

PHƯƠNG TRÌNH ELIP

DẠNG 1. TÌM CÁC YẾU TỐ CỦA ELIP

- Câu 1.** Đường Elip $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ có tiêu cự bằng
- A. 6. B. 8. C. 9. D. $(-2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Elip $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ có $a^2 = 16$, $b^2 = 7$ suy ra $c^2 = a^2 - b^2 = 16 - 7 = 9 \Leftrightarrow c = 3$.
Vậy tiêu cự $2c = 2.3 = 6$.

- Câu 2.** Cho elip (E) có phương trình $16x^2 + 25y^2 = 400$. Khẳng định nào sai trong các khẳng định sau?
- A. (E) có trục nhỏ bằng 8.
B. (E) có tiêu cự bằng 3.
C. (E) có trục nhỏ bằng 10.
D. (E) có các tiêu điểm $F_1(-3; 0)$ và $F_2(3; 0)$.

Lời giải

Chọn B

$(E): 16x^2 + 25y^2 = 400 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.
Elip (E) có $a = 5$, $b = 4$, $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$.
Tiêu cự của elip (E) là $2c = 6$ nên khẳng định “ (E) có tiêu cự bằng 3” là khẳng định sai.

- Câu 3.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Tiêu cự của (E) bằng
- A. 10. B. 16. C. 4. D. 8.

Lời giải

Chọn D

Phương trình chính tắc của elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$)

Do đó elip (E) có $\begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = 4$.

Tiêu cự của elip (E) bằng $2c = 8$.

- Câu 4.** Một elip có diện tích hình chữ nhật cơ sở là 80, độ dài tiêu cự là 6. Tâm sai của elip đó là
- A. $e = \frac{4}{5}$. B. $e = \frac{3}{4}$. C. $e = \frac{3}{5}$. D. $e = \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích hình chữ nhật cơ sở là $2a.2b = 80$, suy ra $a.b = 20$ (1)

Lại có $2c = 6 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow a^2 - b^2 = c^2 = 9$ (2)

Từ (1) $\Rightarrow b = \frac{20}{a}$, thay vào (2) ta được:

$$a^2 - \frac{400}{a^2} = 9 \Rightarrow a^4 - 9a^2 - 400 = 0 \Leftrightarrow a^2 = 25 \Rightarrow a = 5.$$

Do đó tâm sai $e = \frac{3}{5}$.

- Câu 5.** Cho elip $(E): 4x^2 + 5y^2 = 20$. Diện tích hình chữ nhật cơ sở của (E) là
- A. $2\sqrt{5}$. B. 80. C. $8\sqrt{5}$. D. 40.

Lời giải

Chọn C

$$(E): 4x^2 + 5y^2 = 20 \Leftrightarrow \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$$

Độ dài trục lớn: $2a = 2\sqrt{5}$.

Độ dài trục bé: $2b = 2 \cdot 2 = 4$.

Diện tích hình chữ nhật cơ sở của (E) là: $2\sqrt{5} \cdot 4 = 8\sqrt{5}$.

- Câu 6.** (Yên Định 1 - Thanh Hóa - 2018-2019) Đường elip $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ có tiêu cự bằng
- A. 3. B. 9. C. 6. D. 18.

Lời giải

Chọn C

□ Ta có: $a^2 = 16$, $b^2 = 7$ nên $c^2 = a^2 - b^2 = 9 \Rightarrow c = 3$.

□ Tiêu cự của elip là $2c = 6$.

- Câu 7.** Cho elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tính tâm sai của elip.

