

ĐỀ THI KS HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG Môn Toán 8
Trường THCS Lương Thế Vinh – Năm học 2018-2019

Bài 1 Phân tích các đa thức thành nhân tử:

$$^3 - \frac{8}{25}x$$

1) $18x$

2) $a(a + 2b)^3 - b(2a + b)^3$

3) $(x - 2)(x - 3)(x - 4)(x - 5)$

Bài 2 Cho biểu thức: $A = \left(\frac{3}{x^2 - 1} + \frac{x+1}{2x-2} - \frac{x+3}{2x+2} \right) : \frac{5}{4x^2 - 4}$

a) Tìm ĐK của x để giá trị của biểu thức A được xác định. b) Rút gọn A

Bài 3: Cho a, b, c đôi một khác nhau thoả mãn: $ab + bc + ca = 1$.

Tính: $M = \frac{(a+b)^2 (b+c)^2 (c+a)^2}{(1+a^2)(1+b^2)(1+c^2)}$

Bài 4 a) CMR : Nếu $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$ và $a + b + c = abc$ thì ta có $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 2$

b) Tìm x, y biết: $7x^2 + y^2 + 4xy - 24x - 6y + 21 = 0$

Bài 5 Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A = (x^2 + 3x + 4)^2$

Bài 6

Cho hình bình hành ABCD. Gọi E, F theo thứ tự là trung điểm của cạnh AD, BC.

Đường chéo AC cắt đường chéo BD tại O và các đoạn BE, DF lần lượt tại P, Q.

1) Chứng minh rằng: P là trọng tâm của tam giác ABD.

2) Chứng minh rằng: $AP = PQ = QC$.

3) Lấy M bất kỳ thuộc đoạn DC. Gọi I, K theo thứ tự là các điểm đối xứng của M qua tâm E, F. Chứng minh rằng I, K thuộc đường thẳng AB.

4) Chứng minh: $AI + AK$ không đổi khi M thuộc đường thẳng AB.

(đã làm ngày 3/12/2019)

ĐÁP ÁN

HƯỚNG DẪN CHẤM THI HSG CẤP TRƯỜNG NĂM HỌC 2017-2018

Môn: Toán Lớp 8

Bài	Câu	Nội dung	Biểu điểm
1	1	$18x^3 - \frac{8}{25}x = 2x \left(9x^2 - \frac{4}{25} \right)$ $= 2x \left(3x + \frac{2}{5} \right) \left(3x - \frac{2}{5} \right)$	0,5 0,5
	2	$a(a+2b)^3 - b(2a+b)^3$ $= a[(a+b)+b]^3 - b[a+(a+b)]^3$ $= a[(a+b)^3 + 3(a+b)^2b + 3(a+b)b^2 + b^3] - b[a^3 + 3a^2(a+b) + 3a(a+b)^2 + (a+b)^3]$ $= a(a+b)^3 + 3ab(a+b)^2 + 3ab^2(a+b) + ab^3 - a^3b - 3a^2b(a+b) - 3ab(a+b)^2 - b(a+b)^3$ $= a(a+b)^3 + 3ab^2(a+b) + ab^3 - a^3b - 3a^2b(a+b) - b(a+b)^3$ $= (a+b)[a(a+b)^2 + 3ab^2 - ab(a-b) - 3a^2b - b(a+b)^2]$ $= (a+b)(a^3 + 2a^2b + ab^2 + 3ab^2 - a^2b + ab^2 - 3a^2b - a^2b - 2ab^2 - b^3)$ $= (a+b)(a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3) = (a+b)(a-b)^3$	0,5 0,5
	3	Đặt $A = (x-2)(x-3)(x-4)(x-5)$ $A = (x-2)(x-5)(x-4)(x-5) + 1 = (x^2 - 7x + 10)(x^2 - 7x + 12) + 1$ $= (x^2 - 7x + 11 - 1)(x^2 - 7x + 11 + 1) + 1$ $= (x^2 - 7x + 11)^2 - 1 + 1 = (x^2 - 7x + 11)^2$	1,0
2	1	a) Giá trị của biểu thức A được xác định với điều kiện: $\begin{cases} x^2 - 1 \neq 0 \\ 2x - 2 \neq 0 \\ 2x + 2 \neq 0 \\ 4x^2 - 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \neq 1 \\ x \neq 1 \\ x \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \neq \pm 1$	0,5
	2	Với $x \neq \pm 1$, ta có: $A = \left[\frac{3}{(x-1)(x+1)} + \frac{x+1}{2(x-1)} - \frac{x+3}{2(x+1)} \right] \cdot \frac{4x^2 - 4}{5}$ $= \frac{6 + (x+1)^2 - (x+3)(x-1)}{2(x-1)(x+1)} \cdot \frac{4(x-1)(x+1)}{5} = \frac{(6 + x^2 + 2x + 1 - x^2 - 2x + 3) \cdot 2}{5} = 4$	1,0 0,5
3	1	Ta có: $1 + a^2 = ab + bc + ca + a^2 = a(a+b) + c(a+b) = (a+b)(c+a)$ Tương tự: $1 + b^2 = (b+a)(b+c)$ và $1 + c^2 = (c+a)(c+b)$	0,5 0,5
		Do đó: $A = \frac{(a+b)^2 (b+c)^2 (c+a)^2}{(a+b)(a+c)(b+a)(b+c)(c+a)(c+b)} = 1$	0,5
4		Theo gt: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$ nên $a > 0, b > 0, c > 0$	

