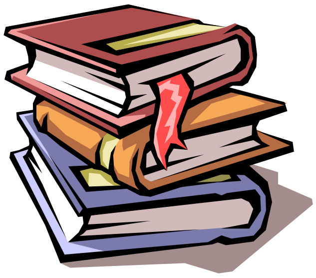
Tailieumontoan.com

Sưu tầm



TUYỂN TẬP ĐỀ THI
VÀO LỚP 10 CHUYÊN TOÁN BẮC GIANG

Tài liệu sưu tầm, ngày 15 tháng 11 năm 2020

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC GIANG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN BẮC GIANG
NĂM HỌC 2020 - 2021
MÔN THI: TOÁN
Ngày thi: 18/7/2020
Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu I (*5,0 điểm*).

1) Cho biểu thức $A=\dfrac{3x+5\sqrt{x-1}-14}{x-3+\sqrt{x-1}}-\dfrac{\sqrt{x-1}-2}{\sqrt{x-1}-1}-\dfrac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}+2}$ với $x\ge 1,\ x\ne 2$.

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Tìm tất cả các giá trị của x để A nhận giá trị là số nguyên.

2) Cho parabol $(P): y=x^2$ và đường thẳng $(d): y=-mx+2-m$ (m là tham số). Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1,\ x_2$ sao cho biểu thức $T=\dfrac{1}{(x_1+1)^4}+\dfrac{1}{(x_2+1)^4}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu II (*5,0 điểm*).

1) Giải phương trình: $(x+1)\sqrt{x-1}+5x=13$.

2) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3-xy+2x^2-2y=0 \\ \dfrac{(x+y-2)\sqrt{x+1}}{x-2}=y(x-5)+9x-5 \end{cases}$.

Câu III (*3,0 điểm*).

1) Tìm tất cả các cặp số nguyên dương $(a;b)$ để biểu thức $\dfrac{a^2-3}{ab+3}$ nhận giá trị là số nguyên.

2) Trong mặt phẳng cho 2020 điểm phân biệt sao cho từ ba điểm bất kỳ luôn chọn ra được hai điểm có khoảng cách nhỏ hơn 1cm. Chứng minh rằng tồn tại một hình tròn có bán kính bằng 1cm chứa không ít hơn 1010 điểm trong 2020 điểm đã cho.

Câu IV (*6,0 điểm*). Cho tam giác ABC nhọn ($AB<AC$) nội tiếp đường tròn tâm O. Các đường cao AD, BE và CF của tam giác ABC đồng quy tại H. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC, K là giao điểm của hai đường thẳng BC và EF.

1) Chứng minh rằng $KB.KC=KE.KF$ và H là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác DEF.

2) Qua điểm F kẻ đường thẳng song song với đường thẳng AC, đường thẳng này cắt các đường thẳng AK, AD lần lượt tại P và Q. Chứng minh $FP=FQ$.

3) Chứng minh rằng đường thẳng HK vuông góc với đường thẳng AM.

Câu V (*1,0 điểm*). Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng:

$$\frac{a^2}{5a^2+(b+c)^2}+\frac{b^2}{5b^2+(c+a)^2}+\frac{c^2}{5c^2+(a+b)^2}\le\frac{1}{3}.$$

----------------Hết----------------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.. Số báo danh:..

Cán bộ coi thi 1 (Họ tên và ký):............................ Cán bộ coi thi 2 (Họ tên và ký):...............................

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC GIANG

HDC CHÍNH THỨC

HƯỚNG DẪN CHẤM
BÀI THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN BẮC GIANG
NĂM HỌC 2020 - 2021
NGÀY THI: 18/7/2020
MÔN THI: TOÁN

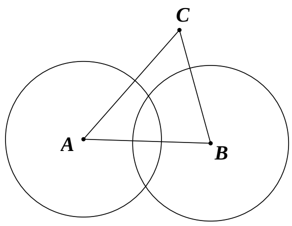
(Bản hướng dẫn chấm có 06 trang)

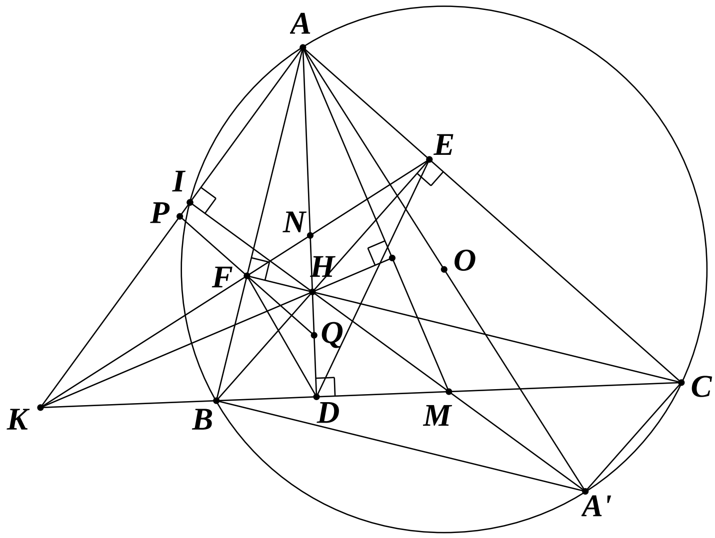
Câu	Hướng dẫn giải	Điểm
Câu I		**(5.0 đ)**
Phần 1.a (2,0 điểm)	$A=\dfrac{3x+5\sqrt{x-1}-14}{\left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)}-\dfrac{\sqrt{x-1}-2}{\sqrt{x-1}-1}-\dfrac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}+2}$	0.5
	$=\dfrac{x+6\sqrt{x-1}-8}{\left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)}$	0.5
	$=\dfrac{\left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-1}+7\right)}{\left(\sqrt{x-1}-1\right)\left(\sqrt{x-1}+2\right)}$	0.5
	$=\dfrac{\sqrt{x-1}+7}{\sqrt{x-1}+2}$. Vậy $A=\dfrac{\sqrt{x-1}+7}{\sqrt{x-1}+2}$, với điều kiện $x\ge 1,\ x\ne 2$.	0.5
Phần 1.b (1,0 điểm)	Ta có $A=1+\dfrac{5}{\sqrt{x-1}+2}$ .Với $x\ge 1$ thì $0<\dfrac{5}{\sqrt{x-1}+2}\le\dfrac{5}{2}$.	0.25
	Vì A nhận giá trị nguyên nên $\dfrac{5}{\sqrt{x-1}+2}$ nhận giá trị nguyên.	0.25
	Trường hợp 1: $\dfrac{5}{\sqrt{x-1}+2}=1\Leftrightarrow\sqrt{x-1}=3\Leftrightarrow x-1=9\Leftrightarrow x=10$	0.25
	Trường hợp 2: $\dfrac{5}{\sqrt{x-1}+2}=2\Leftrightarrow\sqrt{x-1}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x-1=\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow x=\dfrac{5}{4}$. Vậy các giá trị x cần tìm là $x\in\left\{\dfrac{5}{4};10\right\}$.	0.25
Phần 2 (2,0 điểm)	Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là $x^2=-mx+2-m \Leftrightarrow x^2+mx+m-2=0\ \ (1)$	0.25
	Ta có: $\Delta=m^2-4(m-2)=m^2-4m+8=(m-2)^2+4>0$ với $\forall m\in\mathbb{R}$. Vậy phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2$ với $\forall m\in\mathbb{R}$. Suy ra (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x_1,\ x_2$.	0.25
	Nhận xét: $x_1,\ x_2$ khác -1 vì $(-1)^2+m.(-1)+m-2=-1\ne 0$ (đúng với $\forall m\in\mathbb{R}$)	0.25

	Theo định lí Viet, ta có: $x_1+x_2=-m$ và $x_1.x_2=m-2$.	
	Ta có $(x_1+1)^4.(x_2+1)^4=\left[x_1x_2+(x_1+x_2)+1\right]^4$ $=\left[m-2+(-m)+1\right]^4$ $=1$.	0.25
	Áp dụng bất đẳng thức Côsi, ta có: $T=\frac{1}{(x_1+1)^4}+\frac{1}{(x_2+1)^4}\ge 2\sqrt{\frac{1}{(x_1+1)^4}.\frac{1}{(x_2+1)^4}}$ $\Rightarrow T\ge 2$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $(x_1+1)^4=(x_2+1)^4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_1+1=x_2+1\\ x_1+1=-(x_2+1)\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_1=x_2\\ x_1+x_2=-2\end{array}\right.$. Vì $x_1\ne x_2$ nên $x_1+x_2=-2$.	0.5
	Ta lại có $x_1+x_2=-m$ nên $m=2$ (thỏa mãn)	0,25
	Vậy giá trị m cần tìm là $m=2$.	0.25
Câu II		**(5.0 đ)**
Phần 1 (2.5 điểm)	Điều kiện $x-1\ge 0\Leftrightarrow x\ge 1$ Phương trình đã cho tương đương $(x+1)\left(\sqrt{x-1}-1\right)+(6x-12)=0$	*0,25*
	$\Leftrightarrow \frac{(x+1)(x-2)}{\sqrt{x-1}+1}+6(x-2)=0$	*0.5*
	$\Leftrightarrow (x-2)\left(\frac{x+1}{\sqrt{x-1}+1}+6\right)=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x-2=0\\ \frac{x+1}{\sqrt{x-1}+1}+6=0\end{array}\right.$.	*0.75*
	+) $x-2=0\Leftrightarrow x=2.$ +) $\frac{x+1}{\sqrt{x-1}+1}+6=0$ vô nghiệm vì $\frac{x+1}{\sqrt{x-1}+1}+6>0$ với $\forall x\ge 1$.	*0.75*
	So sánh điều kiện ta được tập nghiệm của phương trình đã cho là $\{2\}$.	*0.25*
Phần 2 (2.5 điểm)	Điều kiện: $x\ge -1,\ x\ne 2;\ y\in\mathbb{R}$. Ta có $x^3-xy+2x^2-2y=0\Leftrightarrow (x+2)(x^2-y)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-2\\ y=x^2\end{array}\right.$. Vì $x\ge -1$ nên $x=-2$ không thỏa mãn.	*0.5*

	Vậy $y=x^2$.	
	Thay $y=x^2$ vào phương trình $\dfrac{(x+y-2)\sqrt{x+1}}{x-2}=y(x-5)+9x-5$, ta được phương trình $\dfrac{(x+x^2-2)\sqrt{x+1}}{x-2}=x^2(x-5)+9x-5$ $\Leftrightarrow \dfrac{(x^2+x-2)\sqrt{x+1}}{x-2}=x^3-5x^2+9x-5\ \ (1)$	0.25
	Với điều kiện bài toán $(1)\Leftrightarrow (x-1)(x+2)\sqrt{x+1}=(x-2)(x-1)(x^2-4x+5)$ $\Leftrightarrow (x-1)\left[(x+2)\sqrt{x+1}-(x-2)(x^2-4x+5)\right]=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ (x+2)\sqrt{x+1}-(x-2)(x^2-4x+5)=0\ \ (2) \end{array}\right.$.	0.5
	Với $x=1\Rightarrow y=1$. $(2)\Leftrightarrow \left(\sqrt{x+1}\right)^3+\sqrt{x+1}=(x-2)^3+(x-2)$ $\Leftrightarrow \left[\sqrt{x+1}-(x-2)\right]\left[\left(\sqrt{x+1}\right)^2+(x-2)\sqrt{x+1}+(x-2)^2+1\right]=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} \sqrt{x+1}=x-2 & (3) \\ \left(\sqrt{x+1}\right)^2+(x-2)\sqrt{x+1}+(x-2)^2+1=0 & (4) \end{array}\right.$.	0.5
	Vì $\left(\sqrt{x+1}\right)^2+(x-2)\sqrt{x+1}+(x-2)^2+1$ $=\left[\sqrt{x+1}+\dfrac{1}{2}(x-2)\right]^2+\dfrac{3(x-2)^2}{4}+1>0,\forall x\ge -1$ nên (4) vô nghiệm.	0.25
	$(3)\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 2 \\ x+1=(x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 2 \\ x^2-5x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 2 \\ \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5+\sqrt{13}}{2} \\ x=\dfrac{5-\sqrt{13}}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=\dfrac{5+\sqrt{13}}{2}$. (thỏa mãn điều kiện) Với $x=\dfrac{5+\sqrt{13}}{2}\Rightarrow y=\dfrac{19+5\sqrt{13}}{2}$.	0.25
	Vậy hệ phương trình có tập nghiệm là $\left\{(1;1);\left(\dfrac{5+\sqrt{13}}{2};\dfrac{19+5\sqrt{13}}{2}\right)\right\}$.	0.25
Câu III		**(3.0đ)**

Phần 1 (1.5 điểm)	Yêu cầu bài toán tương đương a^2-3 chia hết cho $ab+3$ $\Rightarrow b\left(a^2-3\right)\vdots(ab+3)\Rightarrow\left[a(ab+3)-3(a+b)\right]\vdots(ab+3)$ $\Rightarrow 3(a+b)\vdots(ab+3)$. Đặt $3(a+b)=k(ab+3)$, $k\in\mathbb{N}^*$.	0.5
	Nếu $k=1$ thì $3(a+b)=ab+3\Rightarrow(a-3)(b-3)=6$ Vì a, $b\in\mathbb{N}^*$ nên $a-3\geq -2$ và $b-3\geq -2$ *Trường hợp 1*: $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a-3=6\\b-3=1\end{cases}\\\begin{cases}a-3=1\\b-3=6\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=9\\b=4\end{cases}\\\begin{cases}a=4\\b=9\end{cases}\end{array}\right.$. Thử lại thì $(a;b)=(9;4)$ thỏa mãn. *Trường hợp 2*: $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a-3=3\\b-3=2\end{cases}\\\begin{cases}a-3=2\\b-3=3\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=6\\b=5\end{cases}\\\begin{cases}a=5\\b=6\end{cases}\end{array}\right.$. Thử lại thì $(a;b)=(6;5)$ thỏa mãn.	0.25
	Nếu $k=2$ thì $3(a+b)=2(ab+3)\Rightarrow(2a-3)(2b-3)=-3$ Vì a, $b\in\mathbb{N}^*$ nên $2a-3\geq -1$ và $2b-3\geq -1$ Ta có $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}2a-3=3\\2b-3=-1\end{cases}\\\begin{cases}2a-3=-1\\2b-3=3\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a=3\\b=1\end{cases}\\\begin{cases}a=1\\b=3\end{cases}\end{array}\right.$. Thử lại thì $(a;b)=(3;1)$ thỏa mãn.	0.25
	Nếu $k\geq 3$ thì $3(a+b)=k(ab+3)\geq 3(ab+3)\Leftrightarrow(a-1)(b-1)+2\leq 0$ (vô lý vì a, $b\in\mathbb{N}^*$). Vậy các cặp số $(a;b)$ thỏa mãn là $(3;1)$; $(6;5)$; $(9;4)$.	0.5
Phần 2 (1.5 điểm)	Gọi A là một điểm bất kỳ trong số 2020 điểm đã cho. Xét hình tròn $(A;1\text{cm})$. *Trường hợp 1*: Nếu hình tròn $(A;1\text{cm})$ chứa tất cả 2019 điểm còn lại thì ta có điều phải chứng minh.	0.5
	Trường hợp 2: Nếu trong 2019 điểm còn lại tồn tại điểm B nằm ngoài hình tròn $(A;1\text{cm})$ thì $AB>1\text{cm}$, vẽ đường tròn $(B;1\text{cm})$. Ta chứng minh 2018 điểm còn lại hoặc thuộc hình tròn $(A;1\text{cm})$ hoặc thuộc hình tròn $(B;1\text{cm})$.	0.75

<table>
<tr><td></td><td>

Thật vậy: Giả sử tồn tại điểm C trong 2018 điểm còn lại nằm ngoài cả hai hình tròn $(A;1\text{cm})$ và $(B;1\text{cm})$ như hình vẽ. Khi đó $AC > 1\text{cm}$ và $BC > 1\text{cm}$. Như vậy với ba điểm A, B, C thì khoảng cách của hai điểm bất kỳ luôn lớn hơn 1(mâu thuẫn với đầu bài).</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Vậy 2018 điểm còn lại hoặc thuộc hình tròn $(A;1\text{cm})$ hoặc thuộc hình tròn $(B;1\text{cm})$.
Theo nguyên lý Dirichlet tồn tại một hình tròn chứa ít nhất 1009 điểm đã cho và chứa thêm điểm A hoặc điểm B.
Vậy tồn tại một hình tròn có bán kính bằng 1cm chứa không ít hơn 1010 điểm đã cho.</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>Câu IV</td><td></td><td>(6.0 đ)</td></tr>
<tr><td></td><td>
</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">Phần 1
(2.0
điểm)</td><td>Chỉ ra tứ giác $BFEC$ nội tiếp và tam giác KBF đồng dạng với tam giác KEC</td><td>0,5</td></tr>
<tr><td>Khi đó $\frac{KF}{KC} = \frac{KB}{KE} \Leftrightarrow KB.KC = KE.KF$.</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>Chỉ ra tứ giác $BDHF$ nội tiếp, suy ra $\widehat{FBH} = \widehat{FDH}$ (1)
Chỉ ra tứ giác $CDHE$ nội tiếp, suy ra $\widehat{HDE} = \widehat{HCE}$ (2)
Ta có $\widehat{FBE} = \widehat{FCE}$ (3) vì tứ giác $BFEC$ nội tiếp.
Từ (1), (2) và (3) $\Rightarrow$ $\widehat{FDH} = \widehat{EDH}$ $\Rightarrow$ HD là phân giác của $\widehat{FDE}$ (4)</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>Chứng minh tương tự, ta được HE là phân giác của $\widehat{FED}$ (5)</td><td>0.5</td></tr>
</table>

	Từ (4) và (5) $\Rightarrow$ H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác DEF .	
Phần 2 (2.0 điểm)	Gọi N là giao điểm của AD và KE Theo tính chất đường phân giác trong của tam giác DEF ta có $\frac{NF}{NE}=\frac{DF}{DE}$ (6).	0.5
	Ta có KD là phân giác ngoài của tam giác FDE tại đỉnh D. Theo tính chất đường phân giác ngoài của tam giác DEF ta có $\frac{KF}{KE}=\frac{DF}{DE}$ (7). Từ (6) và (7) $\Rightarrow \frac{NF}{NE}=\frac{KF}{KE}$ (8)	0.5
	Vì PQ song song với AC, theo định lí Talet mở rộng ta có: $\frac{NF}{NE}=\frac{FQ}{AE}$ và $\frac{KF}{KE}=\frac{FP}{AE}$ (9)	0.5
	Từ (8) và (9) $\Rightarrow \frac{FQ}{AE}=\frac{FP}{AE}$ $\Rightarrow FQ=FP$ (đpcm).	0.5
Phần 3 (2.0 điểm)	Gọi I là giao điểm của KA với đường tròn (O) (I khác A) và A' là điểm đối xứng với A qua O. Chứng minh được tứ giác $BHCA'$ là hình bình hành. Suy ra ba điểm H, M, A' thẳng hàng.	0.25
	Vì tứ giác $AIBC$ nội tiếp đường tròn (O) nên $KI.KA=KB.KC$ Theo phần a) thì $KB.KC=KF.KE$ Suy ra $KI.KA=KF.KE$ $\Rightarrow$ tứ giác $AIFE$ nội tiếp.	0.5
	Vì ba điểm A, E, F thuộc đường tròn đường kính AH suy ra I thuộc đường tròn đường kính $AH \Rightarrow AI \perp HI$.	0.5
	Ta có $\widehat{AIA'}=90^{\circ} \Rightarrow AI \perp A'I$. Kết hợp với $AI \perp HI$ suy ra ba điểm H, I, A' thẳng hàng. Mặt khác ba điểm H, M, A' thẳng hàng Suy ra bốn điểm H, M, I, A' thẳng hàng.	0.5
	Xét tam giác AKM có $AH \perp KM$ và $MH \perp AK$ nên H là trực tâm tam giác AKM. Suy ra $KH \perp AM$ (đpcm).	0.25
Câu V		**(1.0 đ)**
(1.0 điểm)	Chứng minh với ba số dương x, y, z ta có $(x+y+z)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)\geq 9$ (1) Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x=y=z$.	0.25

	Chứng minh được bất đẳng thức $\frac{x^2}{m}+\frac{y^2}{n}+\frac{z^2}{p}\ge\frac{(x+y+z)^2}{m+n+p}$ $\forall m,n,p>0\ (2)$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{x}{m}=\frac{y}{n}=\frac{z}{p}$.	
	Đặt $P=\frac{a^2}{5a^2+(b+c)^2}+\frac{b^2}{5b^2+(c+a)^2}+\frac{c^2}{5c^2+(a+b)^2}$ Áp dụng bất đẳng thức (1), ta có $\left[(a^2+b^2+c^2)+(2a^2+bc)+(2a^2+bc)\right].\left(\frac{1}{a^2+b^2+c^2}+\frac{1}{2a^2+bc}+\frac{1}{2a^2+bc}\right)\ge 9$ $\frac{9a^2}{5a^2+(b+c)^2}=\frac{9a^2}{(a^2+b^2+c^2)+(2a^2+bc)+(2a^2+bc)}\le a^2\left(\frac{1}{a^2+b^2+c^2}+\frac{2}{2a^2+bc}\right)$ Chứng minh tương tự, ta được $\frac{9b^2}{5b^2+(c+a)^2}\le b^2\left(\frac{1}{a^2+b^2+c^2}+\frac{2}{2b^2+ac}\right)$ $\frac{9b^2}{5c^2+(a+b)^2}\le c^2\left(\frac{1}{a^2+b^2+c^2}+\frac{2}{2c^2+ab}\right)$	0.25
	Khi đó, ta có $\frac{9a^2}{5a^2+(b+c)^2}+\frac{9b^2}{5b^2+(c+a)^2}+\frac{9c^2}{5c^2+(a+b)^2}\le 1+\left(\frac{2a^2}{2a^2+bc}+\frac{2b^2}{2b^2+ca}+\frac{2c^2}{2c^2+ab}\right)$ Suy ra $9P\le 4-\left(\frac{bc}{2a^2+bc}+\frac{ca}{2b^2+ca}+\frac{ab}{2c^2+ab}\right)$	0.25
	Ta có: $\frac{bc}{2a^2+bc}+\frac{ca}{2b^2+ca}+\frac{ab}{2c^2+ab}=\frac{b^2c^2}{2a^2bc+b^2c^2}+\frac{c^2a^2}{2ab^2c+c^2a^2}+\frac{a^2b^2}{2abc^2+a^2b^2}$ Áp dụng bất đẳng thức (2), ta được $\frac{bc}{2a^2+bc}+\frac{ca}{2b^2+ca}+\frac{ab}{2c^2+ab}\ge\frac{(ab+bc+ca)^2}{(ab+bc+ca)^2}=1$. Vậy $9P\le 3\Rightarrow P\le\frac{1}{3}$ (đpcm). Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c$.	0.25
Tổng	**Điểm toàn bài**	**20 đ**

Lưu ý khi chấm bài:

- *Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải. Lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ hợp logic. Nếu học sinh làm cách khác mà giải đúng thì cho điểm tối đa.*
- *Đối với câu IV, học sinh không vẽ hình thì không chấm.*
- *Điểm toàn bài không làm tròn.*

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC GIANG

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN BẮC GIANG
NĂM HỌC 2019 - 2020
MÔN THI: TOÁN
Ngày thi: 04/6/2019
Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu I. (*5,0 điểm*)

1. Cho parabol $(P): y=2x^2$ và đường thẳng $d: y=2x+m-1$, với m là tham số.

a) Khi $m=2$, hãy vẽ parabol (P) và đường thẳng d trên cùng một mặt phẳng tọa độ; đồng thời tìm tọa độ các giao điểm của hai đồ thị trên.

b) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để parabol (P) cắt đường thẳng d tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $\left||x_1|-|x_2|\right|=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

2. Cho x, y là các số thực dương và

$$P=\sqrt{x+\sqrt[3]{x^2}+\sqrt[3]{x^2y}}+\sqrt{y+\sqrt[3]{y^2}+\sqrt[3]{y^2x}}+\sqrt{\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}+1}.$$

Chứng minh rằng $\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}+1=\sqrt[3]{P^2}$.

Câu II. (*5,0 điểm*)

1. Giải phương trình $x^2-5x+1+\sqrt{x^4+7x^2+1}=0$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2-2y^2+xy+2x+4y=0 \\ \sqrt{5x+1}+3\sqrt{y-1}=x^2-y+6 \end{cases}$.

Câu III. (*3,0 điểm*)

1. Tìm tất cả các số nguyên tố x, y, z thỏa mãn $(x+2)(y+3)(z+4)=8xyz$.

2. Cho tập hợp T gồm 2019 số nguyên dương đôi một khác nhau và số lớn nhất thuộc T là 4036. Chứng minh rằng trong tập hợp T có hai số phân biệt mà số này là bội của số kia.

Câu IV. (*6,0 điểm*) Cho đường tròn (O) và đường thẳng d không có điểm chung. Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên d. Từ điểm M trên d (khác điểm H) kẻ các tiếp tuyến MA, MB với đường tròn (O) (A, B là các tiếp điểm, tia MB nằm giữa hai tia MA và MH). Gọi C, D lần lượt là hình chiếu vuông góc của H trên các đường thẳng MA, MB.

1. Gọi E là giao điểm của hai đường thẳng AB và OH. Chứng minh $OE.OH=OB^2$.

2. Gọi I là hình chiếu vuông góc của H trên đường thẳng AB. Chứng minh ba điểm I, C, D thẳng hàng.

3. Chứng minh $\frac{AM}{HC}+\frac{AB}{HI}=\frac{MB}{HD}$.

Câu V. (*1,0 điểm*) Cho các số thực x, y, z thỏa mãn $0 \le x \le 1$; $0 < y \le 1$; $0 < z \le 1$. Chứng minh rằng: $x+y^2+z^3 \le 1+yz+\frac{x\left(y^3+z^3+xyz\right)}{yz}$.

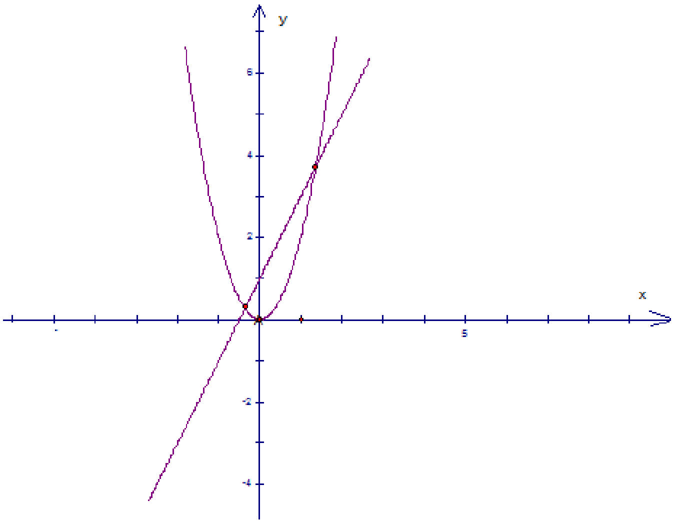
---------------Hết---------------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

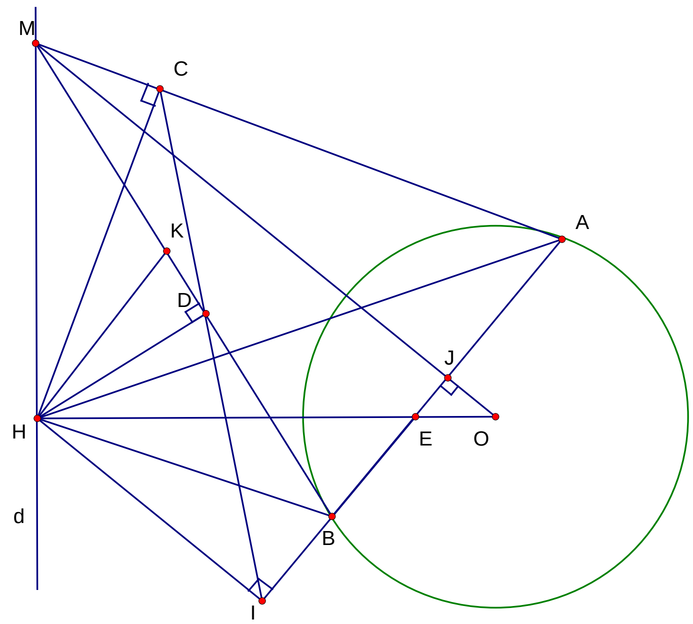
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC GIANG

HDC CHÍNH THỨC

HƯỚNG DẪN CHẤM
BÀI THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN BẮC GIANG
NĂM HỌC 2019-2020
NGÀY THI: 04/6/2019
MÔN THI: TOÁN
(Bản hướng dẫn chấm có 04 trang)

Câu	Hướng dẫn giải	Điểm
Câu I		**(5.0 đ)**
Phần 1.a (2,5 điểm)	 Vẽ đúng hai đồ thị, parabol đi qua ít nhất ba điểm có tọa độ cụ thể (trong đó có tọa độ đỉnh), đường thẳng đi qua ít nhất hai điểm có tọa độ cụ thể. *Chú ý: Nếu học sinh vẽ đúng dáng điệu parabol và đường thẳng nhưng không ghi đủ tọa độ theo yêu cầu thì mỗi đồ thị thiếu tọa độ trừ 0,25 điểm.*	*1.5*
	Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị: $2x^2=2x+1 \Leftrightarrow 2x^2-2x-1=0.$	*0,25*
	Giải phương trình được nghiệm $x_1=\frac{1+\sqrt{3}}{2};x_2=\frac{1-\sqrt{3}}{2}\cdot$	*0,5*
	Kết luận tọa độ giao điểm $A\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2};2+\sqrt{3}\right)$; $B\left(\frac{1-\sqrt{3}}{2};2-\sqrt{3}\right)$	*0,25*
Phần 1.b (1,0 điểm)	Phương trình hoành độ giao điểm $2x^2-2x-m+1=0;\ \Delta=2m-1>0 \Leftrightarrow m>\frac{1}{2}\cdot$	*0.25*
	$\left\lvert \lvert x_1\rvert-\lvert x_2\rvert \right\rvert=\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2-2\lvert x_1x_2\rvert=\frac{1}{2}\cdot$	*0.25*
	Áp dụng Viet, được phương trình $1+(m-1)-\lvert m-1\rvert=\frac{1}{2}\cdot$	*0.25*
	Giải phương trình được $m=\frac{3}{4}\cdot$	*0,25*
Phần 2	Đặt $a=\sqrt[3]{x};\ b=\sqrt[3]{y}\ (a,b>0)$, ta có	*1,0*

(1,5 điểm)	$P=\sqrt{a^3+a^2+a^2b}+\sqrt{b^3+b^2+ab^2}+\sqrt{a+b+1}$ $=(a+b+1)\sqrt{a+b+1}$	
	$\sqrt[3]{P^2}=a+b+1=\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}+1.$	0.5
Câu II		**(5.0 đ)**
Phần 1 (2.5 điểm)	Nhận xét $x>0$	0,25
	Chia cả hai vế cho $x>0$ ta được $x+\frac{1}{x}-5+\sqrt{x^2+7+\frac{1}{x^2}}=0\Leftrightarrow\left(x+\frac{1}{x}\right)-5+\sqrt{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+5}=0.$	0.75
	Đặt $t=x+\frac{1}{x}$ $(t\ge2)$ ta được phương trình $t-5+\sqrt{t^2+5}=0$	0.5
	$\sqrt{t^2+5}=5-t\Leftrightarrow\begin{cases}t\le5\\t^2+5=(5-t)^2\end{cases}\Leftrightarrow t=2.$	0.75
	Giải $x+\frac{1}{x}=2$ được nghiệm $x=1$. Kết luận.	0.25
Phần 2 (2.5 điểm)	Điều kiện $x\ge-\frac{1}{5};y\ge1.$	0.25
	$x^2-2y^2+xy+2x+4y=0\Leftrightarrow(x+2y)(x-y+2)=0$ (1).	0.5
	Từ điều kiện suy ra $x+2y>0$ nên $(1)\Leftrightarrow x-y+2=0.$	0.25
	Thế $y=x+2$ được phương trình $\sqrt{5x+1}+3\sqrt{x+1}=x^2-x+4.$	0.25 (*)
	$\sqrt{5x+1}+3\sqrt{x+1}=x^2-x+4$ $\Leftrightarrow x^2-3x+\left[(x+1)-\sqrt{5x+1}\right]+\left[(x+3)-3\sqrt{x+1}\right]=0$ $\Leftrightarrow x^2-3x+\frac{x^2-3x}{x+1+\sqrt{5x+1}}+\frac{x^2-3x}{x+3+3\sqrt{x+1}}=0$ $\Leftrightarrow(x^2-3x)\left(1+\frac{1}{x+1+\sqrt{5x+1}}+\frac{1}{x+3+3\sqrt{x+1}}\right)=0$ (2).	0,75
	Nhận xét $1+\frac{1}{x+1+\sqrt{5x+1}}+\frac{1}{x+3+3\sqrt{x+1}}>0,\ \forall x\ge-\frac{1}{5}$ nên từ (2) được $x^2-3x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$	0,25
	Kết luận được hai nghiệm $(x;y)$ của hệ là $(0;2)$ và $(3;5)$. *Chú ý: Nếu sau bước (*) học sinh giải phương trình, nhân liên hợp chỉ tìm được một nhân tử x hoặc x-3 và kết luận luôn nghiệm thì phần còn lại chỉ chấm 0,5 điểm.*	0,25
Câu III		**(3.0đ)**

Phần 1 (1.5 điểm)	$(x+2)(y+3)(z+4)=8xyz$ (1) Xét $z=2$ thì $(1)\Leftrightarrow 3(x+2)(y+3)=8xy$. Suy ra x hoặc y phải chia hết cho 3. Nếu $x=3$ thì $5(y+3)=8y\Rightarrow y=5$. Bộ $(x;y;z)=(3;5;2)$. Nếu $y=3$ thì $3(x+2)=4x\Rightarrow x=6$ (loại)	0.5
	Xét $z=3$ thì $(1)\Leftrightarrow 7(x+2)(y+3)=24xy$. Suy ra x hoặc y phải chia hết cho 7. Nếu $x=7$ thì $9(y+3)=24y\Rightarrow y=\frac{9}{5}$ (loại) Nếu $y=7$ thì $5(x+2)=12x\Rightarrow x=\frac{10}{7}$ (loại)	0.25
	Xét $z\ge 5$, $8xyz=(x+2)(y+3)(z+4)<2z(x+2)(y+3)\Rightarrow 4xy<(x+2)(y+3)$ (2)	0.5
	Nếu $y=2$ thì $8x<5(x+2)\Rightarrow x<\frac{10}{3}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=3\end{array}\right.$. Thử loại. Nếu $y\ge 3$ từ (2) ta có $4xy<(x+2)(y+3)\le 2x.2y=4xy$ (loại). Kết luận.	0,25
Phần 2 (1.5 điểm)	Mỗi số nguyên dương a đều có thể viết được dưới dạng $a=2^s.m$ với $s\in\mathbb{N}, m$ là số nguyên dương lẻ.	0.5
	Viết 2019 số nguyên dương đã cho dưới dạng $2^s.m$ và do số lớn nhất là 4036 nên m chỉ có thể thuộc tập gồm 2018 số lẻ $\{1,3,5,...,4035\}$.	0.5
	Do tập hợp T có 2019 số nguyên dương đôi một khác nhau nên theo nguyên lý Dirichlet tồn tại hai số $a,b\in T$ sao cho $a=2^s.m_0$; $b=2^p.m_0$, với $m_0\in\{1,3,5,...,4035\}, s,p\in\mathbb{N}, s>p$. Khi đó a là bội của b. Điều phải chứng minh.	0.5
Câu IV		**(6.0 đ)**
		

Phần 1 (2.0 điểm)	$AB \cap MO = J$. Chứng minh hai tam giác $OJE; OHM$ đồng dạng.	0,5
	Suy ra $OE.OH = OJ.OM$	0,5
	Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông MBO có $OB^2 = OJ.OM$	0.5
	Vậy $OE.OH = OB^2$.	0,5
Phần 2 (2.0 điểm)	Tứ giác $AMBO$ nội tiếp đường tròn đường kính MO; Tứ giác $AMHO$ nội tiếp đường tròn đường kính MO;	0.25
	Do đó tứ giác $AMHB$ nội tiếp. Suy ra $\widehat{CMH} = \widehat{IBH}$ (1).	0,25
	Tứ giác $CMHD$ nội tiếp nên $\widehat{CDM} = \widehat{CHM}$. Tứ giác $BDHI$ nội tiếp nên $\widehat{BDI} = \widehat{BHI}$.	0.5
	Xét hai tam giác vuông MCH và BIH, kết hợp (1) suy ra $\widehat{CHM} = \widehat{BHI}$.	0.25
	Do đó $\widehat{CDM} = \widehat{BDI}$, kết luận C, D, I thẳng hàng.	0.25
Phần 3 (2.0 điểm)	Lấy điểm K trên đoạn MB sao cho $\widehat{MHK} = \widehat{AHB}$.	0.5
	Chứng minh hai tam giác $MHK; AHB$ đồng dạng.	0.25
	Suy ra $\dfrac{KM}{HD} = \dfrac{AB}{HI}$ $(1)\cdot$	0,5
	Chứng minh hai tam giác $BKH; AMH$ đồng dạng.	0.25
	Suy ra $\dfrac{BK}{HD} = \dfrac{AM}{HC}$ $(2)\cdot$	0,25
	Từ (1) và (2), thu được $\dfrac{AM}{HC} + \dfrac{AB}{HI} = \dfrac{KM}{HD} + \dfrac{KB}{HD} = \dfrac{MB}{HD}$, điều phải chứng minh.	0,25
Câu V		**(1.0 đ)**
(1.0 điểm)	$0 \le (1-x)(1-y^2)(1-z^3) = 1 - x - y^2 - z^3 + xy^2 + y^2z^3 + xz^3 - xy^2z^3$.	0.25
	Suy ra $x + y^2 + z^3 \le 1 + xy^2 + y^2z^3 + xz^3 - xy^2z^3 \le 1 + xy^2 + y^2z^3 + xz^3 \le 1 + xy + yz + zx$ (1).	0.25
	$y^3 + z^3 \ge (y+z)yz$ $\Rightarrow 1 + yz + \dfrac{x(y^3+z^3+xyz)}{yz} \ge 1 + yz + \dfrac{x(y+z)yz}{yz} + x^2 = 1 + xy + yz + zx + x^2$ $\ge 1 + xy + yz + zx$ (2).	0.25
	Từ (1) và (2) ta có $x + y^2 + z^3 \le 1 + yz + \dfrac{x(y^3+z^3+xyz)}{yz}\cdot$ Đẳng thức xảy ra khi $(x;y;z) = (0;1;1)$.	0.25
Tổng	**Điểm toàn bài**	**20 đ**

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC GIANG

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN BẮC GIANG
NĂM HỌC 2018 - 2019
MÔN THI: TOÁN
Ngày thi: 07/6/2018
Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu I. (*5,0 điểm*)

1. Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{x+4\sqrt{x}+4}{x+\sqrt{x}-2}+\dfrac{x+\sqrt{x}}{1-x}\right):\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{1}{1-\sqrt{x}}\right)$ (với $x>0;\ x\neq 1$).

a) Rút gọn biểu thức A.

b) Có bao nhiêu giá trị nguyên của x để $A\geq \dfrac{1+\sqrt{2018}}{\sqrt{2018}}$.

2. Cho phương trình $x^2-(m+1)x-3=0$ (1), với x là ẩn, m là tham số. Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình (1). Đặt $B=\dfrac{3x_1^2+3x_2^2+4x_1+4x_2-5}{x_1^2+x_2^2-4}$. Tìm m khi B đạt giá trị lớn nhất.

Câu II. (*5,0 điểm*)

1. Giải phương trình $\sqrt{x+3}+x^2+4x=7$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2-xy-x+3y-6=0\\ \sqrt{5x-6}+\sqrt{16-3y}=2x^2-2x+y-4. \end{cases}$

Câu III. (3,0 *điểm*)

1. Chứng minh rằng không tồn tại số tự nhiên n để $2018+n^2$ là số chính phương.

2. Mười đội bóng chuyền tham gia giải bóng chuyền VTV cup 2018. Cứ hai đội trong giải đấu đó thi đấu với nhau đúng một trận. Đội thứ nhất thắng x_1 trận và thua y_1 trận, đội thứ hai thắng x_2 trận và thua y_2 trận,…, đội thứ mười thắng x_{10} trận và thua y_{10} trận. Biết rằng trong một trận đấu bóng chuyền không có trận hòa. Chứng minh rằng: $x_1^2+x_2^2+...+x_{10}^2=y_1^2+y_2^2+...+y_{10}^2$.

Câu IV. (6,0 *điểm*)

1. Cho tam giác ABC nhọn nội tiếp đường tròn (O) với $AB<AC$. Gọi M là điểm thuộc cạnh BC (M không trùng với B và C), đường thẳng AM cắt đường tròn (O) tại điểm D khác A. Đường tròn ngoại tiếp tam giác MCD cắt đường thẳng AC tại điểm E khác C. Đường tròn ngoại tiếp tam giác MBD cắt đường thẳng AB tại điểm F khác B.

   a) Chứng minh tứ giác $BECF$ nội tiếp được trong một đường tròn.

   b) Chứng minh hai tam giác ECD, FBD đồng dạng và ba điểm E,M,F thẳng hàng.

   c) Chứng minh đường thẳng OA vuông góc với đường thẳng EF.

2. Cho tam giác ABC vuông tại A. Các cạnh của tam giác ABC thỏa mãn điều kiện $BC^2=2BC.AC+4AC^2$. Tính số đo góc $\widehat{ABC}$.

Câu V. (1,0 *điểm*) Cho x, y, z là các số thực thỏa mãn $x^2 + y^2 + z^2 = 8$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$M = \left|x^3 - y^3\right| + \left|y^3 - z^3\right| + \left|z^3 - x^3\right|.$$

----------------Hết----------------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.. Số báo danh:...

Giám thị 1 (*Họ tên và ký*):..............................Giám thị 2 (*Họ tên và ký*):...

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC GIANG

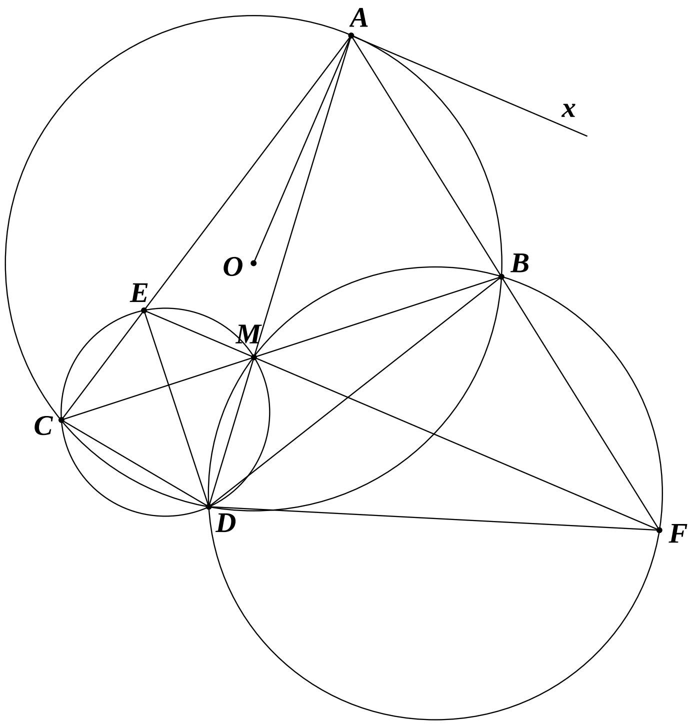
HDC CHÍNH THỨC

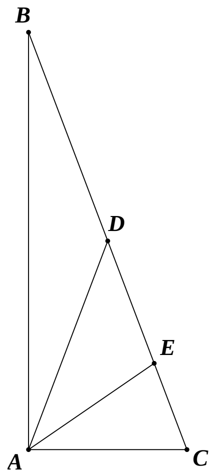
HƯỚNG DẪN CHẤM
BÀI THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN BẮC GIANG
NĂM HỌC 2018-2019
NGÀY THI: 07/6/2018
MÔN THI: TOÁN
(Bản hướng dẫn chấm có 05 trang)

Câu	Hướng dẫn giải	Điểm
Câu I		**(5.0 đ)**
Phần 1.a (2,0 điểm)	+ Biến đổi $\dfrac{x+4\sqrt{x}+4}{x+\sqrt{x}-2}+\dfrac{x+\sqrt{x}}{1-x}=\dfrac{\left(\sqrt{x}+2\right)^2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+2\right)}-\dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$ $=\dfrac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}=\dfrac{2}{\sqrt{x}-1}$	0.5
	+ Biến đổi $\dfrac{1}{\sqrt{x}+1}-\dfrac{1}{1-\sqrt{x}}=\dfrac{2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}$	0.5
	+ Ta có $A=\dfrac{2}{\sqrt{x}-1}:\dfrac{2\sqrt{x}}{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}=\dfrac{2}{\sqrt{x}-1}.\dfrac{\left(\sqrt{x}+1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{2\sqrt{x}}$	0.5
	+ Vậy $A=\dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}}$, với điều kiện $x>0,\ x\neq 1$.	0,5
Phần 1.b (1,0 điểm)	$A\geq\dfrac{1+\sqrt{2018}}{\sqrt{2018}}\Leftrightarrow 1+\dfrac{1}{\sqrt{x}}\geq 1+\dfrac{1}{\sqrt{2018}}\Leftrightarrow\dfrac{1}{\sqrt{x}}\geq\dfrac{1}{\sqrt{2018}}$	0.5
	$\sqrt{x}\leq\sqrt{2018}\Rightarrow 0<x\leq 2018$	0.25
	Vì $x>0,\ x\neq 1$ và x nguyên nên $x\in\{2;3;4;...;2018\}$. Suy ra có 2017 giá trị nguyên của x thỏa mãn bài toán.	0.25
Phần 2 (2,0 điểm)	Phương trình $x^2-(m+1)x-3=0$ (1) + Nhận xét $\Delta=(m+1)^2+12>0,\ \forall m\in\mathbb{R}$. Suy ra (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2	0.25

	+ Theo hệ thức Viet ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = m+1 \\ x_1x_2 = -3 \end{cases}$.	
	Ta có $B = \dfrac{3x_1^2 + 3x_2^2 + 4x_1 + 4x_2 - 5}{x_1^2 + x_2^2 - 4} = \dfrac{3\left(x_1^2 + x_2^2\right) + 4\left(x_1 + x_2\right) - 5}{x_1^2 + x_2^2 - 4}$ $= \dfrac{3\left[\left(x_1 + x_2\right)^2 - 2x_1x_2\right] + 4\left(x_1 + x_2\right) - 5}{\left(x_1 + x_2\right)^2 - 2x_1x_2 - 4} = \dfrac{3\left[\left(m+1\right)^2 + 6\right] + 4\left(m+1\right) - 5}{\left(m+1\right)^2 + 6 - 4}$ $= \dfrac{3m^2 + 10m + 20}{m^2 + 2m + 3}$.	0.5
	$\Leftrightarrow \left(B-3\right)m^2 + 2\left(B-5\right)m + 3B - 20 = 0$ (*) + Nếu $B = 3$ thì $m = -\dfrac{11}{4}$. + Nếu $B \neq 3$ thì (*) là phương trình bậc hai ẩn m. Phương trình (*) có nghiệm m khi và chỉ khi $\Delta' \geq 0$	0.5
	hay $\left(B-5\right)^2 - \left(B-3\right)\left(3B-20\right) \geq 0 \Leftrightarrow 2B^2 - 19B + 35 \leq 0 \Leftrightarrow \dfrac{5}{2} \leq B \leq 7$.	0.25
	Vậy giá trị lớn nhất của B bằng 7 khi $m = -\dfrac{1}{2}$.	0.5
Câu II		**(5.0 đ)**
Phần 1 (2.5 điểm)	+ Điều kiện $x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -3$ + Phương trình đã cho tương đương $\left(\sqrt{x+3} - 2\right) + \left(x^2 + 4x - 5\right) = 0$	*0,25*
	$\Leftrightarrow \dfrac{x-1}{\sqrt{x+3}+2} + \left(x-1\right)\left(x+5\right) = 0$	*0.5*
	$\Leftrightarrow \left(x-1\right)\left[\dfrac{1}{\sqrt{x+3}+2} + \left(x+5\right)\right] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 1 = 0 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x+3}+2} + \left(x+5\right) = 0 \end{array}\right.$	*0.75*
	+) $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$. +) $\dfrac{1}{\sqrt{x+3}+2} + \left(x+5\right) = 0$ vô nghiệm vì $\dfrac{1}{\sqrt{x+3}+2} + \left(x+5\right) > 0, \forall x \geq -3$.	*0.75*
	+ So sánh điều kiện ta được tập nghiệm của phương trình là $\{1\}$.	*0.25*
Phần 2 (2.5 điểm)	+) Điều kiện $x \geq \dfrac{6}{5}, y \leq \dfrac{16}{3}$ +) $x^2 - xy - x + 3y - 6 = 0 \Leftrightarrow \left(x-3\right)\left(x-y+2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ y = x + 2 \end{array}\right.$	*0.75*
	+) Với $x = 3$ thay vào phương trình $\sqrt{5x-6} + \sqrt{16-3y} = 2x^2 - 2x + y - 4$, ta được $\sqrt{16-3y} = y + 5 \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 + 13y + 9 = 0 \\ y \geq -5 \end{cases} \Leftrightarrow y = \dfrac{-13+\sqrt{133}}{2}$.	*0.75*

	+) $y=x+2$ thay vào phương trình $\sqrt{5x-6}+\sqrt{16-3y}=2x^2-2x+y-4$, ta được $\sqrt{5x-6}+\sqrt{10-3x}=2x^2-x-2 \Leftrightarrow \left(\sqrt{5x-6}-2\right)+\left(\sqrt{10-3x}-2\right)=2x^2-x-6$ $\Leftrightarrow \frac{5(x-2)}{\sqrt{5x-6}+2}-\frac{3(x-2)}{\sqrt{10-3x}+2}-(x-2)(2x+3)=0$ $\Leftrightarrow (x-2)\left(\frac{5}{\sqrt{5x-6}+2}-\frac{3}{\sqrt{10-3x}+2}-2x-3\right)=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ \frac{5}{\sqrt{5x-6}+2}-\frac{3}{\sqrt{10-3x}+2}-2x-3=0 \end{array}\right.$ +) Với $x=2 \Rightarrow y=4$ (thỏa mãn) +) Vì $\frac{6}{5}\le x\le\frac{10}{3} \Rightarrow \sqrt{5x-6}+2\ge 2 \Rightarrow \frac{5}{\sqrt{5x-6}+2}\le\frac{5}{2} \Rightarrow \frac{5}{\sqrt{5x-6}+2}-3<0$ $\frac{6}{5}\le x\le\frac{10}{3} \Rightarrow -\frac{3}{\sqrt{10-3x}+2}-2x<0$ Do đó phương trình $\frac{5}{\sqrt{5x-6}+2}-\frac{3}{\sqrt{10-3x}+2}-2x-3=0$ vô nghiệm	*0.75*
	Vậy hệ phương trình có tập nghiệm là $\left\{(2;4);\left(3;\frac{-13+\sqrt{133}}{2}\right)\right\}$	*0.25*
Câu III		**(3.0đ)**
Phần 1 (1.5 điểm)	Giả sử $2018+n^2$ là số chính phương thì $2018+n^2=m^2$ $\left(m\in\mathbb{N}^*\right)$ Suy ra $2018=m^2-n^2 \Leftrightarrow 2018=(m-n)(m+n)$	*0.5*
	Như vậy trong hai số $m-n$ và $m+n$ phải có ít nhất một số chẵn (1) Mà $(m-n)+(m+n)=2m$ nên suy ra hai số $m-n$ và $m+n$ cùng tính chẵn lẻ (2)	*0.5*
	Từ (1) và (2) suy ra hai số $m-n$ và $m+n$ là hai số chẵn $\Rightarrow (m-n)(m+n)$ chia hết cho 4 Mà 2018 không chia hết cho 4 nên điều giả sử là sai. Vậy không tồn tại số tự nhiên n để $2018+n^2$ là số chính phương.	*0.5*
Phần 2 (1.5 điểm)	Có 10 đội bóng, mỗi đội thi đấu đúng 9 trận với 9 đội còn lại. Do đó số trận thua của mỗi đội từ đội thứ nhất đến đội thứ 10 lần lượt là : $y_1=9-x_1, y_2=9-x_2, ..., y_{10}=9-x_{10}$.	*0.5*
	Có tất cả số trận đấu là : $\frac{10.9}{2}=45$ trận Vì không có trận hòa nên tổng số các trận thắng của 10 đội là: $x_1+x_2+...+x_{10}=9+8+...+2+1=45$	*0.5*
	Ta có :	*0.5*

	$y_1^2+y_2^2+...+y_{10}^2=(9-x_1)^2+(9-x_2)^2+...+(9-x_{10})^2$ $\Leftrightarrow y_1^2+y_2^2+...+y_{10}^2=10.9^2-18(x_1+x_2+...+x_{10})+(x_1^2+x_2^2+....+x_{10}^2)$ $\Leftrightarrow x_1^2+x_2^2+...+x_{10}^2=y_1^2+y_2^2+...+y_{10}^2$ (đpcm)	
Câu IV		**(6.0 đ)**
Phần 1		**4,0 điểm**
		
Phần a (1.0 điểm)	Tứ giác $CDME$ nội tiếp $\Rightarrow AM.AD=AE.AC$ Tứ giác $BMDF$ nội tiếp $\Rightarrow AM.AD=AB.AF$	0,5
	Suy ra $AB.AF=AE.AC$. Do đó tứ giác $BECF$ nội tiếp.	0.5
Phần b (2.0 điểm)	Tứ giác $CDME$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{DEC}=\widehat{DMC}$ (1) Tứ giác $BMDF$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{DMC}=\widehat{DFB}$ (2) (cùng bù với góc $\widehat{DMB}$) Từ (1) và (2) $\Rightarrow \widehat{DEC}=\widehat{DFB}$ (3)	0.5
	Tứ giác $ABDC$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{DBF}=\widehat{ACD}$ (4) (cùng bù với góc $\widehat{ABD}$) Từ (3) và (4) suy ra tam giác ECD và FBD đồng dạng.	0.5
	Theo chứng minh trên, ta có tam giác ECD và FBD đồng dạng $\Rightarrow \widehat{EDC}=\widehat{BDF}$	0.5
	Tứ giác $ECDM$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{EDC}=\widehat{EMC}$ Tứ giác $BMDF$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{BDF}=\widehat{BMF}$ Suy ra $\widehat{EMC}=\widehat{BMF}$ (ở vị trí đối đỉnh) . Vậy ba điểm E,M,F thẳng hàng.	0.5
Phần c (1.0 điểm)	Kẻ tiếp tuyến Ax của đường tròn $(O)\Rightarrow \widehat{ACB}=\widehat{BAx}$	0.25
	Do tứ giác $CEBF$ nội tiếp $\Rightarrow \widehat{ECB}=\widehat{EFB}$ hay $\widehat{ACB}=\widehat{EFA}$.	0.25
	Suy ra $\widehat{BAx}=\widehat{EFA}$ (vị trí so le trong) $\Rightarrow Ax\ //\ EF$.	0.5

<table>
<tr><td></td><td>mà $Ax \perp AO \Rightarrow EF \perp AO$.</td><td></td></tr>
<tr><td>Phần 2</td><td></td><td>(2.0 điểm)</td></tr>
<tr><td rowspan="4"></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Gọi D là trung điểm của cạnh BC. Theo giả thiết ta có
$(2CD)^2 = 4CD.AC + 4AC^2 \Leftrightarrow CD^2 = CD.AC + AC^2 \Leftrightarrow \dfrac{CD^2}{AC} = CD + AC \quad (1)$</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>Kẻ phân giác trong AE của tam giác ACD. Theo tính chất của đường phân giác,
ta có $\dfrac{EC}{ED} = \dfrac{AC}{AD} = \dfrac{AC}{DC} \Rightarrow \dfrac{EC}{ED+EC} = \dfrac{AC}{AD+AC} \Rightarrow \dfrac{EC}{CD} = \dfrac{AC}{AC+CD} \quad (2)$
Từ (1) và (2) suy ra $\dfrac{EC}{AC} = \dfrac{CD}{CD+AC} = \dfrac{AC}{CD}$</td><td>0.75</td></tr>
<tr><td>Suy ra tam giác ACE đồng dạng với tam giác DCA nên tam giác ACE cân tại A.
Lại có $\widehat{EAC} = \dfrac{1}{2}\widehat{CAD} = \dfrac{1}{2}\widehat{ACB}$
Do đó : $\dfrac{1}{2}\widehat{ACB} + \widehat{ACB} + \widehat{ACB} = 180^0 \Rightarrow \widehat{ACB} = 72^0 \Rightarrow \widehat{ABC} = 18^0$.</td><td>0.5</td></tr>
<tr><td>Câu V</td><td></td><td>(1.0 đ)</td></tr>
<tr><td rowspan="4">(1.0 điểm)</td><td>Áp dụng tính chất $|a-b| \le |a| + |b|$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $ab \le 0$.</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>Khi đó $M \le 2\left(|x|^3 + |y|^3 + |z|^3\right)$
Mặt khác $x^2 + y^2 + z^2 = 8 \Rightarrow \begin{cases} x^2 \le 8 \\ y^2 \le 8 \\ z^2 \le 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x| \le 2\sqrt{2} \\ |y| \le 2\sqrt{2} \\ |z| \le 2\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left|x^3\right| \le 2\sqrt{2}x^2 \\ \left|y^3\right| \le 2\sqrt{2}y^2 \\ \left|z^3\right| \le 2\sqrt{2}z^2 \end{cases}$</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>Vậy $M \le 2\left(|x|^3 + |y|^3 + |z|^3\right) \le 4\sqrt{2}\left(x^2 + y^2 + z^2\right) = 32\sqrt{2}$.</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>Đẳng thức xảy ra khi $(x; y; z) = \left(2\sqrt{2}; 0; 0\right)$ hoặc $(x; y; z) = \left(-2\sqrt{2}; 0; 0\right)$ và các hoán vị của nó. Vậy giá trị lớn nhất của M bằng $32\sqrt{2}$.</td><td>0.25</td></tr>
<tr><td>Tổng</td><td>Điểm toàn bài</td><td>20 đ</td></tr>
</table>

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẮC GIANG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN BẮC GIANG
NĂM HỌC 2017 - 2018
MÔN THI: TOÁN
Ngày thi: 07/6/2017
Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu I. (5,0 *điểm*)

1. Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{x\sqrt{x}+x-2}{x-1}-\dfrac{\sqrt{x}+2}{x+3\sqrt{x}+2}\right).\dfrac{\sqrt{x}-1}{2x+\sqrt{x}-3}$, với $x\ge 0;\ x\ne 1$.

a. Rút gọn biểu thức A.

b. Tính giá trị của A khi $\dfrac{x}{4}=\sqrt{\dfrac{1009+\sqrt{2017}}{2}}-\sqrt{\dfrac{1009-\sqrt{2017}}{2}}$.

2. Cho phương trình $x^2-2x-2m-1=0$ (1), (với x là ẩn, m là tham số). Tìm các giá trị của m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn:

$$\frac{x_1^3+(2m+5)x_2+2m}{2}+\frac{2}{x_2^3+(2m+5)x_1+2m}=\frac{122}{11}.$$

Câu II. (5,0 *điểm*)

1. Giải phương trình $\sqrt{2x^2-x}+\sqrt{4-3x}=2\sqrt{x^2-2x+2}$.

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2y^2+4=2y^2 \\ (xy+2)(y-x)=x^3y^2 \end{cases}$

Câu III. (3,0 *điểm*)

1. Tìm tất cả các bộ số nguyên dương $(x;y;z)$ thoả mãn $\dfrac{x+y\sqrt{2017}}{y+z\sqrt{2017}}$ là số hữu tỉ, đồng thời $(y+2)(4xz+6y-3)$ là số chính phương.

2. Trong hình vuông cạnh $1dm$ đặt một số hình vuông nhỏ có tổng chu vi bằng $9dm$. Chứng minh rằng luôn tồn tại một đường thẳng cắt ít nhất ba hình vuông nhỏ (không kể hình vuông bao ngoài).

Câu IV. (6,0 *điểm*)

Cho tam giác *OAI* vuông tại *A, B* là điểm đối xứng với *A* qua đường thẳng *OI*. Gọi *H, E* lần lượt là trung điểm các cạnh *AB, BI*; *D* là giao điểm của đường thẳng *AE* và đường tròn (*C*) tâm *O* bán kính *OA*
(*D* khác *A*).

1. Chứng minh tứ giác *BHDE* nội tiếp.

2. Gọi *J* là giao điểm của đường thẳng *ID* và đường tròn (*C*) (*J* khác *D*). Chứng minh tam giác *ABJ* cân.

3. Gọi *K* là giao điểm của đường thẳng *DH* và đường tròn (*C*) (*K* khác *D*). Chứng minh rằng $IH^2=ID.IK-DH.HK$.

Câu V. (1,0 *điểm*) Cho hai số thực dương $x,\ y$ thoả mãn $2\sqrt{xy}+\sqrt{\dfrac{x}{3}}=1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P=\frac{y}{x}+\frac{4x}{3y}+15xy\,.$$

----------------HẾT----------------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.. Số báo danh:..
Giám thị 1 (*Họ tên và ký*):..............................Giám thị 2 (*Họ tên và ký*):..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC GIANG

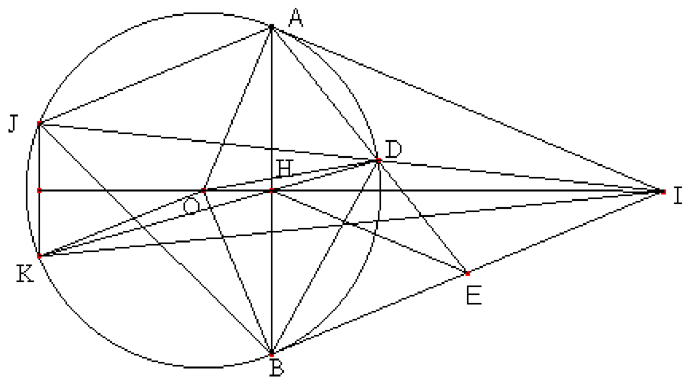
HDC CHÍNH THỨC

HƯỚNG DẪN CHẤM
BÀI THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN BẮC GIANG
NĂM HỌC 2017-2018
NGÀY THI: 07/6/2017
MÔN THI: TOÁN
(Bản hướng dẫn chấm có 04 trang)

Câu	Hướng dẫn giải	Điểm
Câu I		**(5.0 đ)**
Phần 1.a (2,0 điểm)	+ Biến đổi $\frac{\sqrt{x}+2}{x+3\sqrt{x}+2}=\frac{1}{\sqrt{x}+1}$	0.5
	+ Biến đổi $\left(\frac{x\sqrt{x}+x-2}{x-1}-\frac{\sqrt{x}+2}{x+3\sqrt{x}+2}\right)=\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)(x-1)}{x-1}=\sqrt{x}+1$	0.5
	+ Ta có $\frac{\sqrt{x}-1}{2x+\sqrt{x}-3}=\frac{1}{2\sqrt{x}+3}$	0.5
	+ Vậy $A=\frac{\sqrt{x}+1}{2\sqrt{x}+3}$, với điều kiện $x\ge 0,\ x\ne 1$.	0,5
Phần 1.b (1,0 điểm)	+Ta có $\frac{x}{4}=\sqrt{\frac{1009+\sqrt{2017}}{2}}-\sqrt{\frac{1009-\sqrt{2017}}{2}}$ $=\sqrt{\frac{2018+2\sqrt{2017}}{4}}-\sqrt{\frac{2018-2\sqrt{2017}}{4}}$ $=\frac{\sqrt{2017}+1}{2}-\frac{\sqrt{2017}-1}{2}$ $=1$. Suy ra $x=4$ (thoả mãn)	0.5
	+ Thay $x=4$ vào biểu thức A ta được $A=\frac{\sqrt{4}+1}{2\sqrt{4}+3}=\frac{3}{7}$.	0.25
	+ Vậy giá trị của biểu thức A bằng $\frac{3}{7}$ khi $\frac{x}{4}=\sqrt{\frac{1009+\sqrt{2017}}{2}}-\sqrt{\frac{1009-\sqrt{2017}}{2}}$.	0.25
Phần 2 (2,0	Phương trình $x^2-2x-(2m+1)=0$ (1) + Điều kiện $\Delta'=2(1+m)>0\Leftrightarrow m>-1$	0.25

điểm)	+ Theo hệ thức Viét ta có: $x_1+x_2=2$.	
	+ Do x_1 là nghiệm của phương trình (1) nên $x_1^2-2x_1-(2m+1)=0\Rightarrow x_1^2=2x_1+(2m+1)$ $\Rightarrow x_1^3=2x_1^2+(2m+1)x_1$ $=2\left(2x_1+(2m+1)\right)+(2m+1)x_1=(5+2m)x_1+2(2m+1)$.	0.5
	+ Khi đó $\dfrac{x_1^3+(2m+5)x_2+2m}{2}=\dfrac{(2m+5)(x_1+x_2)+2(3m+1)}{2}=6+5m$ + Tương tự có $\dfrac{2}{x_2^3+(2m+5)x_1+2m}=\dfrac{1}{6+5m}$.	0.5
	+ Theo bài toán ta có $6+5m+\dfrac{1}{6+5m}=\dfrac{122}{11}\Leftrightarrow 11(6+5m)^2-122(6+5m)+11=0$ $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}6+5m=11\\6+5m=\dfrac{1}{11}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-\dfrac{13}{11}\end{array}\right.$.	0.5
	+ So sánh điều kiện và thử lại ta được kết quả $m=1$.	0.25
Câu II		**(5.0 đ)**
Phần 1 (2.5 điểm)	+ Điều kiện $\begin{cases}4-3x\ge 0\\2x^2-x\ge 0\end{cases}$ + Bình phương hai vế ta được phương trình $2x^2-4x+4-2\sqrt{(2x^2-x)(4-3x)}=0$	0.75
	+ Biến đổi phương trình $\Leftrightarrow(2x^2-x)-2\sqrt{(2x^2-x)(4-3x)}+(4-3x)=0$ $\Leftrightarrow\left(\sqrt{2x^2-x}-\sqrt{4-3x}\right)^2=0$	1.0
	+ Biến đổi phương trình $\Leftrightarrow\sqrt{2x^2-x}=\sqrt{4-3x}\Leftrightarrow x^2+x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-2\end{array}\right.$.	0.5
	+ So sánh điều kiện ta được tập nghiệm của phương trình là $\{-2;1\}$.	0.25
Phần 2 (2.5 điểm)	+ Nhận thấy $y=0$ không thoả mãn. Chia hai vế của hai phương trình cho y^2 ta được $\begin{cases}x^2+\dfrac{4}{y^2}=2\\\left(x+\dfrac{2}{y}\right)\left(1-\dfrac{x}{y}\right)=x^3\end{cases}$	0.5
	+ Biến đổi hệ tương đương	0.75

	$\begin{cases} x^2+\dfrac{4}{y^2}=2 \\ \left(x+\dfrac{2}{y}\right)\left(2-\dfrac{2x}{y}\right)=2x^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+\dfrac{4}{y^2}=2 & (1^*) \\ \left(x+\dfrac{2}{y}\right)\left(x^2+\dfrac{4}{y^2}-\dfrac{2x}{y}\right)=2x^3 & (2^*) \end{cases}$	
	+ Biến đổi (2*) ta được $x^3+\dfrac{8}{y^3}=2x^3 \Leftrightarrow x=\dfrac{2}{y}$.	0.5
	+ Thế $x=\dfrac{2}{y}$ vào (1*) ta được $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} x=-1 \\ y=-2 \end{cases}$ (thoả mãn).	0.5
	+ Kết luận nghiệm $(x;y)=(1;2)$, $(x;y)=(-1;-2)$.	0.25
Câu III		**(3.0đ)**
Phần 1 (2.0 điểm)	+ Giả sử $\dfrac{x+y\sqrt{2017}}{y+z\sqrt{2017}}=\dfrac{m}{n}; m,n\in\mathbb{Z}_+$. Biến đổi được $xn-ym=(zm-yn)\sqrt{2017}$	0.25
	+ Từ $x,y,z,m,n\in\mathbb{Z}$, suy ra $xn-ym=zm-yn=0 \Rightarrow xz=y^2$	0.5
	+ Thay vào ta được $(y+2)(4y^2+6y-3)=(y+2)\left[(y+2)(4y-2)+1\right]$ + Vì $\left(y+2,(y+2)(4y-2)+1\right)=1$ nên $y+2$ và y^2+6y-3 đều là các số chính phương.	0.5
	+ Xét $y=1$ không thoả mãn yêu cầu. + Xét $y\geq 2$, ta có $(2y+1)^2\leq 4y^2+6y-3<(2y+2)^2 \Rightarrow y=2$ (thoả mãn $y+2$ là số chính phương).	0.5
	+ Tính được các bộ số $(x,y,z)\in\left\{(1,2,4),(4,2,1),(2,2,2)\right\}$. Kết luận.	0.25
Phần 2 (1.0 điểm)	+ Chiếu các hình vuông nhỏ lên một cạnh hình vuông bên ngoài (cạnh AB). + Độ dài nhỏ nhất của hình chiếu một hình vuông cạnh a là a. Do đó độ dài nhỏ nhất tổng hình chiếu của tất cả các hình vuông nhỏ là $\dfrac{9}{4}$.	0.5
	+ Ta có $\dfrac{9}{4}>2=2AB$ nên tồn tại 3 điểm thuộc ba hình vuông có cùng hình chiếu xuống cạnh AB. Đường thẳng đi qua 3 điểm đó là đường thẳng cần tìm.	0.5
Câu IV		**(6.0 đ)**

		
	+ Ta có *IA*, *IB* là hai tiếp tuyến của đường tròn (C) + Từ $\widehat{BAE}=\widehat{DBE}$ ta có hai tam giác *ABE*, *BDE* đồng dạng, suy ra $\widehat{ABE}=\widehat{BDE}$ (1)	0.75
	+ Ta có ΔBHE cân tại *E* nên $\widehat{ABE}=\widehat{BHE}$ (2).	0.75
Phần a (2.0 điểm)	+ Từ (1), (2) ta có $\widehat{BDE}=\widehat{BHE}$, suy ra tứ giác *BHDE* nội tiếp.	0.5
Phần b (2,0 điểm)	+ Ta có hai tam giác *ABE* và *BDE* đồng dạng. Do đó $\frac{BE}{DE}=\frac{AE}{BE}\Rightarrow\frac{EI}{DE}=\frac{AE}{EI}$, suy ra hai tam giác *DEI* và *IEA* đồng dạng. Từ đó ta có $\widehat{EID}=\widehat{EAI}$.	0.75
	+ Lại có $\widehat{EAI}=\widehat{AJI}\Rightarrow\widehat{AJI}=\widehat{EID}\Rightarrow JA\parallel BI$.	0.75
	+ Ta có $\begin{cases}\widehat{AJB}=\widehat{ABI}\\ \widehat{ABI}=\widehat{JAB}\end{cases}\Rightarrow\widehat{AJB}=\widehat{JAB}$ hay tam giác *ABJ* cân tại *B*.	0.5
Phần c (2.0 điểm)	+ Ta có *OAIB* là tứ giác nội tiếp nên $HO.HI=HA.HB$ *AKBD* là tứ giác nội tiếp nên $HA.HB=HD.HK\Rightarrow HO.HI=HD.HK$ hay tứ giác *IDOK* nội tiếp. Do đó $\widehat{DIO}=\widehat{OIK}$ hay *IO* là đường phân giác góc $\widehat{JIK}$.	0,5
	+ Qua *J* kẻ đường thẳng vuông góc với *OI*, cắt lại đường tròn (C) tại K'. Khi đó *IO* cũng là đường phân giác góc $\widehat{JIK'}$. Mà K,K' cùng thuộc cung lớn $\overset{\frown}{AB}$ nên $K\equiv K'$. Do đó *IJ*= *IK* hay $ID.IK=ID.IJ$ (3).	0.5
	+ Ta có $\Delta ADI\sim\Delta JAI\Rightarrow ID.IJ=IA^2$. Mà $IA^2=IH^2+HA^2=IH^2+HA.HB$ nên $ID.IJ=IH^2+HA.HB$ (4)	0.5
	+ Lại có $\Delta HAD\sim\Delta HKB\Rightarrow HA.HB=HD.HK$. (5) + Kết hợp (3),(4),(5) ta có điều phải chứng minh.	0.5
Câu V		**(1.0 đ)**
	+ Ta có $P=\left(\frac{y}{3x}+\frac{x}{3y}\right)+\left(\frac{2y}{3x}+6xy\right)+\left(\frac{x}{y}+9xy\right)$	0.25
(1.0 điểm)	+ Sử dụng bất đẳng thức Cosi ta được ta có $P\ge\frac{2}{3}+4y+6x$.	0.25
	+ Lại có $\frac{2}{3}+4y+6x=4(x+y)+2\left(x+\frac{1}{3}\right)\ge4\left(2\sqrt{xy}+\sqrt{\frac{x}{3}}\right)=4$; dấu bằng xảy ra	0.25

	khi dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} \dfrac{y}{3x}=\dfrac{x}{3y}, \dfrac{2y}{3x}=6xy, \dfrac{x}{y}=9xy \\ 2\sqrt{xy}+\sqrt{\dfrac{x}{3}}=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=y=\dfrac{1}{3}$.	
	+ Vậy giá trị nhỏ nhất của P bằng 4 khi $x=y=\dfrac{1}{3}$.	0.25
Tổng	**Điểm toàn bài**	**20 đ**

Lưu ý khi chấm bài:

- *Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải. Lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ hợp logic. Nếu học sinh làm cách khác mà giải đúng thì cho điểm tối đa.*
- *Đối với câu IV, học sinh không vẽ hình thì không chấm.*
- *Điểm toàn bài không làm tròn.*

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẮC GIANG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi có 01 trang)

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN BẮC GIANG
NĂM HỌC 2016 - 2017
MÔN THI: TOÁN
Ngày thi: 10/6/2016

Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu I. (5,0 *điểm*)

1. Cho biểu thức $A=\left(\dfrac{\sqrt{ab}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\dfrac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}+1\right):\left(\dfrac{\sqrt{ab}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\dfrac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-1\right)$.

a. Tìm điều kiện của a,b để biểu thức A có nghĩa, từ đó hãy rút gọn biểu thức A.

b. Cho $\sqrt{ab}+1=4\sqrt{b}$, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức A.

2. Tìm giá trị của m để phương trình $2x^2-4mx + 2m^2-1=0$ (x là ẩn, m là tham số) có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $2x_1^{\ 2}+4mx_2+2m^2<2017$.

Câu II. (5,0 *điểm*)

3. Giải phương trình $x\left(2x^2+13x-6\right)=\left(x^2+8x-6\right)\sqrt{x^2+6x}$.

4. Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{2x-1}+x^2-6y+10 = 0\\ x^2-6y^2+xy+2x+11y-3=0\end{cases}$.

Câu III. (3,0 *điểm*)

3. Tìm số tự nhiên có bốn chữ số biết rằng khi chia số đó cho 120 được số dư là 88 và khi chia cho 61 được số dư là 39.

4. Trong một khu vườn hình chữ nhật có chiều dài $8m$ và chiều rộng $6m$ người ta trồng 19 cây. Chứng minh rằng trong mọi cách trồng 19 cây đó, có ít nhất hai cây mà khoảng cách vị trí trồng giữa chúng không lớn hơn $\sqrt{5}\,m$.

Câu IV. (6,0 *điểm*)

1. Cho đường tròn (O) có dây BC cố định, A là điểm thay đổi trên cung lớn BC (điểm A không trùng với B và C; AB không là đường kính). Gọi D là hình chiếu vuông góc của A lên đường thẳng BC và E là hình chiếu vuông góc của B lên đường thẳng AC.

a. Chứng minh OC vuông góc với DE.

b. Đường phân giác trong của $\widehat{BAC}$ cắt BC tại M, cắt đường tròn (O) tại N ($N\neq A$). Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔACM. Chứng minh NO và CI cắt nhau tại một điểm cố định khi A di chuyển trên cung lớn BC của đường tròn (O).

2. Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A có $\widehat{BAC}=20^0$. Chứng minh $AB^3+BC^3=3AB^2.BC$.

Câu V. (1,0 *điểm*) Cho hai số thực $a\neq 0; b\neq 0$ thoả mãn $a(ab+1)=a^2b^2-ab+1$. Chứng minh rằng

$$a^3b^3+1\le 16a^3.$$

----------------Hết----------------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.. Số báo danh:....................................

Giám thị 1 (*Họ tên và ký*):............................Giám thị 2 (*Họ tên và ký*):.......................................

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC GIANG

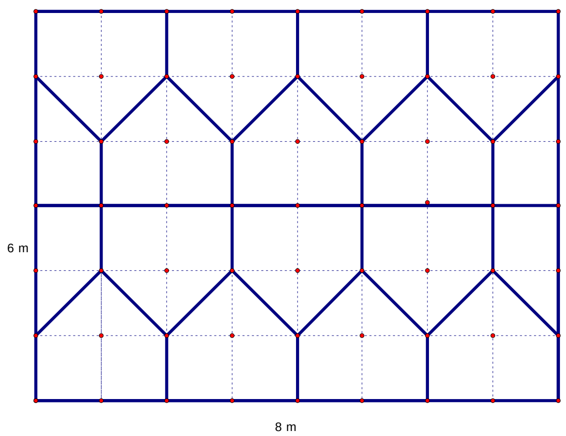
HDC CHÍNH THỨC

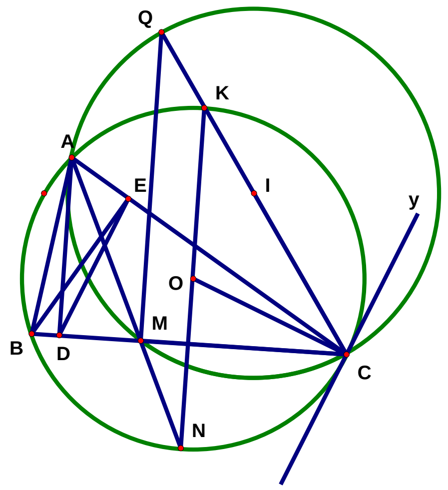
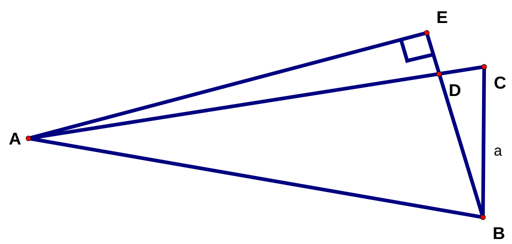
HƯỚNG DẪN CHẤM
BÀI THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN BẮC GIANG
NĂM HỌC 2016-2017
NGÀY THI: 10/6/2016
MÔN THI: TOÁN

(Bản hướng dẫn chấm có 05 trang)