- A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$; $b^2 = 1 \Rightarrow b = 1$; $c^2 = a^2 - b^2 = 3 \Rightarrow c = \sqrt{3}$

Tâm sai của elip là $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

- Câu 8.** (TH&TT LẦN 1 – THÁNG 12) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (với $a > b > 0$) có F_1, F_2 là các tiêu điểm và M là một điểm di động trên (E) . Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $MF_1 + MF_2 = 2b$. B. $(MF_1 - MF_2)^2 = 4(b^2 - OM^2)$.
C. $OM^2 - MF_1 \cdot MF_2 = a^2 - b^2$. D. $MF_1 \cdot MF_2 + OM^2 = a^2 + b^2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$MF_1 = a + \frac{cx}{a}; MF_2 = a - \frac{cx}{a} \Rightarrow MF_1 \cdot MF_2 = a^2 - \frac{c^2 x^2}{a^2}$$

$$M(x; y) \in (E) \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\Rightarrow y^2 = b^2 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) \Rightarrow OM^2 = x^2 + y^2 = x^2 + b^2 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right) = x^2 + b^2 - \frac{b^2 x^2}{a^2}$$

$$MF_1 \cdot MF_2 + OM^2 = a^2 - \frac{c^2 x^2}{a^2} + x^2 + b^2 - \frac{b^2 x^2}{a^2} = a^2 + b^2 + x^2 - \left(\frac{c^2 x^2}{a^2} + \frac{b^2 x^2}{a^2} \right)$$

$$= a^2 + b^2 + x^2 - \frac{(b^2 + c^2)x^2}{a^2}$$

$$\text{Vì } a^2 = b^2 + c^2 \text{ nên } MF_1 \cdot MF_2 + OM^2 = a^2 + b^2 + x^2 - \frac{(b^2 + c^2)x^2}{a^2} = a^2 + b^2 + x^2 - \frac{a^2 x^2}{a^2} = a^2 + b^2$$

Câu 9. Trong hệ trục Oxy , cho Elip (E) có các tiêu điểm $F_1(-4; 0), F_2(4; 0)$ và một điểm M nằm trên (E) . Biết rằng chu vi của tam giác MF_1F_2 bằng 18. Xác định tâm sai e của (E) .

A. $e = \frac{4}{5}$

B. $e = \frac{4}{18}$

C. $e = -\frac{4}{5}$

D. $e = \frac{4}{9}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $F_1(-4; 0) \Rightarrow c = 4$

$$P_{\Delta MF_1 F_2} = MF_1 + MF_2 + F_1 F_2$$

$$\Leftrightarrow 18 = 2a + 2c \Leftrightarrow 18 = 2a + 8 \Leftrightarrow a = 5.$$

$$\text{Tâm sai } e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}.$$

Câu 10. Cho Elip (E) đi qua điểm $A(-3; 0)$ và có tâm sai $e = \frac{5}{6}$. Tiêu cự của (E) là

A. 10

B. $\frac{5}{3}$

C. 5

D. $\frac{10}{3}$

Lời giải

Chọn C

Gọi phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a > b > 0$.

Vì (E) đi qua điểm $A(-3; 0)$ nên $\frac{9}{a^2} = 1 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$

$$\text{Lại có } e = \frac{c}{a} = \frac{5}{6} \Rightarrow c = \frac{5a}{6} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2c = 5$$

DẠNG 2. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ELIP

Câu 11. Trong mặt phẳng Oxy , phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của một elip?

A. $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$

B. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{8} = 1$

C. $\frac{x}{9} + \frac{y}{8} = 1$

D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$

Lời giải

Chọn D

Phương trình chính tắc của elip có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b > 0)$ nên chọn phương án D.

Câu 12. Phương trình chính tắc của đường elip với $a=4, b=3$ là

- A. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$

Lời giải

Chọn C

Phương trình chính tắc (E): $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

Câu 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình chính tắc của elip biết một đỉnh là $A_1(-5;0)$ và một tiêu điểm là $F_2(2;0)$

- A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$ B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ C. $\frac{x^2}{29} + \frac{y^2}{25} = 1$ D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{29} = 1$

Lời giải

Chọn A

Ta có $a=5; c=2 \Rightarrow b^2 = 25 - 4 = 21$

Vậy $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$

Câu 14. Tìm phương trình chính tắc của Elip có độ dài trục lớn bằng $4\sqrt{10}$ và đi qua điểm $A(0;6)$:

- A. $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{12} = 1$ B. $\frac{x^2}{160} + \frac{y^2}{36} = 1$ C. $\frac{x^2}{160} + \frac{y^2}{32} = 1$ D. $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{36} = 1$

Lời giải

Chọn D

Ta có phương trình chính tắc Elip (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$

Theo giả thiết ta có $2a = 4\sqrt{10} \Rightarrow a = 2\sqrt{10}$

Mặt khác (E) đi qua $A(0;6)$ nên ta có $\frac{6^2}{b^2} = 1 \Rightarrow b = 6$

Vậy phương trình chính tắc của (E) là: $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{36} = 1$

Câu 15. Lập phương trình chính tắc của Elip đi qua điểm B và có tâm sai $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

- A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ B. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$ C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{2} = 1$ D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$

Lời giải

Chọn A

Phương trình chính tắc của Elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b > 0)$

Elip đi qua điểm B nên $\frac{0^2}{a^2} + \frac{2^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = 4$

$$\text{Tâm sai } e = \frac{\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow c = \frac{\sqrt{5}}{3}a$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow a^2 = 4 + \left(\frac{\sqrt{5}}{3}a\right)^2 \Leftrightarrow a^2 = 9$$

$$\text{Vậy phương trình chính tắc của Elip cần tìm là } \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

- Câu 16.** Phương trình chính tắc của Elip có đỉnh $(-3;0)$ và một tiêu điểm là $(1;0)$ là
- A. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{9} = 1$ B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$ C. $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{9} = 1$ D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$

Lời giải

Chọn B

Elip có đỉnh $(-3;0) \Rightarrow a=3$ và một tiêu điểm $(1;0) \Rightarrow c=1$.

Ta có $c^2 = a^2 - b^2 \Leftrightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 9 - 1 = 8$.

$$\text{Vậy phương trình } (E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$$

- Câu 17.** (KSCL lần 1 lớp 11 Yên Lạc-Vĩnh Phúc-1819) Tìm phương trình chính tắc của elip có tiêu cự bằng 6 và trục lớn bằng 10.

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ C. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$ D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Phương trình chính tắc của elip: } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

$$\text{Độ dài trục lớn } 2a = 10 \Leftrightarrow a = 5$$

$$\text{Tiêu cự } 2c = 6 \Leftrightarrow c = 3$$

$$\text{Ta có: } a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 16$$

$$\text{Vậy phương trình chính tắc của elip là } \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1.$$

- Câu 18.** (LƯƠNG TÀI 2 BẮC NINH LẦN 1-2018-2019) Cho elip (E) có độ dài trục lớn gấp hai lần độ dài trục nhỏ và tiêu cự bằng 6. Viết phương trình của (E) ?

A. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{3} = 1$ B. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$ C. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{12} = 1$ D. $\frac{x^2}{48} + \frac{y^2}{12} = 1$

Lời giải:

Chọn B

$$\text{Ta có: } a = 2b, 2c = 6 \Rightarrow c = 3.$$

$$\text{Mà } a^2 - b^2 = c^2 \Rightarrow 4b^2 - b^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} b^2 = 3 \\ a^2 = 12 \end{cases}$$

$$\text{Vậy phương trình } (E): \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1.$$

Câu 19. Phương trình chính tắc của Elip có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$ B. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$ C. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{6} = 1$ D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

Lời giải

Chọn D.

+ Phương trình Elip dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a > b > 0$.