		Ta có: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2 \Rightarrow$ $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)^2 = 4 \Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + 2\left(\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}\right) = 4$ $\Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + 2\left(\frac{a+b+c}{abc}\right) = 4$ Vì $a + b + c = abc$ (gt) nên $\frac{a+b+c}{abc} = 1$ $\Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} + 2 = 4 \Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 2 \quad (\text{đpcm})$	
	2	$7x^2 + y^2 + 4xy - 24x - 6y + 21 = 0$ $\Leftrightarrow y^2 + 4xy - 6y + 7x^2 - 24x + 21 = 0$ $\Leftrightarrow y^2 + 2y(2x - 3) + (2x - 3)^2 + 3x^2 - 12x + 12 = 0$ $\Leftrightarrow (y + 2x - 3)^2 + 3(x^2 - 4x + 4) = 0$ $\Leftrightarrow (y + 2x - 3)^2 + 3(x - 2)^2 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y + 2x - 3 = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \quad (\text{vì } (y + 2x - 3)^2 \geq 0 \text{ và } 3(x - 2)^2 \geq 0)$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases} \text{ . Vậy } x = 2; y = -1$	0,5 0,5 0,5
5			
	2	Ta có: $A = x^2 + 3x + 4 = x^2 + 2x \cdot \frac{3}{2} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4 - \frac{9}{4} = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$ Với mọi x, ta có: $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \geq \frac{7}{4} > 0$ $\Rightarrow A \geq \left(\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49}{4} = 12,25$ $x + \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2}$ Dấu “=” xảy ra khi $x = -\frac{3}{2}$ Vậy $\min A = 12,25$ khi $x = -\frac{3}{2}$	0,25 0,25 0,5 0,5

			1
6	1	Vì ABCD là hình bình hành nên hai đường chéo AC, BD cắt nhau tại O là trung điểm của mỗi đường. Ta có: AO, BE là trung tuyến của $\triangle ABD$ Mà: AO cắt BE tại P nên P là trọng tâm của $\triangle ABD$.	0,5 0,5
	2	Theo câu 1) P là là trọng tâm của $\triangle ABD$ $\Rightarrow AP = \frac{2}{3}AO = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}AC = \frac{1}{3}AC$ Tương tự, ta có: $CQ = \frac{1}{3}AC$ Do đó: $PQ = AC - AP - CQ = \frac{1}{3}AC$ Vậy $AP = PQ = QC$	0,5 0,5
	3	Vì I đối xứng với M qua E nên $EI = EM$ Ta có: $AE = ED, EI = EM \Rightarrow$ AMDI là hình bình hành $\Rightarrow AI \parallel MD$ (1) Chứng minh tương tự, ta có: $BK \parallel MC$ (2) Từ (1), (2) và (3) suy ra I, A, B, K thẳng hàng hay I, K thuộc đường thẳng AB.	0,5 0,5
	4	$\triangle KMI$ có E, F lần lượt là trung điểm của MI, MK $\Rightarrow EF$ là đường trung bình của $\triangle KMI$ $\Rightarrow EF = \frac{1}{2}KI \Rightarrow KI = 2.EF$ Suy ra $AI + AK = IK = 2.EF$ (4) $BF \parallel AE$ và $AF = AE \Rightarrow$ Tứ giác ABFE là hình bình hành $\Rightarrow EF = AB$ (5) Từ (4) và (5) suy ra: $AI + AK = 2.AB$ không đổi khi M di động trên cạnh CD.	0,5 0,5

Ghi chú: Nếu học sinh làm cách khác mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa