**§1. MỆNH ĐỀ VÀ MỆNH ĐỀ CHỨA BIẾN**

**A. TÓM TẮT SÁCH GIÁO KHOA**

1. Định nghĩa:

*Mệnh đề* là một câu khẳng định *Đúng hoặc Sai*.

Một mệnh đề không thể vừa đúng vừa sai.

2. Mệnh đề phủ định:

Cho mệnh đề P. Mệnh đề *“Không phải P”* gọi là *mệnh đề phủ định* của P.

Kí hiệu là . Nếu P đúng thì  sai, nếu P sai thì  đúng.

3. Mệnh đề kéo theo và mệnh đề đảo:

Cho hai mệnh đề P và Q. Mệnh đề *“Nếu P thì Q”* được gọi là *mệnh đề kéo theo*.

Kí hiệu là PQ. Khi đó mệnh đề Q P được gọi là *mệnh đề đảo* của PQ.

4. Mệnh đề tương đương:

Cho hai mệnh đề P và Q. Mệnh đề *“P nếu và chỉ nếu Q”* được gọi là *mệnh đề tương đương*.

Kí hiệu là PQ.

Mệnh đề P Q đúng khi cả hai mệnh đề PQ và Q P cùng đúng.

*Chú ý:* “Tương đương còn được gọi bằng các thuật ngữ khác như “điều kiện cần và đủ”, “khi và chỉ khi”, “nếu và chỉ nếu”.

5. Mệnh đề chứa biến:

Mệnh đề chứa biến là một câu khẳng định chứa biến nhận giá trị trong một tập X nào đó mà với mỗi giá trị của biến thuộc X ta được một mệnh đề.

Câu: P (n): “n chia hết cho 5” với n là số tự nhiên.

P (x; y): “2x + y = 5” với x, y là số thực.

6. Các kí hiệu  và mệnh đề phủ định của mệnh đề có chứa kí hiệu .

Kí hiệu : đọc là với mọi; : đọc là tồn tại.

Phủ định của mệnh đề “” là mệnh đề “”

Phủ định của mệnh đề “” là mệnh đề “”

**B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI:**

**DẠNG TOÁN 1: XÁC ĐỊNH MỆNH ĐỀ VÀ MỆNH ĐỀ CHỨA BIẾN**

Phương pháp: Muốn xác định được một mệnh đề ta áp dụng định nghĩa sau:

1. Mệnh đề:

*Mệnh đề* là một câu khẳng định *Đúng hoặc Sai*.

Một mệnh đề không thể vừa đúng vừa sai.

2. Mệnh đề chứa biến:

Mệnh đề chứa biến là một câu khẳng định chứa biến nhận giá trị trong một tập X nào đó mà với mỗi giá trị của biến thuộc X ta được một mệnh đề.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 1**. Các câu sau đây, câu nào là mệnh đề, câu nào không phải là mệnh đề?  (1) Đi Picnic là niềm yêu thích của tôi!  (2) Phương trình  có nghiệm  (3) 16 không phải là số chẵn.  (4) Số  có phải là số nguyên hay không?  (5) Ấn độ là một trong các nước đông dân nhất thế giới.  (6) Tam giác  vuông khi nó có một góc vuông.  (7) Một tứ giác nội tiếp trong một đường tròn khi tổng hai góc đối bằng  **🖎Lời giải tham khảo**  Câu (1) và (4) không là mệnh đề (vì là câu cảm thán, câu hỏi)  Câu (2) là một mệnh đề. Vì đó là một khẳng định có tính đúng.  Câu (3) là một mệnh đề. Vì đó là một khẳng định có tính sai.  Câu (5) là một mệnh đề. Vì đó là một khẳng định có tính đúng.  Câu (6) là một mệnh đề. Vì đó là một khẳng định có tính đúng.  Câu (7) là một mệnh đề. Vì đó là một khẳng định có tính sai. | | **🖎Lưu ý** |
| **Câu** 2. Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề chứa biến?  a) . b)  c).  d)  e) 15 là số chính phương. f) chia hết cho 3 (với ).  **🖎Lời giải tham khảo**    Câu (a) không phải là một mệnh đề.  Câu (b) là một mệnh đề và không phải là một mệnh đề chứa biến.  Câu (c) là một mệnh đề chứa biến.  Vì đó là một mệnh đề đúng khi .là một mệnh đề sai khi Câu (d) là một mệnh đề chứa biến. Vì đó là một mệnh đề đúng khi .là một mệnh đề sai khi .  Câu (e) là một mệnh đề và không phải là một mệnh đề chứa biến.  Câu (f) là một mệnh đề chứa biến. Vì đó là một mệnh đề đúng khi .là một mệnh đề sai khi . | |  |
| **1.1** Các câu sau đây, câu nào là mệnh đề, câu nào không phải mệnh đề?  a) Không được đi lối này!  b) Bây giờ là mấy giờ?  c) Chiến tranh thế giới lần thứ hai kết thúc năm 1946.  d) 16 chia 3 dư 1.  e) 2018 không là số nguyên tố.  f)  là số vô tỉ.  g) Hai đường tròn phân biệt có nhiều nhất hai điểm chung  **🖎Lời giải tham khảo** | **1.2** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề chứa biến?  a) Số 11 là số chẵn. b) Huế là một thành phố của Việt Nam. c) 2x + 3 là một số nguyên dương.  d) . e) 4 + x = 3.  f) Phương trình  có nghiệm.  **🖎Lời giải tham khảo** | |

