Câu 1: Có bao nhiêu cặp nghiệm nguyên $(x;y)$ thỏa mãn bất phương trình:

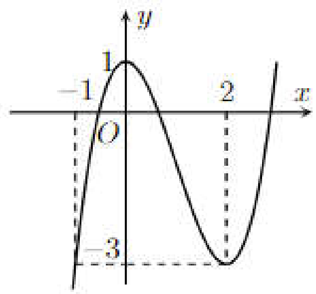
$$(4x-3y)^2.7^{20x^2-28xy+10y^2-4}\le 4-4x^2+4xy-y^2$$

A. 8. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 7.

Câu 2: Cho $\int_0^1[3f(x)-2x]\mathrm{d}x=1$. Tính $I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{5}{3}$.

Câu 3: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** -3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):2x+y-z+5=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_4}=(2;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(2;1;-1)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(1;-1;2)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(1;2;-1)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-3;1)$ và $N(3;1;-5)$. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm M và N có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1-t\\y=-3+2t\\z=1+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-3+2t\\z=1-3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3-t\\y=1-3t\\z=-5-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3-t\\y=1+3t\\z=-5+2t\end{cases}$.

Câu 6: Một hộp chứa 17 quả cầu gồm 8 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 8 và 9 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên hai quả từ hộp đó, xác suất để lấy được hai quả khác màu đồng thời tổng hai số ghi trên chúng là số lẻ bằng

A. $\frac{8}{17}$. **B.** $\frac{4}{17}$. **C.** $\frac{9}{34}$. **D.** $\frac{9}{17}$.

Câu 7: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{5x+1}{x-1}$ là

A. $y=\frac{1}{5}$. **B.** $y=1$. **C.** $y=5$. **D.** $y=-1$.

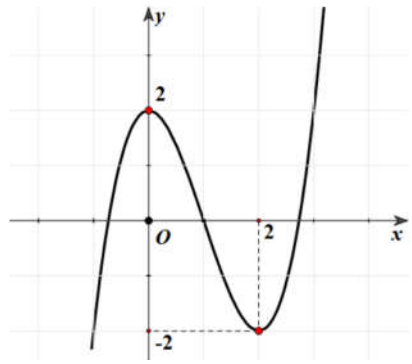
Câu 8: Cho số phức $z=1+i$. Khi đó $|z^3|$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 9: Với a là số thực dương tùy ý, $\log(9a^3) - \log(4a^3)$ bằng

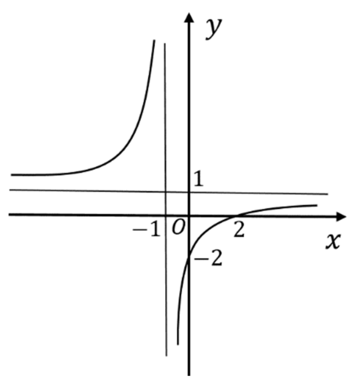
A. $\log\frac{9}{4}$. **B.** $\log(36a^3)$. **C.** $\log(a^3)$. **D.** $\log\frac{4}{9}$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



A. $(0;-2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;-2)$. **D.** $(-1;-2)$

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là

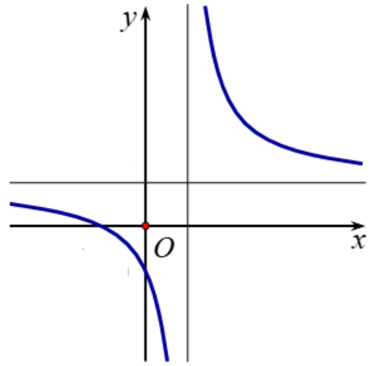


A. $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(2;0)$. **D.** $(0;-2)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z + 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (P)

A. $N(1;3;2)$. **B.** $I(2;-3;1)$. **C.** $Q(1;-3;2)$. **D.** $M(1;2;3)$.

Câu 13: Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào trong bốn phương án **A**, **B**, **C**, **D** sau đây?



A. $y = x^2 + x - 1$. **B.** $y = \dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y = x^4 + x^2 - 1$. **D.** $y = x^3 + x - 1$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) + xf'(x) = 4x^3 - 6x + 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$ và $y = g(x) = x + 2$ bằng

A. 16. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 15: Phần ảo của số phức liên hợp của $z = 2 + 3i$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -3.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x), G(x)$ lần lượt là hai nguyên hàm của các hàm số $f(x)$ và $f(x) + 2x$. Biết rằng $f(7) = 3, F(1) = 2G(1) + 3$ và $F(7) = 2G(7) - 1$. Khi đó $\int_0^3 x.f'(2x+1)dx$ bằng

A. $\dfrac{55}{2}$. **B.** -23. **C.** 92. **D.** 4.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AC = 2a, BC = a, SA = SB = SC$. Gọi M là trung điểm của SC. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBD) bằng:

A. $a\sqrt{5}$. **B.** a. **C.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

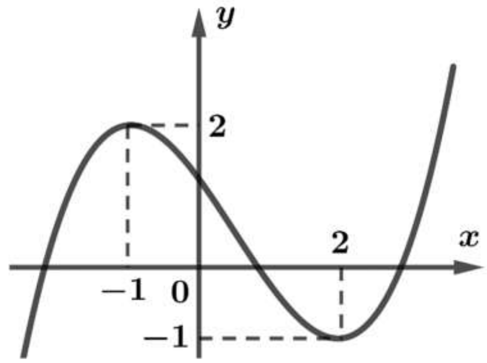
Câu 18: Cho tập A có 10 phần tử. Số tập con gồm ba phần tử của A bằng

A. 120. **B.** 225. **C.** 105. **D.** 30.

Câu 19: Bất phương trình $(x^3 - 9x)\ln(x+5) > 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 7. **B.** 4. **C.** 6. **D.** Vô số.

Câu 20: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Tìm tất cả giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) - 3m = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.



A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AC=2a$, $BC=a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-3	↗	4	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-3;4)$.

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Biết $SA\perp(ABC)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $V_{S.ABC}=\dfrac{a^3}{2}$. **C.** $V_{S.ABC}=\dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $V_{S.ABC}=a^3$.

Câu 24: Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y=-x^3+12x$ và $y=-x^2$.

A. $S=\dfrac{397}{4}$. **B.** $S=\dfrac{343}{12}$. **C.** $S=\dfrac{793}{4}$. **D.** $S=\dfrac{937}{12}$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;1)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là:

A. $(-1;-2;1)$. **B.** $(1;2;1)$. **C.** $(1;-2;-1)$. **D.** $(-1;2;-1)$.

Câu 26: Gọi l,h,r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là:

A. $S_{xq}=2\pi rl$. **B.** $S_{xq}=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. **C.** $S_{xq}=\pi rl$. **D.** $S_{xq}=\pi rh$.

Câu 27: Cho đường thẳng (Δ) cắt mặt cầu $S(I;R)$. Gọi d là khoảng cách từ I đến (Δ). Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d>R$. **B.** $d=0$. **C.** $d<R$. **D.** $d=R$.

Câu 28: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S):(x-3)^2+y^2+z^2=9$ và $(S'):x^2+(y-6)^2+z^2=24$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) và mặt phẳng $(P):z-m=0$. Gọi T là tập hợp các giá trị của m để trên mặt phẳng (P) dựng được một tiếp tuyến đến đường tròn (C). Tổng các phần tử của tập hợp T là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+6y-4z-2=0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-1;3;-2), R=4$. **B.** $I(1;-3;2), R=4$. **C.** $I(1;-3;2), R=16$. **D.** $I(-1;3;-2), R=16$

Câu 30: Cho khối nón có đỉnh S, chiều cao bằng 4 và thể tích bằng $\frac{400\pi}{3}$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB=16$, khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{10\sqrt{13}}{13}$. **B.** $\frac{12\sqrt{13}}{13}$. **C.** $\frac{11\sqrt{13}}{13}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Câu 31: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log^2 x+5\log x+4=0$ bằng

A. $\frac{1}{100000}$. **B.** $\frac{1}{10000}$. **C.** $\frac{1}{100}$. **D.** $\frac{1}{1000}$.

Câu 32: Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $z^2-2(m-1)z+m^2+m=0$ có 2 nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3 **D.** 2.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính góc giữa hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{2}$ và $d_2: \frac{x+1}{-1}=\frac{y}{1}=\frac{z-3}{1}$.

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Câu 34: Họ nguyên hàm của hàm số: $y=x^2-3x+\frac{1}{x}$ là

A. $F(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{3}{2}x^2+\ln|x|+C$. **B.** $F(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{2}{3}x^2+\ln|x|+C$.

C. $F(x)=2x-3-\frac{1}{x^2}+C$. **D.** $F(x)=\frac{x^3}{3}+\frac{3}{2}x^2+\ln x+C$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 36: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và công bội $q=\frac{1}{3}$. Giá trị của u_2 bằng

A. 1. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** 9. **D.** $\frac{10}{3}$.

Câu 37: Cho số phức z thoả mãn $(\overline{z}+4i)(z-4)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng toạ độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có bán kính bằng

A. $R=4$. **B.** $R=2$. **C.** $R=\sqrt{2}$. **D.** $R=2\sqrt{2}$.

Câu 38: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}>\frac{1}{4}$ là

A. $(-\infty;4]$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $[4;+\infty)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;-1)$; mặt phẳng $(P):2x-2y-z+5=0$ và hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=3+t_1\\y=2+2t_1\\z=5-3t_1\end{cases}$; $d_2:\begin{cases}x=2+2t_2\\y=3+t_2\\z=-5+t_2\end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm A, cắt hai đường thẳng d_1; d_2 lần lượt tại B và C. Tính tổng khoảng cách từ B và C đến mặt phẳng (P).

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in(-\infty;9)$ để hàm số $y=\left|x^3+(a-3)x+10-a^2\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$?

A. 11. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 10.

Câu 41: Cho $\int_{-1}^{2}f(x)dx=2,\ \int_{-1}^{2}g(x)dx=-1$. Khi đó $I=\int_{-1}^{2}\left[x+2f(x)-3g(x)\right]dx$ bằng

A. $I=17$. **B.** $I=\frac{17}{2}$. **C.** $I=\frac{1}{2}$. **D.** $I=\frac{15}{2}$.

Câu 42: Tính đạo hàm của hàm số $y=\log\left(e^x+2\right)$

A. $y'=\frac{e^x}{e^x+2}$. **B.** $y'=\frac{1}{\left(e^x+2\right)\ln 10}$ **C.** $y'=\frac{1}{e^x+2}$. **D.** $y'=\frac{e^x}{\left(e^x+2\right)\ln 10}$.

Câu 43: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x}+\sin x$ là

A. $-\frac{1}{x^2}-\cos x+C$. **B.** $\ln x-\cos x+C$. **C.** $\ln|x|-\cos x+C$. **D.** $\ln|x|+\cos x+C$.

Câu 44: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{3}{2}}$ là

A. $y'=\frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$. **B.** $y'=x^{\frac{1}{2}}$. **C.** $y'=\frac{3}{2}x^{\frac{3}{2}}$. **D.** $y'=\frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}$.

Câu 45: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=(-3+4i)i$ có tọa độ là

A. $Q(-4-3)$. **B.** $N(-4;3)$. **C.** $P(3;-4)$. **D.** $M(-3;4)$.

Câu 46: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông có cạnh là $\sqrt{2}$ đơn vị. Tam giác SAD cân tại S. Mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD)

A. $h=\frac{2}{3}$. **B.** $h=\frac{3}{4}$. **C.** $h=\frac{8}{3}$. **D.** $h=\frac{4}{3}$.

Câu 47: Cho các số phức $z_1 = -2+i$, $z_2 = 2+i$ và số phức z thay đổi thỏa mãn $|z-z_1|^2 + |z-z_2|^2 = 16$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị biểu thức $M^2 - m^2$ bằng

A. 7 **B.** 15 **C.** 11 **D.** 8

Câu 48: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** a^3. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $3a^3$.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 - 24x^2 + mx$ có ba điểm cực trị?

A. 130. **B.** 129. **C.** 127. **D.** 128.

Câu 50: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$

A. $S = (-\infty; 2)$. **B.** $S = (2; +\infty)$. **C.** $S = (-1; 2)$. **D.** $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

ĐỢT 15

GIẢI CHI TIẾT ĐỀ THI THỬ TN THPT LẦN 2 -MÔN TOÁN- NĂM 2023- TRƯỜNG THPT BẠCH ĐẰNG TỈNH QUẢNG NINH

STRONG TEAM TOÁN VD-VDC

Câu 1: Có bao nhiêu cặp nghiệm nguyên $(x;y)$ thỏa mãn bất phương trình:

$$(4x-3y)^2.7^{20x^2-28xy+10y^2-4}\le 4-4x^2+4xy-y^2$$

A. 8. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 7.

Lời giải

Ta có: $(4x-3y)^2.7^{20x^2-28xy+10y^2-4}\ge 0,\ \forall x,y\in\mathbb{R}$.

Nên để bất phương trình có nghiệm thì $4-4x^2+4xy-y^2\ge 0$.

Ta có: $(4x-3y)^2.7^{20x^2-28xy+10y^2-4}\le 4-4x^2+4xy-y^2$.

$\Leftrightarrow (4x-3y)^2.7^{16x^2-24xy+9y^2+4x^2-4xy-4+y^2}\le 4-4x^2+4xy-y^2$.

$\Leftrightarrow (4x-3y)^2.7^{(4x-3y)^2+4x^2-4xy-4+y^2}\le 4-4x^2+4xy-y^2$.

$\Leftrightarrow (4x-3y)^2.7^{(4x-3y)^2}\le (4-4x^2+4xy-y^2)7^{4-4x^2+4xy-y^2}$, (1).

Xét hàm đặc trưng: $f(t)=t.7^t$ với $t\ge 0$.

Ta có: $f'(t)=7^t+t.7^t\ln 7>0$ với $t\ge 0$. Nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0;+\infty)$.
Vậy bất phương trình $(1)\Leftrightarrow f\left[(4x-3y)^2\right]\le f(4-4x^2+4xy-y^2)$.

$\Leftrightarrow (4x-3y)^2\le 4-4x^2+4xy-y^2$.

$\Leftrightarrow (4x-3y)^2\le 4-(2x-y)^2$.

$\Leftrightarrow (4x-3y)^2+(2x-y)^2\le 4$, (2).

Với x,y nguyên thì $(4x-3y)^2$ và $(2x-y)^2$ cũng là số nguyên, nên để (2) thỏa thì ta có các trường hợp sau:

Trường hợp 1: $\begin{cases}4x-3y=0\\2x-y=2\\x,y\in\mathbb{Z}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=4\end{cases}$.

Trường hợp 2: $\begin{cases} 4x-3y=0 \\ 2x-y=-2 \\ x,y\in\mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=-4 \end{cases}$.

Trường hợp 3: $\begin{cases} 4x-3y=2 \\ 2x-y=0 \\ x,y\in\mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$.

Trường hợp 4: $\begin{cases} 4x-3y=-2 \\ 2x-y=0 \\ x,y\in\mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$.

Trường hợp 5: $\begin{cases} 4x-3y=0 \\ 2x-y=0 \\ x,y\in\mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$.

Trường hợp 6: $\begin{cases} 4x-3y=0 \\ 2x-y=1 \\ x,y\in\mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{3}{2} \\ y=2 \\ x,y\in\mathbb{Z} \end{cases}$. Hệ vô nghiệm, trường hợp này loại.

Trường hợp 7: $\begin{cases} 4x-3y=0 \\ 2x-y=-1 \\ x,y\in\mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{3}{2} \\ y=-2 \\ x,y\in\mathbb{Z} \end{cases}$.Hệ vô nghiệm, trường hợp này loại.

Trường hợp 8: $\begin{cases} 4x-3y=1 \\ 2x-y=0 \\ x,y\in\mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{1}{2} \\ y=-1 \\ x,y\in\mathbb{Z} \end{cases}$.Hệ vô nghiệm, trường hợp này loại.

Trường hợp 9: $\begin{cases} 4x-3y=-1 \\ 2x-y=0 \\ x,y\in\mathbb{Z} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{1}{2} \\ y=1 \\ x,y\in\mathbb{Z} \end{cases}$.Hệ vô nghiệm, trường hợp này loại.

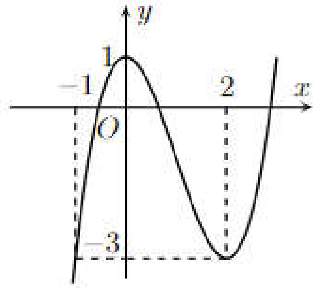
Câu 2: Cho $\int_0^1 \left[3f(x)-2x\right]dx=1$. Tính $I=\int_0^1 f(x)dx$.

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{5}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\int_0^1 \left[3f(x)-2x\right]dx=1 \Leftrightarrow 3\int_0^1 f(x)dx-\int_0^1 2xdx=1 \Leftrightarrow 3\int_0^1 f(x)dx-1=1 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx=\dfrac{2}{3}$

Câu 3: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** -3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho, ta có giá trị cực đại của hàm số là 1.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x+y-z+5=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_4}=(2;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_1}=(2;1;-1)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(1;-1;2)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(1;2;-1)$.

Lời giải

Chọn **B.**

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-3;1)$ và $N(3;1;-5)$. Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm M và N có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=-3+2t \\ z=1+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3+2t \\ z=1-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3-t \\ y=1-3t \\ z=-5-2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=3-t \\ y=1+3t \\ z=-5+2t \end{cases}$.

Lời giải

+ Ta có $\overrightarrow{MN}=(2;4;-6)$ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng MN, suy ra đường thẳng MN có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;2;-3)$; điểm $M(1;-3;1)$ thuộc đường thẳng MN. Do đó phương trình đường thẳng MN là $\begin{cases} x=1+t \\ y=-3+2t \\ z=1-3t \end{cases}$. Chọn **B.**

Câu 6: Một hộp chứa 17 quả cầu gồm 8 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 8 và 9 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 9. Lấy ngẫu nhiên hai quả từ hộp đó, xác suất để lấy được hai quả khác màu đồng thời tổng hai số ghi trên chúng là số lẻ bằng

A. $\frac{8}{17}$. **B.** $\frac{4}{17}$. **C.** $\frac{9}{34}$. **D.** $\frac{9}{17}$.

Lời giải

Lấy hai quả trong 17 quả cầu có C_{17}^2 cách, suy ra $n(\Omega)=C_{17}^2=136$.

Gọi A: " Lấy được hai quả khác màu đồng thời tổng hai số ghi trên chúng là số lẻ".

Ta thấy trong 8 quả cầu màu đỏ ghi số từ 1 đến 8 thì có 4 quả ghi số chẵn và 4 quả ghi số lẻ; trong 9 quả cầu màu xanh ghi số từ 1 đến 9 thì có 4 quả ghi số chẵn và 5 quả ghi số lẻ.

TH1. Hai quả khác màu trong đó quả màu đỏ ghi số chẵn, quả màu xanh ghi số lẻ.

Chọn 1 quả đỏ trong 4 quả đỏ ghi số chẵn có C_4^1 cách.

Chọn 1 quả đỏ trong 5 quả xanh ghi số chẵn có C_5^1 cách.

Theo quy tắc nhân có $C_4^1.C_5^1$ cách chọn.

TH2. Hai quả khác màu trong đó quả màu đỏ ghi số lẻ, quả màu xanh ghi số chẵn.

Chọn 1 quả đỏ trong 4 quả đỏ ghi số lẻ có C_4^1 cách.

Chọn 1 quả đỏ trong 4 quả xanh ghi số chẵn có C_4^1 cách.

Theo quy tắc nhân có $C_4^1.C_4^1$ cách chọn.

Suy ra số cách chọn được hai quả khác màu đồng thời tổng hai số ghi trên chúng là số lẻ là

$C_4^1.C_5^1 + C_4^1.C_4^1 = 36$

$\Rightarrow n(A) = 36$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{36}{136} = \dfrac{9}{34}$.

Câu 7: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{5x+1}{x-1}$ là

A. $y = \dfrac{1}{5}$. **B.** $y = 1$. **C.** $y = 5$. **D.** $y = -1$.

Lời giải

Ta thấy $\lim\limits_{x \to +\infty} y = 5, \quad \lim\limits_{x \to \infty} y = 5$

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị $y = 5$

Câu 8: Cho số phức $z = 1 + i$. Khi đó $|z^3|$ bằng

A. 4. **B.** 1. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có:

$z^3 = (1+i)^3 = 1 + 3i + 3i^2 + i^3 = 1 + 3i - 3 - i = -2 + 2i$

$|z^3| = \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$

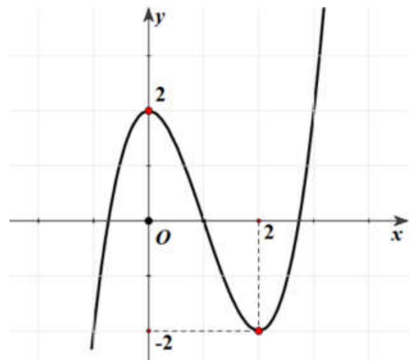
Câu 9: Với a là số thực dương tùy ý, $\log\left(9a^3\right)-\log\left(4a^3\right)$ bằng

A. $\log\frac{9}{4}$. **B.** $\log\left(36a^3\right)$. **C.** $\log\left(a^3\right)$. **D.** $\log\frac{4}{9}$

Lời giải

Có $\log\left(9a^3\right)-\log\left(4a^3\right)=\log\left(\frac{9a^3}{4a^3}\right)=\log\frac{9}{4}$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

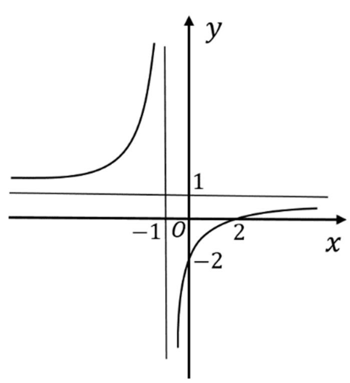


A. $\left(0;-2\right)$. **B.** $\left(0;2\right)$. **C.** $\left(2;-2\right)$. **D.** $\left(-1;-2\right)$

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là $\left(2;-2\right)$.

Câu 11: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục tung là



A. $\left(0;2\right)$. **B.** $\left(-2;0\right)$. **C.** $\left(2;0\right)$. **D.** $\left(0;-2\right)$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta thấy giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là $\left(0;-2\right)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $\left(P\right):2x-3y+z+5=0$. Điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $\left(P\right)$

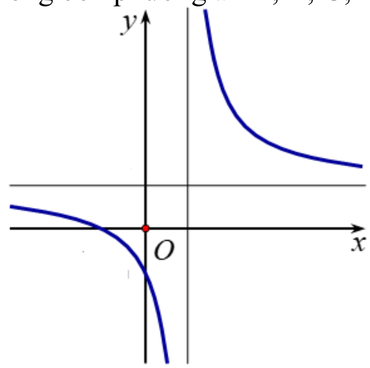
A. $N(1;3;2)$. **B.** $I(2;-3;1)$. **C.** $Q(1;-3;2)$. **D.** $M(1;2;3)$.

Lời giải

Thay tọa độ điểm $N(1;3;2)$ vào phương trình mặt phẳng ta có $2.1-3.3+2+5=0$

Suy ra, $N\in(P)$

Câu 13: Đồ thị sau là đồ thị của hàm số nào trong bốn phương án **A**, **B**, **C**, **D** sau đây?



A. $y=x^2+x-1$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^4+x^2-1$. **D.** $y=x^3+x-1$.

Lời giải

Dựa vào dáng đồ thị ta có đáp án B

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x)+xf'(x)=4x^3-6x+2,\forall x\in\mathbb{R}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=g(x)=x+2$ bằng

A. 16. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Ta có

$$f(x)+xf'(x)=4x^3-6x+2$$
$$\Leftrightarrow\left[x.f(x)\right]'=4x^3-6x+2$$
$$\Leftrightarrow x.f(x)=x^4-3x^2+2x+C$$
$$\Leftrightarrow f(x)=x^3-3x+2+\frac{C}{x}$$

Vì hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ nên $C=0$

Khi đó ta có $f(x)=x^3-3x+2$

Xét phương trình $f(x)-g(x)=0\Leftrightarrow x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm2\end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$ và $y=g(x)=x+2$ là

$$S=\int_{-2}^{2}\left|x^3-4x\right|dx=8.$$

Câu 15: Phần ảo của số phức liên hợp của $z=2+3i$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -3.

Lời giải

Số phức liên hợp của $z=2+3i$ là $\bar{z}=2-3i$ có phần ảo là -3.

Câu 16: **[2D3-2.4-3]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x), G(x)$ lần lượt là hai nguyên hàm của các hàm số $f(x)$ và $f(x)+2x$. Biết rằng $f(7)=3, F(1)=2G(1)+3$ và $F(7)=2G(7)-1$. Khi đó $\int_0^3 x.f'(2x+1)dx$ bằng

A. $\frac{55}{2}$. **B.** -23. **C.** 92. **D.** 4.

Lời giải

Xét $I=\int_0^3 x.f'(2x+1)dx$

Đặt $\begin{cases}u=x\\ dv=f'(2x+1)dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\ v=\frac{1}{2}f(2x+1)\end{cases}$

$$I=\frac{x}{2}f(2x+1)\Big|_0^3-\int_0^3\frac{1}{2}.f(2x+1)dx$$

$$=\frac{3}{2}f(7)-\frac{1}{4}.F(2x+1)\Big|_0^3=\frac{9}{2}-\frac{1}{4}\left(F(7)-F(1)\right).$$

Ta có $F(x), G(x)$ lần lượt là hai nguyên hàm của các hàm số $f(x)$ và $f(x)+2x$

suy ra $G(x)=F(x)+x^2+C$.

Từ giả thiết ta có

$$\begin{aligned}F(7)-F(1)&=2G(7)-1-2G(1)-3\\&=2\left(F(7)+49+C\right)-2\left(F(1)+1+C\right)-4\\&=2F(7)-2F(1)+92\end{aligned}$$

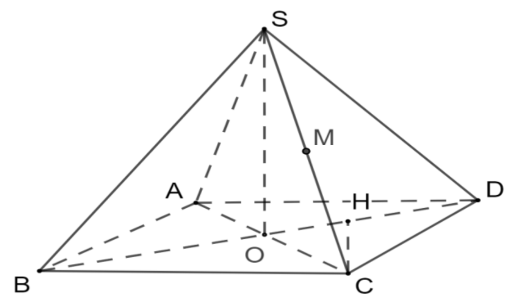
$\Rightarrow F(7)-F(1)=-92$

Do đó $I=\frac{9}{2}-\frac{1}{4}\left(F(7)-F(1)\right)=\frac{9}{2}+23=\frac{55}{2}$.

Câu 17: **[1H3-5.3-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AC=2a, BC=a$, $SA=SB=SC$. Gọi M là trung điểm của SC. Khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBD) bằng:

A. $a\sqrt{5}$. **B.** a. **C.** $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải



Gọi O là giao điểm của AC và BD.

Từ giả thiết $SA = SB = SC$ suy ra $SO \perp (ABCD)$.

Ta có CM cắt (SBD) tại S nên $d(M,(SBD)) = \frac{1}{2}d(C,(SBD))$

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ dựng $CH \perp BD$.

Ta có $\begin{cases} CH \perp SO \\ CH \perp BD \end{cases} \Rightarrow CH \perp (SBD) \Rightarrow d(C,(SBD)) = CH$

Xét tam giác ACD vuông tại D có $CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = a\sqrt{3}$

Xét tam giác BCD vuông tại C có $CH = \frac{BC.CD}{\sqrt{BC^2 + CD^2}} = \frac{a.a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + 3a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $d(M,(SBD)) = \frac{1}{2}CH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 18: [1D2-2.1-1] Cho tập A có 10 phần tử. Số tập con gồm ba phần tử của A bằng

A. 120. **B.** 225. **C.** 105. **D.** 30.

Lời giải

Số tập con gồm ba phần tử của A là $C_{10}^3 = 120$.

Câu 19: [2D2-6.6-3] Bất phương trình $(x^3 - 9x)\ln(x+5) > 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 7. **B.** 4. **C.** 6. **D.** Vô số.

Lời giải

ĐKXĐ: $x > -5$.

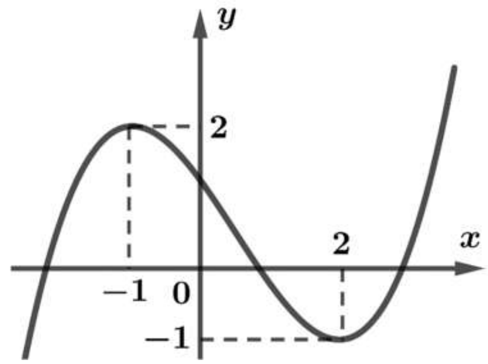
Xét phương trình $(x^3 - 9x)\ln(x+5) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3 - 9x = 0 \\ \ln(x+5) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 3 \\ x = -4 \end{array}\right.$.

BXD:

x	-5		-4		-3		0		3		$+\infty$
x^3-9x		$-$	|	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$\ln(x+5)$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	|	$+$	
$(x^3-9x)\ln(x+5)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-5;-4)\cup(-3;0)\cup(3;+\infty)$.

Câu 20: **[2D1-5.6-2]** Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Tìm tất cả giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)-3m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.



A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Xét phương trình $f(x)-3m=0 \Leftrightarrow f(x)=3m$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=3m$.

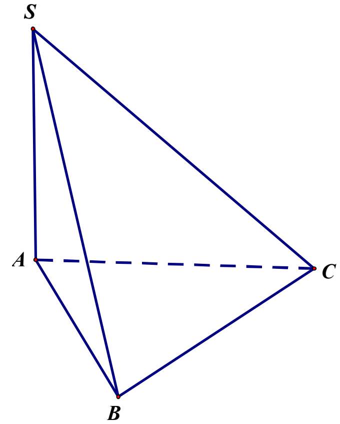
Do đó, phương trình $f(x)=3m$ có ba nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow -1<3m<2 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}<m<\frac{2}{3}$.

Từ giả thiết suy ra $m=0$.

Câu 21: **[1H3-4.3-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AC=2a$, $BC=a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Lời giải



Tam giác ABC vuông tại B nên $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = a$.

$\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp SB$. Lại có $\widehat{\left((SBC);(ABC)\right)} = \widehat{SBA}$.

$\tan \widehat{SBA} = \dfrac{SA}{AB} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SBA} = 60^0$.

Câu 22: **[2D1-1.2-1]** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-3;4)$.

Lời giải

FBtácgiả:HoaTranh

Hàm số $y = f(x)$ có $y' > 0, \forall x \in (-1;2)$ nên đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 23: **[2H1-3.2-1]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $V_{S.ABC} = \dfrac{a^3}{4}$. **B.** $V_{S.ABC} = \dfrac{a^3}{2}$. **C.** $V_{S.ABC} = \dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $V_{S.ABC} = a^3$.

Lời giải

FBtácgiả:HoaTranh

Hình chóp $S.ABC$ có:

+ Đáy ABC là tam giác đều cạnh $a \Rightarrow B = S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

+ $SA \perp (ABC) \Rightarrow h = SA = a\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \dfrac{1}{3}Bh = \dfrac{1}{3}.S_{ABC}.SA = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3} = \dfrac{a^3}{4}$.

Câu 24: **[2D3-3.1-2]** Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y=-x^3+12x$ và $y=-x^2$.

A. $S=\dfrac{397}{4}$. **B.** $S=\dfrac{343}{12}$. **C.** $S=\dfrac{793}{4}$. **D.** $S=\dfrac{937}{12}$.

Lời giải

FBtácgiả:HoaTranh

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường cong $y=-x^3+12x$ và $y=-x^2$ là

$$-x^3+12x=-x^2 \Leftrightarrow -x^3+x^2+12x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-3 \\ x=4 \end{array}\right.$$

Diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y=-x^3+12x$ và $y=-x^2$ là

$$S=\int_{-3}^{0}\left|-x^3+x^2+12x\right|dx+\int_{0}^{4}\left|-x^3+x^2+12x\right|dx=\frac{99}{4}+\frac{160}{3}=\frac{937}{12}.$$

Câu 25: **[2H3-1.1-1]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;1)$. Điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là:

A. $(-1;-2;1)$. **B.** $(1;2;1)$. **C.** $(1;-2;-1)$. **D.** $(-1;2;-1)$.

Lời giải

FBtácgiả:HoaTranh

Điểm đối xứng với $A(-1;2;1)$ qua mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là $(-1;2;-1)$.

Để tìm tọa độ điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) ta giữ nguyên hoành độ và tung độ, lấy giá trị đối của cao độ.

Câu 26: **[2H2-1.2-1]** Gọi l,h,r lần lượt là độ dài đường sinh, chiều cao và bán kính mặt đáy của hình nón. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là:

A. $S_{xq}=2\pi rl$. **B.** $S_{xq}=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. **C.** $S_{xq}=\pi rl$. **D.** $S_{xq}=\pi rh$.

Lời giải

Theo lý thuyết ta có $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 27: **[2H2-3.4-1]** Cho đường thẳng (Δ) cắt mặt cầu $S(I;R)$. Gọi d là khoảng cách từ I đến (Δ). Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d>R$. **B.** $d=0$. **C.** $d<R$. **D.** $d=R$.

Lời giải

(Δ) cắt mặt cầu $S(I;R) \Leftrightarrow d<R$.

Câu 28: **[2H3-6.4-4]** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S):(x-3)^2+y^2+z^2=9$ và $(S'):x^2+(y-6)^2+z^2=24$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) và mặt phẳng $(P): z-m=0$. Gọi T là tập hợp các giá trị của m để trên mặt phẳng (P) dựng được một tiếp tuyến đến đường tròn (C). Tổng các phần tử của tập hợp T là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Các điểm thuộc đường tròn giao tuyến (C) của (S) và (S') thỏamãn hệ

$$\begin{cases}(x-3)^2+y^2+z^2=9\\ x^2+(y-6)^2+z^2=24\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}(x-3)^2+y^2+z^2-9=0\\ x^2+(y-6)^2+z^2-24=0\end{cases}$$

$\Rightarrow (x-3)^2+y^2+z^2-9=x^2+(y-6)^2+z^2-24$

$\Leftrightarrow -6x+12y-12=0$

$\Leftrightarrow x-2y+2=0$

Vậy phương trình mặt phẳng chứa (Q) chứa (C) là: $x-2y+2=0$.

Xét $(P))$ và (Q), ta có: $\vec{n}_P=(0,0,1)$, $\vec{n}_Q=(1,-2,0) \Rightarrow \overrightarrow{n_P} \perp \overrightarrow{n_Q} \Rightarrow (P)\perp(Q)$.

Gọi $d=(P)\cap(Q)$

Để trên mặt phẳng (P) dựng được một tiếp tuyến đến đường tròn $C(H,R_C)$ thì d là tiếp tuyến của đường tròn $(C) \Leftrightarrow d(H,d)=R_C$ hay $d(H,(P))=R_C$.

+ Mặt cầu $(S):(x-3)^2+y^2+z^2=9$ có tâm $I(3,0,0)$, khi đó H là hình chiếu của I lên (Q)

Ta có IH đi qua $I(3,0,0)$ và nhận $\vec{n}_Q=(1,-2,0)$ làm VTCP có PTTS: $\begin{cases}x=3+t\\ y=-2t\\ z=0\end{cases}$

$H\in(Q)$ nên $3+t+4t+2=0 \Leftrightarrow t=-1 \Rightarrow H(2,2,0)$.

+ Ta có $R_C=\sqrt{R_s^2-d^2(I,(Q))}$ vớibán kính mặt cầu $R_S=3$ và

$d(I,(Q))=\dfrac{|3-0+2|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$

$\Rightarrow R_C=\sqrt{9-5}=2$.

Vậy $d(H,(P))=R_C \Leftrightarrow \dfrac{|-m|}{1}=2 \Leftrightarrow m=\pm 2$.

Vậy tổng các giá trị của m bằng 0.

Câu 29: [2H3-1.3-1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+6y-4z-2=0$. Xác định tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S).

A. $I(-1;3;-2), R=4$. **B.** $I(1;-3;2), R=4$. **C.** $I(1;-3;2), R=16$. **D.** $I(-1;3;-2), R=16$

Lời giải

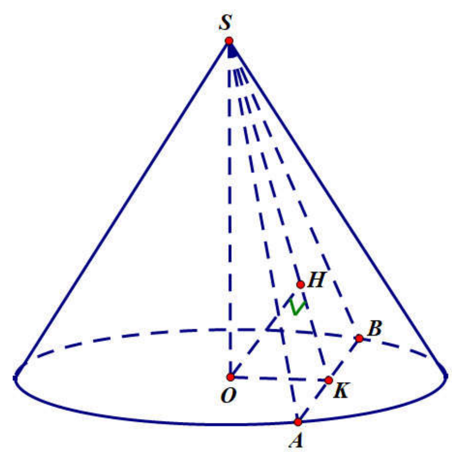
Mặt cầu (S) có tâm $I=\left(\frac{-2}{-2};\frac{6}{-2};\frac{-4}{-2}\right)\Rightarrow I=(1;-3;2)$ và bán kính

$R=\sqrt{1^2+(-3)^2+2^2-(-2)}=4$.

Câu 30: **[2H2-1.2-3]** Cho khối nón có đỉnh S, chiều cao bằng 4 và thể tích bằng $\frac{400\pi}{3}$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $AB=16$, khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{10\sqrt{13}}{13}$. **B.** $\frac{12\sqrt{13}}{13}$. **C.** $\frac{11\sqrt{13}}{13}$. **D.** $4\sqrt{2}$.

Lời giải.



Gọi O là tâm của đường tròn đáy của hình nón và gọi K là trung điểm của dây AB suy ra

$OK\perp AB$ và $KB=KA=\frac{AB}{2}=\frac{16}{2}=8$.

Kẻ $OH\perp SK, H\in SK$.

Vì $\begin{cases}AB\perp OK\\AB\perp SO\end{cases}\Rightarrow AB\perp(SOK)\Rightarrow AB\perp OH$.

Vì $\begin{cases}OH\perp SO\\OH\perp AB\end{cases}\Rightarrow OH\perp(SAB)\Rightarrow d\left(O,(SAB)\right)=OH$.

Ta có: $V_{no'n}=\frac{1}{3}\pi.OA^2.SO\Leftrightarrow\frac{400\pi}{3}=\frac{\pi.OA^2.4}{3}\Leftrightarrow OA^2=100\Leftrightarrow OA=10$.

Tam giác OKA vuông tại $K\Rightarrow OK=\sqrt{OA^2-AK^2}=\sqrt{10^2-8^2}=6$.

Tam giác SOK vuông tại O đường cao OH nên

$\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OS^2}+\frac{1}{OK^2}\Rightarrow OH=\frac{OS.OK}{\sqrt{OS^2+OK^2}}=\frac{4.6}{\sqrt{4^2+6^2}}=\frac{12\sqrt{13}}{13}$.

Vậy khoảng cách từ tâm của đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) là $OH=\frac{12\sqrt{13}}{13}$.

Câu 31: **[2D2-5.3-2]** Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log^2x+5\log x+4=0$ bằng

A. $\dfrac{1}{100000}$. **B.** $\dfrac{1}{10000}$. **C.** $\dfrac{1}{100}$. **D.** $\dfrac{1}{1000}$.

Lời giải.

Ta có: $\log^2 x + 5\log x + 4 = 0 \ (1)$

$\Leftrightarrow (\log x + 1).(\log x + 4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log x + 1 = 0 \\ \log x + 4 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log x = -1 \\ \log x = -4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 10^{-1} \\ x = 10^{-4} \end{array}\right.$

Vậy tích tất cả các nghiệm của phương trình (1) là $10^{-1}.10^{-4} = 10^{-5} = \dfrac{1}{100000}$.

Câu 32: [2D4-4.4-3] Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $z^2 - 2(m-1)z + m^2 + m = 0$ có 2 nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3 **D.** 2.

Lời giải

Ta có $\Delta' = -3m + 1$

Nếu $\Delta' \geq 0 \Rightarrow -3m + 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \dfrac{1}{3} \Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm thực

Khi đó $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$ thì phương trinh đã cho phải có một nghiệm bằng 0

$\Rightarrow m^2 + m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = -1 \end{array}\right.$ (Thỏa mãn $m \leq \dfrac{1}{3}$)

Nếu $\Delta' < 0 \Rightarrow -3m + 1 < 0 \Leftrightarrow m > \dfrac{1}{3} \Rightarrow$ phương trình có hai nghiệm phức

$z_{1,2} = (m-1) \pm i\sqrt{3m-1}$

$|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2| \Rightarrow (m-1)^2 = 3m - 1 \Leftrightarrow m^2 - 5m + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{5+\sqrt{17}}{2} \\ m = \dfrac{5-\sqrt{17}}{2} \end{array}\right.$

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán

Câu 33: [2H3-3.4-2] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính góc giữa hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-1}{2}$ và $d_2 : \dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-3}{1}$.

A. 30°. **B.** 90°. **C.** 45°. **D.** 60°.

Lời giải

Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2.

Đường thẳng d_1 có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1;-1;2)$.

Đường thẳng d_2 có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_2 = (-1;1;1)$.

Vì $\vec{u}_1.\vec{u}_2 = -1 - 1 + 2 = 0 \Rightarrow \varphi = 90^0$

Câu 34: **[2D3-1.1-2]** Họ nguyên hàm của hàm số: $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$ là

A. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$.
B. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{3}x^2 + \ln|x| + C$.
C. $F(x) = 2x - 3 - \frac{1}{x^2} + C$.
D. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + \ln x + C$.

Lời giải

Ta có: $\int\left(x^2 - 3x + \frac{1}{x}\right)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$.

Câu 35: **[2D1-2.1-2]** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x+2)^3 = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{array}\right.$$

Ta có $x = 0, x = 1, x = -2$ là các nghiệm bội lẻ nên $f(x)$ có 3 điểm cực trị là $x = 0, x = 1, x = -2$

Câu 36: **[1D3-4.3-2]** Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = \frac{1}{3}$. Giá trị của u_2 bằng

A. 1. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** 9. **D.** $\frac{10}{3}$.

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1.q = 3.\frac{1}{3} = 1$

Câu 37: **[2D4-2.4-3]** Cho số phức z thoả mãn $(\bar{z} + 4i)(z - 4)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng toạ độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có bán kính bằng

A. $R = 4$. **B.** $R = 2$. **C.** $R = \sqrt{2}$. **D.** $R = 2\sqrt{2}$.

Lời giải

Gọi $z = a + bi\,(a, b \in \mathbb{R})$

$\Rightarrow \bar{z} = a - bi$

Ta có: $(\bar{z} + 4i)(z - 4) = \bar{z}.z - 4\bar{z} + 4iz - 16i$

$= a^2 + b^2 - 4a + 4bi + 4ai - 4b - 16i = (a^2 + b^2 - 4a - 4b) + 4(a + b - 4)i$

Vì $(\bar{z} + 4i)(z - 4)$ là số thuần ảo nên $a^2 + b^2 - 4a - 4b = 0 \Leftrightarrow a^2 - 4a + 4 + b^2 - 4b + 4 - 8 = 0$

$\Leftrightarrow (a-2)^2+(b-2)^2=8$

Vậy tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có bán kính bằng $2\sqrt{2}$.

Câu 38: **[2D2-6.2-2]** Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}>\frac{1}{4}$ là

A. $(-\infty;4]$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $[4;+\infty)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Lời giải

Ta có: $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}>\frac{1}{4}\Leftrightarrow\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}>\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\Leftrightarrow x-2<2\Leftrightarrow x<4$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $S=(-\infty;4)$.

Câu 39: **[2H3-3.7-3]** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;3;-1)$; mặt phẳng $(P):2x-2y-z+5=0$ và hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=3+t_1\\y=2+2t_1\\z=5-3t_1\end{cases}$; $d_2:\begin{cases}x=2+2t_2\\y=3+t_2\\z=-5+t_2\end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm A, cắt hai đường thẳng d_1; d_2 lần lượt tại B và C. Tính tổng khoảng cách từ B và C đến mặt phẳng (P).

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Vì: $B\in d_1\Rightarrow B(3+t_1;2+2t_1;5-3t_1)$, $C\in d_2\Rightarrow C(2+2t_2;3+t_2;-5+t_2)$.

Khi đó: $\overrightarrow{AB}=(t_1+1;2t_1-1;-3t_1+6);\overrightarrow{AC}=(2t_2;t_2;t_2-4)$.

Do A,B,C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \exists k\in\mathbb{R}:\overrightarrow{AB}=k\overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}t_1+1=2kt_2\\2t_1-1=kt_2\\-3t_1+6=k(t_2-4)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=1\\t_2=-2\\k=\frac{-1}{2}\end{cases}$. Suy ra: $B(4;4;2)$, $C(-2;1;-7)$.

Vậy: $d(B;(P))+d(C;(P))=1+2=3$.

Câu 40: **[2D1-1.3-4]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $a\in(-\infty;9)$ để hàm số $y=\left|x^3+(a-3)x+10-a^2\right|$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$?

A. 11. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Xét $f(x)=x^3+(a-3)x+10-a^2$ suy ra $f'(x)=3x^2+a-3$.

Hàm số y nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}f(x)\ge 0,\forall x\in(-1;0)\\ f'(x)\le 0,\forall x\in(-1;0)\end{cases}\\ \begin{cases}f(x)\le 0,\forall x\in(-1;0)\\ f'(x)\ge 0,\forall x\in(-1;0)\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}f(0)\ge 0\\ x^2\le\dfrac{3-a}{3},\forall x\in(-1;0)\end{cases}\\ \begin{cases}f(0)\le 0\\ x^2\ge\dfrac{3-a}{3},\forall x\in(-1;0)\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}10-a^2\ge 0\\ 1\le\dfrac{3-a}{3}\end{cases}\\ \begin{cases}10-a^2\le 0\\ 0\ge\dfrac{3-a}{3}\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-\sqrt{10}\le a\le 0\\ a\ge\sqrt{10}\end{array}\right..$$

Mà $a\in\mathbb{Z},a\in(-\infty;9)$ suy ra $a\in\{-3;-2;-1;0;4;5;6;7;8\}$.

Câu 41: **[2D3-2.1-1]** Cho $\int\limits_{-1}^{2}f(x)dx=2,\ \int\limits_{-1}^{2}g(x)dx=-1$. Khi đó $I=\int\limits_{-1}^{2}\left[x+2f(x)-3g(x)\right]dx$ bằng

A. $I=17$. **B.** $I=\dfrac{17}{2}$. **C.** $I=\dfrac{1}{2}$. **D.** $I=\dfrac{15}{2}$.

Lời giải

$$I=\int\limits_{-1}^{2}\left[x+2f(x)-3g(x)\right]dx=\int\limits_{-1}^{2}x\,dx+2\int\limits_{-1}^{2}f(x)dx-3\int\limits_{-1}^{2}g(x)dx=\frac{3}{2}+2.2-3.(-1)=\frac{17}{2}.$$

Câu 42: **[2D2-4.2-1]** Tính đạo hàm của hàm số $y=\log\left(e^x+2\right)$

A. $y'=\dfrac{e^x}{e^x+2}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{\left(e^x+2\right)\ln 10}$

C. $y'=\dfrac{1}{e^x+2}$. **D.** $y'=\dfrac{e^x}{\left(e^x+2\right)\ln 10}$.

Lời giải

$$y=\log\left(e^x+2\right)\Rightarrow y'=\frac{\left(e^x+2\right)'}{\left(e^x+2\right).\ln 10}=\frac{e^x}{\left(e^x+2\right)\ln 10}.$$

Câu 43: **[2D3-1.1-1]** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x}+\sin x$ là

A. $-\dfrac{1}{x^2}-\cos x+C$. **B.** $\ln x-\cos x+C$. **C.** $\ln|x|-\cos x+C$. **D.** $\ln|x|+\cos x+C$.

Lời giải

Facebook: Dương Vũ

Theo bảng nguyên hàm cơ bản: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(\dfrac{1}{x}+\sin x\right)\mathrm{d}x=\ln|x|-\cos x+C$.

Câu 44: **[2D2-2.2-1]** Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{3}{2}}$ là

A. $y'=\dfrac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$. **B.** $y'=x^{\frac{1}{2}}$. **C.** $y'=\dfrac{3}{2}x^{\frac{3}{2}}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{2}x^{\frac{1}{2}}$.

Lời giải

Facebook: Dương Vũ

Theo công thức đạo hàm cơ bản: $y' = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}}$.

Câu 45: **[2D4-2.4-1]** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (-3+4i)i$ có tọa độ là

A. $Q(-4-3)$. **B.** $N(-4;3)$. **C.** $P(3;-4)$. **D.** $M(-3;4)$.

Lời giải

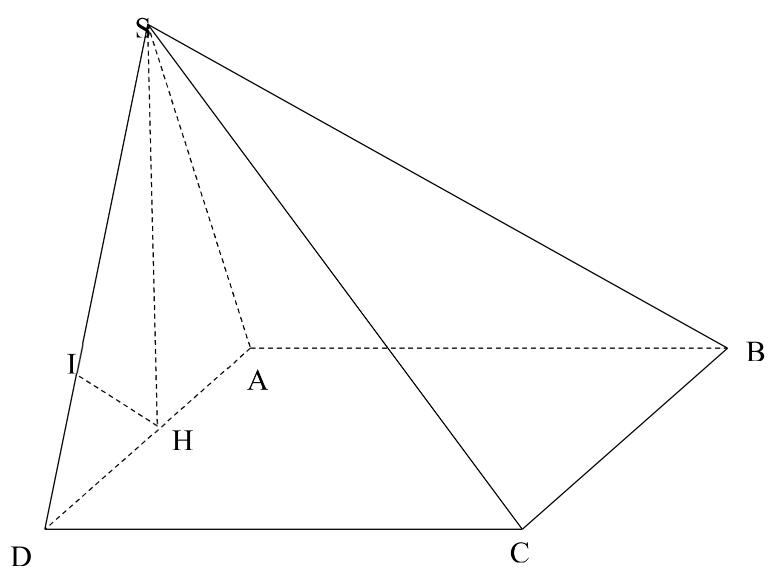
Ta có $z = (-3+4i)i = -4-3i$

Điểm biểu diễn số phức $z = (-3+4i)i = -4-3i$ có tọa độ là $Q(-4-3)$

Câu 46: **[1H3-5.3-3]** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông có cạnh là $\sqrt{2}$ đơn vị. Tam giác SAD cân tại S. Mặt bên (SAD) vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{4}{3}$. Tính khoảng cách h từ B đến mặt phẳng (SCD)

A. $h = \frac{2}{3}$. **B.** $h = \frac{3}{4}$. **C.** $h = \frac{8}{3}$. **D.** $h = \frac{4}{3}$.

Lời giải



$(SAD): SH \perp AD \Rightarrow SH \perp (ABCD)$, H là trung điểm của AD

Ta có $AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(B;(SCD)) = d(A;(SCD)) = 2d(H;(SCD)) = 2HI$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} \Rightarrow SH = \frac{3V}{S_{ABCD}} = \frac{3.\frac{4}{3}}{2} = 2$$

Xét tam giác vuông SHD có HI là đường cao:

$$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HD^2} = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} \Rightarrow HI = \frac{2}{3} \Rightarrow d(B;(SCD)) = \frac{4}{3}$$

Câu 47: **[2D4-5.1-3]** Cho các số phức $z_1 = -2+i$, $z_2 = 2+i$ và số phức z thay đổi thỏa mãn $|z-z_1|^2 + |z-z_2|^2 = 16$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Giá trị biểu thức $M^2 - m^2$ bằng

A. 7 **B.** 15 **C.** 11 **D.** 8

Lời giải

Đặt $z = x + yi$

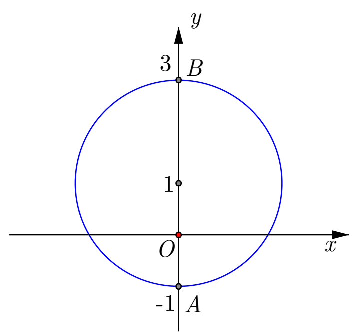
$|z-z_1|^2 + |z-z_2|^2 = 16$

$\Leftrightarrow |x+yi+2-i|^2 + |x+yi-2-i|^2 = 16$

$\Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 + (x-2)^2 + (y-1)^2 = 16$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2y - 3 = 0$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn của số phức là đường tròn tâm $I(0;1)$ và bán kính $R = 2$.



Khi đó $\begin{cases} m = |z|_{\min} = OA = 1 \\ M = |z|_{\max} = OB = 3 \end{cases}$

Vậy $M^2 - m^2 = 8$

Câu 48: **[2H1-3.2-1]** Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3}{4}$. **B.** a^3. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Ta có $V = \dfrac{1}{3}.SA.S_{ABC} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2\sqrt{3} = a^3$.

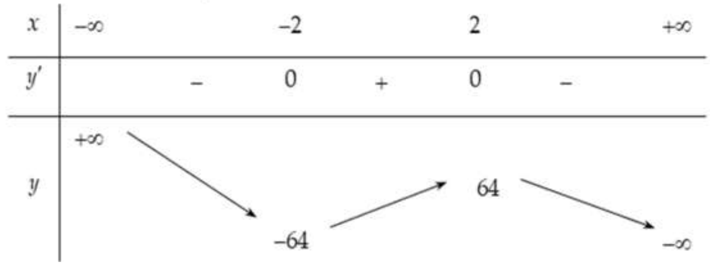
Câu 49: **[2D1-2.5-3]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^4 - 24x^2 + mx$ có ba điểm cực trị?

A. 130. **B.** 129. **C.** 127. **D.** 128.

Lời giải

Hàm số $y = x^4 - 24x^2 + mx$ có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 4x^3 - 48x + m = 0 \Leftrightarrow m = -4x^3 + 48x$ có ba nghiệm phân biệt

Xét $f(x) = -4x^3 + 48x$ có bảng biến thiên sau:



Ta có $-64 < m < 64$. Vậy có 127 giá trị nguyên m thỏa yêu cầu.

Câu 50: **[2D2-6.1-2]** Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$

A. $S = (-\infty; 2)$. **B.** $S = (2; +\infty)$. **C.** $S = (-1; 2)$. **D.** $S = \left(\frac{1}{2}; 2\right)$.

Lời giải

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 2x-1 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 2.$$

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.C	4.B	5.B	6.C	7.C	8.C	9.A	10.C
11.D	12.A	13.B	14.D	15.D	16.A	17.D	18.A	19.D	20.A
21.B	22.A	23.A	24.D	25.D	26.C	27.C	28.A	29.B	30.B
31.A	32.D	33.B	34.A	35.C	36.A	37.D	38.B	39.B	40.B
41.B	42.D	43.C	44.A	45.A	46.D	47.D	48.B	49.C	50.D