+ Do có độ dài trục lớn bằng 8 $= 2a \Rightarrow a = 4$

+ Do có độ dài trục nhỏ bằng 6 $= 2b \Rightarrow b = 3$

+ Suy ra phương trình là $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

Vậy chọn D

Câu 20. Elip có một tiêu điểm $F(-2; 0)$ và tích độ dài trục lớn với trục bé bằng $12\sqrt{5}$. Phương trình chính tắc của elip là:

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ B. $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{16} = 1$ C. $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{5} = 1$ D. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$

A

Lời giải:

Chọn A

Gọi (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$

Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} ab = 3\sqrt{5} \\ a^2 - b^2 = 4 \end{cases} \cup \begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 5 \end{cases}$

Vậy (E) cần tìm là $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$

Câu 21. Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình chính tắc của elip (E) biết (E) đi qua $M\left(\frac{3}{\sqrt{5}}; \frac{4}{\sqrt{5}}\right)$ và M nhìn hai tiêu điểm F_1, F_2 dưới một góc vuông.

A. (E): $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ B. (E): $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ C. (E): $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$ D. (E): $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$

Lời giải

Chọn B

Gọi (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Ta có: (E) đi qua $M\left(\frac{3}{\sqrt{5}}; \frac{4}{\sqrt{5}}\right)$ nên: $\frac{9}{5a^2} + \frac{16}{5b^2} = 1 \Leftrightarrow 16a^2 + 9b^2 = 5a^2b^2$ (1)

Vì M nhìn hai tiêu điểm F_1, F_2 dưới một góc vuông nên: $OM = \frac{F_1F_2}{2} = c$

$\Leftrightarrow OM^2 = c^2 \Leftrightarrow \frac{9}{5} + \frac{16}{5} = c^2 \Leftrightarrow a^2 - b^2 = c^2 = 5 \Leftrightarrow a^2 = 5 + b^2$ thế vào (1) ta được:

$$16(5+b^2)+9b^2=5(5+b^2)b^2 \Leftrightarrow b^4=16 \Rightarrow b^2=4 \text{ nên } a^2=9.$$

$$(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$$

Vậy:

DẠNG 3. CÁC BÀI TOÁN LIÊN QUAN KHÁC

Câu 22. (LẦN 01_VĨNH YÊN_VĨNH PHÚC_2019) Cho Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ và điểm M nằm trên (E) . Nếu điểm M có hoành độ bằng 1 thì các khoảng cách từ M đến hai tiêu điểm của (E) bằng:

- A. 3,5 và 4,5. B. $4 \pm \sqrt{2}$. C. 3 và 5. D. $4 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.
- Lời giải**
Chọn A

Giả sử phương trình $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (a > b > 0)$ Ta có: $\begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c^2 = a^2 - b^2 = 4 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c = 2 \end{cases}$$

Gọi F_1, F_2 lần lượt là hai tiêu điểm của Elip (E) , $M(1; y_M) \in (E)$, ta có:

$$\begin{cases} MF_1 = a + \frac{c}{a}x_M = 4 + \frac{1}{2} \cdot 1 = 4,5 \\ MF_2 = a - \frac{c}{a}x_M = 4 - \frac{1}{2} \cdot 1 = 3,5 \end{cases}$$

Chọn **A**.

Câu 23. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Điểm $M \in (E)$ sao cho $\angle F_1MF_2 = 90^\circ$. Tìm bán kính đường tròn nội tiếp tam giác MF_1F_2 .

- A. 2 B. 4. C. 1 D. $\frac{1}{2}$.
- Lời giải**

Gọi $M(x; y)$ vì $\angle F_1MF_2 = 90^\circ \Rightarrow MF_1^2 + MF_2^2 = F_1F_2^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = c^2 = 16 \quad (1)$

Do $M \in (E) \Rightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \quad (2)$

Giải hệ gồm hai phương trình (1) và (2) ta được $x^2 = \frac{175}{16}; y^2 = \frac{81}{16} \Leftrightarrow x = \pm \frac{5\sqrt{7}}{4}; y = \frac{9}{4}$

Ta có: nửa chu vi $p = \frac{MF_1 + MF_2 + F_1F_2}{2} = \frac{2a + 2c}{2} = a + c = 9$