**DẠNG TOÁN 2: XÉT TÍNH ĐÚNG-SAI CỦA MỘT MỆNH ĐỀ**

Phương pháp: Một câu khẳng định đúng là mệnh đề đúng, một câu khẳng định sai là mệnh đề sai.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu 1**. Xét tính Đúng-Sai của các mệnh đề sau:  a) Phương trình bậc nhất luôn luôn có nghiệm.  b) Tiếp tuyến của một đường tròn chỉ có một điểm chung với đường tròn đó.  c)  d)  **🖎Lời giải tham khảo**  a) là mệnh đề đúng.  b) là mệnh đề đúng.  c) là mệnh đề sai. Vì  d) là mệnh đề đúng. | | **🖎Lưu ý** |
| 1.1 Xét tính Đúng-Sai của mệnh đề sau:  **a)**  **b**) Nếu một tam giác có một góc bằng  thì tam giác đó đều.  **c)** Một tứ giác là hình chữ nhật khi và chỉ khi chúng có 3 góc vuông  **d)** Nếu  thì  với mọi *t.*  **🖎Lời giải tham khảo** | **1.2** Tìm giá trịđể mệnh đề là mệnh đề đúng.  **🖎Lời giải tham khảo** | |
| **1.3** Cho ba mệnh đề sau, với n là số tự nhiên  (1) n + 8 là số chính phương.  (2) Chữ số tận cùng của n là 4.  (3) n -1 là số chính phương.  Biết rằng có hai mệnh đề đúng và một mệnh đề sai. Hãy xác định mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai  **🖎Lời giải tham khảo** |  | |

**DẠNG TOÁN 3: PHỦ ĐỊNH MỘT MỆNH ĐỀ.**

*Các phép toán mệnh đề được sử dụng nhằm mục đích kết nối các mệnh lại với nhau tạo ra một mệnh đề mới. Một số các mệnh đề toán là: Mệnh đề phủ định (phép phủ định), mệnh đề kéo theo (phép kéo theo), mệnh đề ảo, mệnh đề tương đương (phép tương đương).*

1. Mệnh đề phủ định:

Cho mệnh đề *P*. Mệnh đề *“Không phải P”* gọi là *mệnh đề phủ định* của *P*.

Kí hiệu là . Nếu P đúng thì  sai, nếu P sai thì  đúng.

2. Các kí hiệu  và mệnh đề phủ định của mệnh đề có chứa kí hiệu .

Kí hiệu : đọc là với mọi; : đọc là tồn tại.

Phủ định của mệnh đề “” là mệnh đề “”

Phủ định của mệnh đề “” là mệnh đề “”

|  |  |
| --- | --- |
| Nêu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau, cho biết mệnh đề này đúng hay sai?  P: “Hình thoi có hai đường chéo vuông góc với nhau”  Q: “6 là số nguyên tố”  R: “Tổng hai cạnh của một tam giác lớn hơn cạnh còn lại”  S: “5 > -3”  K: “Phương trình  có nghiệm”  H: “” | ***Lời giải*** |
| 1. Xét tính đúng (sai) mệnh đề và phủ định các mệnh đề sau:   a)  b)  c) chia hết cho 4  d)  e)  là một số chính phương | ***Lời giải*** |
| 1. Dùng các kí hiệu để viết các câu sau và viết mệnh đề phủ định của nó.   a) Tích của ba số tự nhiên liên tiếp chia hết cho 6  b) Với mọi số thực bình phương của một số là một số không âm  c) Có một số nguyên mà bình phương của nó bằng chính nó.  d) Có một số hữu tỉ mà nghịch đảo của nó lớn hơn chính nó. | ***Lời giải*** |
| 1. Xác định tính đúng sai của mệnh đề sau và tìm phủ định của nó:   a) A: “”  b) B: “Tồn tại số tự nhiên đều là số nguyên tố”  c) C: “x chia hết cho x + 1”  d) D: “ là hợp số”  e) E: “Tồn tại hình thang là hình vuông”  f) F: “Tồn tại số thực a sao cho ” | ***Lời giải*** |
| a) Cho mệnh đề P: “Với mọi số thực x, nếu x là số hữu tỉ thì 2x là số hữu tỉ”.  Dùng kí hiệu P, và xác định tính đúng –sai của nó.  b) Phát biểu MĐ đảo của P và chứng tỏ MĐ đó là đúng. Phát biểu mệnh đề dưới dạng tưng đương. | ***Lời giải*** |
| 1. Nêu mệnh đề phủ định của các mệnh đề sau, cho biết mệnh đề này đúng hay sai:   P: “Trong tam giác tống ba góc bằng 1800”  Q: “là số nguyên”  R: “Việt Nam vô địch Worldcup năm 2020”  S: “”  K: “Bất phương trình x2013 > 2030 vô nghiệm” | ***Lời giải*** |

**DẠNG TOÁN 4: MỆNH ĐỀ KÉO THEO, MỆNH ĐỀ ĐẢO, MỆNH ĐỀ TƯƠNG ĐƯƠNG.**

1. Mệnh đề kéo theo và mệnh đề đảo:

Cho hai mệnh đề P và Q. Mệnh đề *“Nếu P thì Q”* được gọi là *mệnh đề kéo theo*.

Kí hiệu là PQ. Khi đó mệnh đề Q P được gọi là *mệnh đề đảo* của PQ.

2. Mệnh đề tương đương:

Cho hai mệnh đề P và Q. Mệnh đề *“P nếu và chỉ nếu Q”* được gọi là *mệnh đề tương đương*.

Kí hiệu là PQ.

Mệnh đề P Q đúng khi cả hai mệnh đề PQ và Q P cùng đúng.

*Chú ý:* “Tương đương còn được gọi bằng các thuật ngữ khác như “điều kiện cần và đủ”, “khi và chỉ khi”, “nếu và chỉ nếu”.

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Phát biểu mệnh đề PQ và phát biểu mệnh đề đảo, xét tính đúng sai của nó.   a) P: “Tứ giác ABCD là hình thoi” và Q: “Tứ giác ABCD, AC và BD cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường”  b) P: “2 > 9” và Q: “4 < 3”  c) P: “Tam giác ABC vuông cân tại A” và Q: “Tam giác ABC có ”  d) P: “Ngày 2 tháng 9 là ngày Quốc Khánh của nước Việt Nam” và Q: “Ngày 27 tháng 7 là ngày thương binh liệt sĩ” | ***Lời giải*** |
| 1. Phát biểu mệnh đề P Q bằng hai cách và xét tính đúng sai của nó   a) P: “Tứ giác ABCD là hình thoi” và Q: “Tứ giác ABCD là hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau”.  b) P: “Bất phương trình ” có nghiệm và Q: “” | ***Lời giải*** |
| 1. Phát biểu mệnh đề PQ và phát biểu mệnh đề đảo, xét tính đúng sai của nó   a) P: “Tứ giác ABCD là hình chữ nhật” và Q: “Tứ giác ABCD có hai đường chéo AC và BD vuông góc với nhau”.  b) P: “” và Q: “”  c) P: “Hai tam giác ABC có ” và Q: “Tam giác ABC có BC2 = AB2 + AC2”  d) P: “Tố Hữu là nhà Toán học lớn nhất của Việt Nam” và Q: “Évariste và Galois là nhà Thơ lỗi lạc của thế giới”. | ***Lời giải*** |
| 1. Phát biểu mệnh đề P Q bằng hai cách và xét tính đúng sai của nó   a) Cho tứ giác ABCD. Xét hai mệnh đề  P: “Tứ giác ABCD là hình vuông”  Q: “Tứ giác ABCD là hình chữ nhật có hai đường chéo vuông góc với nhau”  b) P: “Bất phương trình  có nghiệm” và Q: “Bất phương trình  vô nghiệm” | ***Lời giải*** |
| 1. Cho hai mệnh đề:   A: “Nếu ΔABC đều có cạnh bằng a, đường cao là h thì ”;  B: “Tứ giác có bốn cạnh bằng nhau là hình vuông”;  C: “15 là số nguyên tố”  D: “là một số nguyên”.  a) Hãy cho biết trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai:  AB, AD, BC.  b) Hãy cho biết trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai:  AB, BC, BD. | ***Lời giải*** |
| 1. Hãy phát biểu mệnh đề kéo theo P Q, P và xét tính đúng sai của mệnh đề này.   a) Cho tứ giác ABCD và hai mệnh đề:  P: “Tổng 2 góc đối diện của tứ giác lồi bằng 1800” và Q: “Tứ giác nội tiếp được đường tròn”.  b) P: “” và Q: “” | ***Lời giải*** |
| 1. Cho số tự nhiên n, xét hai mệnh đề chưa biến:   A(n): “n là số chẵn” B(n): “n2 là số chẵn”  a) Hãy phát biểu mệnh đề . Cho biết mệnh đề này đúng hay sai?  b) Hãy phát biểu mệnh đề “”.  c) Hãy phát biểu mệnh đề “”. | ***Lời giải*** |

**DẠNG TOÁN 5: ÁP DỤNG MỆNH ĐỀ VÀO SUY LUẬN TOÁN HỌC**

**A. TÓM TẮT LÍ THUYẾT**

**1. Định lí và chứng minh định lí:**

* Trong Toán học, định lí là một mệnh đề đúng. Nhiều định lí được phát biểu dưới dạng: , P(x), Q(x) là các mệnh đề chứa biến
* Có 2 cách để chứng minh định lí dưới dạng trên

Cách 1: Chứng minh trực tiếp gồm các bước sau:

- Lấy x X bất kỳ mà P(x) đúng.

- Chứng minh Q(x) đúng bằng suy luận và kiến thức Toán học đã biết.

Cách 2: Chứng minh bằng phản định lí gồm các bước sau:

- Giả sử tồn tại sao cho P(x0) đúng là Q(x0) sai

- Dùng suy luận và các kiến thức toán học để đi đến mâu thuẫn.

**2. Định lí đảo, điều kiện cần, điều kiện đủ, điều kiện cần và đủ:**

* Cho định lí dưới dạng  (1). Khi đó

P(x) là *điều kiện đủ* để có Q(x)

Q(x) là *điều kiện cần* đề có P(x)

* Mệnh đề  đúng thì được gọi là ***định lí đảo*** của định lí dạng (1)

Lúc đó (1) được gọi là ***định lí thuận*** và khi đó có thể gộp lại thành một định lí , ta gọi là P(x) là *điều kiện cần và đủ* để có Q(x).

Ngoài ra còn nói “P(x) nếu và chỉ nếu Q(x)”, “P(x) khi và chỉ khi Q(x)”.

**B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.**

**DẠNG TOÁN 5.1: PHƯƠNG PHÁP CHỨNG MINH BẰNG PHẢN CHỨNG**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n, n3 chia hết cho 3 thì n chia hết cho 3 | ***Lời giải*** |
| 1. Cho tam thức f(x) = ax2 + bx + c, a0. Chứng minh rằng nếu tồn tại số thực sao cho a.f() ≤ 0 thì phương trình f(x) = 0 luôn có nghiệm. | ***Lời giải*** |
| 1. Chứng minh rằng một tam giác có đường trung tuyến vừa là phân giác xuất phản từ một đỉnh là tam giác cân tại đỉnh đó. | ***Lời giải*** |
| 1. Chứng minh bằng phương pháp phản chứng: Nếu phương trình bậc hai:  vô nghiệm thì a và c cùng dấu. | ***Lời giải*** |
| 1. Chứng minh bằng phương pháp phản chứng: Nếu hai số nguyên dương có tổng bình phương chia hết cho 3 thì cả hai số đó phải chia hết cho 3. | ***Lời giải*** |
| 1. Chứng minh rằng: Nếu độ dài các cạnh của tam giác thỏa mãn bất đẳng thức a2 + b2 > 5c2 thì c là dộ dài cạnh nhỏ nhất của tam giác. | ***Lời giải*** |
| 1. Cho a, b, c dương nhỏ hơn 1. Chứng minh rằng ít nhất một trong ba bất đẳng thức sau sai , , | ***Lời giải*** |
| 1. Nếu a1a1≥2(b1+b2) thì ít nhất một trong hai phương trình x2 + a1x + b1 = 0, x2 + a2x + b2 = 0 có nghiệm. | ***Lời giải*** |
| 1. Chứng minh rằng  là số vô tỉ. | ***Lời giải*** |
| 1. Cho các số a, b, c thỏa mãn các điều kiện:   Chứng minh rằng cả ba số a, b, c đều dương. | ***Lời giải*** |
| 1. Chứng minh bằng phản chứng định lí sau: “Nếu tam giác ABC có các đường phân giác trong BE, CF bằng nhau thì tam giác ABC cân”. | ***Lời giải*** |
| 1. Cho 7 đoạn thẳng có độ dài lớn hơn 10 và nhỏ hơn 100. Chứng minh rằng luôn tìm được 3 đoạn để có thể ghép thành một tam giác. | ***Lời giải*** |

**DẠNG TOÁN 5.2: SỬ DỤNG THUẬT TOÁN ĐIỀU KIỆN CẦN, ĐIỀU KIỆN ĐỦ, ĐIỀU KIỆN CẦN VÀ ĐỦ**

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Cho định lí: “Cho số tự nhiên n, nếu n5 chia hết cho 5 thì n chia hết cho 5”. Định lí này được viết theo dạng P Q.   a) Hãy xác định các mệnh đề P và Q.  b) Phát biểu định lí trên bằng cách dung thuật ngữ “điều kiện cần”.  c) Phát biểu định lí trên bằng cách dung thuật ngữ “điều kiện đủ”.  d) Hãy phát biểu định lí đảo (nếu có) của định lí trên rồi dung các thuật ngữ “điều kiện cần và đủ” để gộp cả hai định lí thuận và đảo. | ***Lời giải*** |
| 1. Phát biểu các mệnh đề sau với thuật ngữ “Điều kiện cần”, “Điều kiện đủ”   a) Nếu hai tam giác bằng nhau thì chúng có diện tích bằng nhau  b) Nếu số nguyên dương chia hết cho 6 thì chia hết cho 3  c) Nếu hình thang có hai đường chéo bằng nhau thì nó là hình thang cân  d) Nếu tam giác ABC vuông tại A và AH là đường cao thì AB2 = BC.AH | ***Lời giải*** |
| 1. Phát biểu các định lí sau đây bằng cách sử dụng khái niệm “Điều kiện cần” và “Điều kiện đủ”   a) Nếu trong mặt phẳng, hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ 3 thì hai đường thẳng đó song song với nhau.  b) Nếu số nguyên dương có chữ số tận cùng là 5 thì chia hết cho 5.  c) Nếu tứ giác là hình thoi thì hai đường chéo vuông góc với nhau.  d) Nếu hai tam giác bằng nhau thì chúng có các góc tương ứng bằng nhau.  e) Nếu số nguyên dương a chia hết cho 24 thì chia hết cho 4 và 6. | ***Lời giải*** |
| 1. Dùng thuật ngữ điều kiện cần và đủ để phát biểu các thuật ngữ sau   a) Một tam giác là tam giác cân, nếu và chỉ nếu nó có hai góc bằng nhau  b) Tứ giác là hình bình hành khi và chỉ khi tứ giác có hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.  c)  d) Tứ giác MNPQ là hình bình hành khi và chỉ khi . | ***Lời giải*** |
| 1. Sử dụng thuật ngữ “điều kiện cần”, “điều kiện đủ” để phát biểu định lí sau:   a) “Nếu một tứ giác là hình vuông thì nó có bốn cạnh bằng nhau”.  Có định lí đảo của định lí trên không, vì sao?  b) “Nếu một tứ giác là hình thoi thì nó có hai đường chéo vuông góc”  Có định lí đảo của định lí trên không, vì sao? | ***Lời giải*** |