }+c^{2 }+5}{ab+bc+ca+1}\geq 2$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P bằng 2 khi a=b=c=1.

$$Type equation here.$$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

https://www.vnteach.com