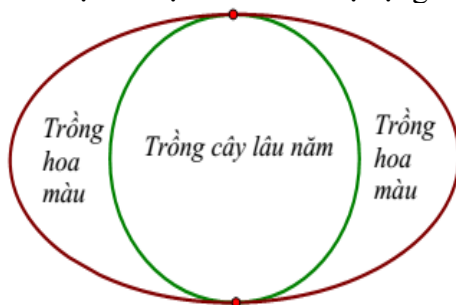
Khoảng cách từ M đến trục Ox : $d(M; Ox) = |y_M| = \frac{9}{4}$

$S_{\Delta MF_1F_2} = \frac{1}{2} d(M; Ox) \cdot F_1F_2 = 9$

$$r = \frac{S}{p} = 1$$

Bán kính đường tròn nội tiếp:

- Câu 24.** Ông Hoàng có một mảnh vườn hình Elip có chiều dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là $60m$ và $30m$. Ông chia mảnh vườn ra làm hai nửa bằng một đường tròn tiếp xúc trong với Elip để làm mục đích sử dụng khác nhau (xem hình vẽ). Nửa bên trong đường tròn ông trồng cây lâu năm, nửa bên ngoài đường tròn ông trồng hoa màu. Tính tỉ số diện tích T giữa phần trồng cây lâu năm so với diện tích trồng hoa màu. Biết diện tích hình Elip được tính theo công thức $S = \pi ab$, với a, b lần lượt là nửa độ dài trục lớn và nửa độ dài trục nhỏ. Biết độ rộng của đường Elip là không đáng kể.



A. $T = \frac{2}{3}$.

B. $T = \frac{3}{2}$.

C. $T = \frac{1}{2}$.

D. $T = 1$!

Hướng dẫn giải

Chọn D

Theo đề ta có: Diện tích (E) là: $S_{(E)} = \pi \cdot a \cdot b = 30 \cdot 15 \cdot \pi = 450\pi$, (m^2)

Vì đường tròn tiếp xúc trong, nên sẽ tiếp xúc tại đỉnh của trục nhỏ, suy ra bán kính đường tròn:

$R = 15m$. Diện tích hình tròn (C) phần trồng cây lâu năm là: $S_{(C)} = \pi \cdot R^2 = 15^2 \cdot \pi = 225\pi$, (m^2)

Suy ra diện tích phần trồng hoa màu là: $S = S_{(E)} - S_{(C)} = 225\pi$, (m^2) $\Rightarrow T = 1$

- Câu 25.** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hai đường tròn $(C_1), (C_2)$ có phương trình lần lượt là $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9, (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ và Elip (E) có phương trình $16x^2 + 49y^2 = 1$. Có bao nhiêu đường tròn (C) có bán kính gấp đôi độ dài trục lớn của elip (E) và (C) tiếp xúc với hai đường tròn $(C_1), (C_2)$?

A. 2!

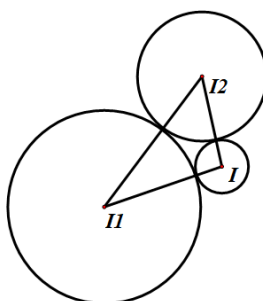
B. 1.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn A



$$16x^2 + 49y^2 = 1 \Leftrightarrow \frac{x^2}{\left(\frac{1}{4}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{1}{7}\right)^2} = 1$$

Ta có

$$\Rightarrow (E) \text{ có độ dài trục lớn } 2a = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

Khi đó đường tròn (C) có bán kính là $R = 1$. Gọi $I(a; b)$ là tâm của đường tròn (C) .

$$\begin{cases} II_1 = R + R_1 = 1 + 3 = 4 \\ II_2 = R + R_2 = 1 + 2 = 3 \\ I_1 I_2 = R_1 + R_2 = 5 \end{cases} \Rightarrow \Delta II_1 I_2 \text{ vuông tại } I.$$

Xét $\Delta II_1 I_2$ có $\vec{II_1} = (-1-a; -2-b)$, $\vec{II_2} = (2-a; 2-b)$. Khi đó điểm I thỏa mãn:

$$\begin{cases} \vec{II_1} \cdot \vec{II_2} = 0 \\ II_2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1-a)(2-a) + (-2-b)(2-b) = 0 \\ (2-a)^2 + (2-b)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 - a - 6 = 0 \\ a^2 + b^2 - 4a - 4b - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 6 + a \\ 6 + a - 4a - 4b - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 6 + a \\ a = \frac{5-4b}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{5-4b}{3}\right)^2 + b^2 - 6 - \frac{5-4b}{3} = 0 \\ a = \frac{5-4b}{3} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 25b^2 - 28b - 44 = 0 \\ a = \frac{5-4b}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 \\ b = -\frac{22}{25} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \\ a = \frac{71}{25} \\ b = -\frac{22}{25} \end{cases}$$

Vậy có hai phương trình đường tròn (C) thỏa mãn yêu cầu bài toán là

$$(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 1 \quad \text{hoặc} \quad (C): \left(x - \frac{71}{25}\right)^2 + \left(y + \frac{22}{25}\right)^2 = 1$$

Câu 26. Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $C(3;0)$ và elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$. A, B là 2 điểm thuộc (E) sao cho $\triangle ABC$ đều, biết tọa độ của $A\left(\frac{a}{2}; \frac{c\sqrt{3}}{2}\right)$ và A có tung độ âm. Khi đó $a+c$ bằng:

A. 2

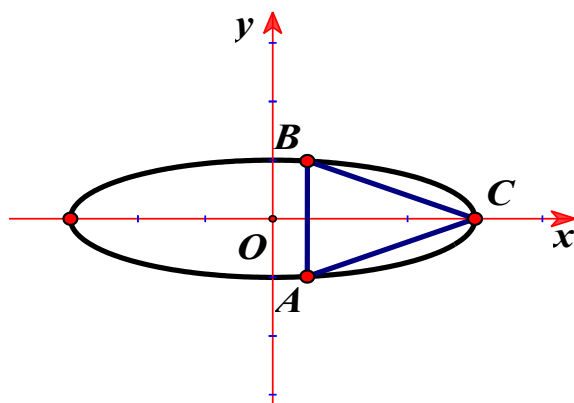
B. 0

C. -2

D. -4

Lời giải

Chọn A



Nhận xét: Điểm $C(3;0)$ là đỉnh của elip $(E) \Rightarrow$ điều kiện cần để $\triangle ABC$ đều đó là A, B đối xứng

Nhau qua Ox . Suy ra A, B là giao điểm của đường thẳng $\Delta: x = x_0$ và elip (E) .

$$\text{+) Ta có elip (E): } \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1 \Rightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{3}\sqrt{9-x^2} \\ y = \frac{1}{3}\sqrt{9-x^2} \end{cases}$$

+) Theo giả thiết A có tung độ âm nên tọa độ của $A\left(x_0; -\frac{1}{3}\sqrt{9-x_0^2}\right)$ (điều kiện $x_0 < 3$ do $A \neq C$)

$$\text{+) Ta có } AC = \sqrt{(3-x_0)^2 + \frac{1}{9}(9-x_0^2)} \text{ và } d_{(C;\Delta)} = |3-x_0|$$

$$\text{+) } \triangle ABC \text{ đều} \Leftrightarrow d_{(C;\Delta)} = \frac{\sqrt{3}}{2} AC \Leftrightarrow |3-x_0| = \frac{\sqrt{3}}{2} \sqrt{(3-x_0)^2 + \frac{1}{9}(9-x_0^2)}$$

$$\Leftrightarrow (3-x_0)^2 = \frac{3}{4} \left[(3-x_0)^2 + \frac{1}{9}(9-x_0^2) \right]$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}x_0^2 - \frac{3}{2}x_0 + \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{3}{2}(t/m) \\ x_0 = 3(L) \end{cases}$$

$$\Rightarrow A\left(\frac{3}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ c=-1 \end{cases} \Rightarrow a+c=2$$