Câu	Hướng dẫn giải	Điểm
Câu I		**(5.0 đ)**
Phần 1.a (2 điểm)	$A=\left(\dfrac{\sqrt{ab}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\dfrac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}+1\right):\left(\dfrac{\sqrt{ab}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\dfrac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-1\right)$ Đặt $B=\dfrac{\sqrt{ab}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\dfrac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}+1;C=\dfrac{\sqrt{ab}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\dfrac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-1.$ Vậy $A=B:C$. Điều kiện của B,C có nghĩa là $a\ge 0;b\ge 0;\ a\ne b.$	0.25
	Tính được $B=\dfrac{\sqrt{ab}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\dfrac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{b}-\sqrt{a}}+1=\dfrac{-2b\left(\sqrt{a}+1\right)}{a-b}$	0.75
	Tính được $C=\dfrac{\sqrt{ab}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\dfrac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-1=\dfrac{2\sqrt{ab}\left(\sqrt{a}+1\right)}{a-b}.$	0.5
	Điều kiện của A có nghĩa là $a>0;b>0;\ a\ne b.$ Vậy $A=\dfrac{-2b\left(\sqrt{a}+1\right)}{a-b}:\dfrac{2\sqrt{ab}\left(\sqrt{a}+1\right)}{a-b}=\dfrac{-\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$ với $a>0,b>0,a\ne b$	0.5
Phần 1.b (1 điểm)	Ta có $\sqrt{ab}+1=4\sqrt{b}\Leftrightarrow\sqrt{a}+\dfrac{1}{\sqrt{b}}=4$ Theo bất đẳng thức Cô si ta có $4=\sqrt{a}+\dfrac{1}{\sqrt{b}}\ge 2\sqrt{\sqrt{\dfrac{a}{b}}}\Rightarrow\sqrt{\dfrac{a}{b}}\le 4\Rightarrow\sqrt{\dfrac{b}{a}}\ge\dfrac{1}{4}$	0.5
	Vậy $A=\dfrac{-\sqrt{b}}{\sqrt{a}}\le\dfrac{-1}{4}$. Dấu bằng xảy ra khi $a=4;b=\dfrac{1}{4}.$	0.25
	Vậy giá trị lớn nhất của $A=\dfrac{-1}{4}$ khi $a=4;b=\dfrac{1}{4}.$	0.25
Phần 2 (2 điểm)	$2x^2-4mx\ +\ 2m^2-1=0\ (1)$ Ta có: $\Delta'=4m^2-2\left(2m^2-1\right)=2>0$ Suy ra phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 với mọi m. Theo hệ thức Vi ét ta có: $x_1+x_2=2m$	0.5
	Do x_1 là nghiệm của phương trình (1) nên $2x_1^2-4mx_1+2m^2-1=0$ $\Rightarrow 2x_1^2=4mx_1-2m^2+1$	0.25
	Ta có $2x_1^2+4mx_2+2m^2<2017$	0.5

	$\Leftrightarrow 4mx_1 - 2m^2 + 1 + 4mx_2 + 2m^2 < 2017$ $\Leftrightarrow 4m(x_1 + x_2) < 2016$	
	$\Leftrightarrow 4m.2m < 2016$ $\Leftrightarrow m^2 < 252$ $\Leftrightarrow -6\sqrt{7} < m < 6\sqrt{7}$	0.5
	Vậy $-6\sqrt{7} < m < 6\sqrt{7}$ thỏa mãn yêu cầu đầu bài.	0.25
Câu II		**(5.0 đ)**
Phần 1 (2.5 điểm)	$x(2x^2 + 13x - 6) = (x^2 + 8x - 6)\sqrt{x^2 + 6x}$ (*) Điều kiện $x^2 + 6x \geq 0$ Phương trình (*) tương đương $\Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2+6x} - 2x\right)\left(\sqrt{x^2+6x} - x^2 - 6x + 6\right) = 0.$	0.75
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x^2+6x} - 2x = 0 \\ \sqrt{x^2+6x} - x^2 - 6x + 6 = 0\end{array}\right.$ Xét $\sqrt{x^2+6x} - 2x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+6x} = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 + 6x = 4x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$	0.75
	Xét $\sqrt{x^2+6x} - x^2 - 6x + 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 6x - \sqrt{x^2+6x} - 6 = 0$ $\Leftrightarrow \left(\sqrt{x^2+6x} - 3\right)\left(\sqrt{x^2+6x} + 2\right) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2+6x} - 3 = 0$ $\Leftrightarrow x^2 + 6x = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 - 3\sqrt{2} \\ x = -3 + 3\sqrt{2} \end{array}\right.$ Đối chiếu điều kiện thỏa mãn.	0.75
	Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm $\left\{-3 - 3\sqrt{2}; -3 + 3\sqrt{2}; 0; 2\right\}$	0.25
Phần 2 (2.5 điểm)	$\begin{cases} \sqrt{2x-1} + x^2 - 6y + 10 = 0 & (1) \\ x^2 - 6y^2 + xy + 2x + 11y - 3 = 0 & (2) \end{cases}$ ĐK: $x \geq \dfrac{1}{2}$. Từ (2) tìm được $\left[\begin{array}{l} x = 2y - 3 \\ x = 1 - 3y \end{array}\right.$	0.75
	Với $x = 1 - 3y \Leftrightarrow 3y = 1 - x$ thay vào (1) ta được $\sqrt{2x-1} + x^2 - 2(1-x) + 10 = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{2x-1} + x^2 + 2x + 8 = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{2x-1} + (x+1)^2 + 7 = 0$ (vô nghiệm)	0.5

	Với $x=2y-3 \Leftrightarrow 2y=x+3$ thay vào (1) ta được $\sqrt{2x-1}+x^2-3(x+3)+10=0 \Leftrightarrow \sqrt{2x-1}+x^2-3x+1=0$ (3) Đặt $t=\sqrt{2x-1}$ $(t\ge 0)$, phương trình (3) trở thành $t+x^2-x-t^2=0 \Leftrightarrow (t-x)(1-t-x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=x \\ t=1-x \end{array}\right.$	0.5
	Với $t=x$ ta có $x=\sqrt{2x-1} \Leftrightarrow (x-1)^2=0 \Leftrightarrow x=1 \Rightarrow y=2.$ Với $t=1-x$ ta có $1-x=\sqrt{2x-1} \Leftrightarrow x=2-\sqrt{2}$ Khi $x=2-\sqrt{2} \Rightarrow y=\dfrac{5-\sqrt{2}}{2}$	0.5
	Đối chiếu điều kiện và kết luận hệ có các nghiệm $(1;2)$, $\left(2-\sqrt{2};\dfrac{5-\sqrt{2}}{2}\right)$.	0.25
Câu III		**(3.0đ)**
Phần 1 (2.0 điểm)	Gọi số tự nhiên có 4 chữ số phải tìm là x, $1000\le x\le 9999$. Theo giả thiết ta có $x=120n+88=61k+39$ với $n,k\in\mathbb{N}$	0.5
	Từ đó ta có $120n-60k=k-49$ suy ra $k-49$ chia hết cho 60	0.5
	Mặt khác ta có $1000\le x\le 9999 \Rightarrow 1000\le 61k+39\le 9999$ $\Rightarrow \dfrac{961}{61}\le k\le \dfrac{9960}{61} \Rightarrow 15<k<164$ $\Rightarrow -34<k-49<115.$	0.5
	Mà $k-49$ chia hết cho 60 nên $k-49$ chỉ có thể là 0; 60	0.25
	Với $k=49 \Rightarrow x=3028$ (chia 120 dư 28) Với $k=109 \Rightarrow x=6688$ (chia 120 dư 88) Vậy số cần tìm là 6688.	0.25
Phần 2 (1.0 điểm)	 Chia khu vườn hình chữ nhật thành 18 phần như hình vẽ.	0.25
	Chỉ ra được khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ trên cùng một phần nhỏ hơn bằng $\sqrt{5}\,m$.	0.25

	Vì có 19 cây được trồng trong một hình có 18 phần như hình vẽ nên có ít nhất một phần được trồng ít nhất hai cây.	0.25
	Khẳng định hai cây đó có khoảng cách không lớn hơn $\sqrt{5}\,m$. Kết luận điều phải chứng minh.	0.25
Câu IV		**(6.0 đ)**
IV.1 Phần a (2.5điểm)		
	(Trường hợp tam giác ABC có góc $\widehat{B}$ hoặc $\widehat{C}$ tù trình bày tương tự) Chứng minh được tứ giác $AEDB$ nội tiếp từ đó ta có $\widehat{ABD} = \widehat{DEC}$ (1)	0.75
	Vẽ tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) và chỉ ra được $\widehat{ABC} = \widehat{ACy}$ (2)	0.75
	Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{DEC} = \widehat{ACy} \Rightarrow DE // Cy$ (Hai góc ở vị trí so le trong)	0.5
	Do $OC \perp Cy,\ DE // Cy \Rightarrow OC \perp DE$	0.5
Phần b (2 điểm)	Đường thẳng CI cắt đường tròn (I) tại Q, đường thẳng NO cắt CQ tại K Chỉ ra được $KN \perp BC$ QM $\perp BC$	0.5
	Từ đó suy ra $QM // KN \Rightarrow \widehat{MQC} = \widehat{NKC}$ (Hai góc ở vị trí đồng vị) (3)	0.5
	Trong (I): $\widehat{MQC} = \widehat{MAC}$ (Hai góc nội tiếp chắn cung MC) (4) Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{NKC} = \widehat{MAC}$ hay $\widehat{NKC} = \widehat{NAC}$	0.75
	Từ đó suy ra bốn điểm N, A, K, C cùng thuộc đường tròn (O). Mà đường kính NK của (O) vuông góc với BC nên K cố định.	0.25
Câu IV.2 (1.5 điểm)		
	Đặt $BC = a; AB = AC = b.$ ta phải chứng minh $a^3 + b^3 = 3ab^2$ Vẽ tia Bx sao cho $\widehat{ABx} = 60^0$ và tia Bx cắt AC tại D. Hạ $AE \perp Bx$ tại E.	0.5

	Suy ra $BE = \frac{AB}{2} = \frac{b}{2}$.	
	Tam giác BCD cân đỉnh B suy ra $BD = a$. Chỉ ra hai tam giác $\Delta ABC \sim \Delta BCD$ suy ra $\frac{AC}{BD} = \frac{BC}{CD} \Rightarrow CD = \frac{BC.BD}{AC} = \frac{a^2}{b}$. Suy ra $AD = b - \frac{a^2}{b}$.	0.5
	Ta có $AE^2 = AB^2 - BE^2 = \frac{3b^2}{4}$; $DE = BE - BD = \frac{b}{2} - a$ Thay vào hệ thức $AE^2 = AD^2 - DE^2 \Rightarrow \frac{3b^2}{4} = \left(b - \frac{a^2}{b}\right)^2 - \left(\frac{b}{2} - a\right)^2$ $\Leftrightarrow a^3 + b^3 = 3ab^2$. Điều phải chứng minh.	0.5
Câu V		**(1.0 đ)**
(1.0điểm)	Đặt $\frac{1}{a} = c$ khi đó $a(ab+1) = a^2b^2 - ab + 1 \Rightarrow b + c = b^2 - bc + c^2$ (4).	0.25
	Từ $a^3b^3 + 1 \le 16a^3$ ta được $b^3 + c^3 \le 16$. Ta có $T = b^3 + c^3 = (b+c)(b^2 - bc + c^2) = (b+c)^2$;	0.25
	Mặt khác từ (4) ta có $b + c = (b+c)^2 - 3bc \ge (b+c)^2 - \frac{3}{4}(b+c)^2 = \frac{1}{4}(b+c)^2 \Rightarrow (b+c)^2 \le 4(b+c)$. Khẳng định được $0 \le b + c \le 4$.	0.25
	Suy ra $T = (b+c)^2 \le 16$. Điều phải chứng minh. Dấu bằng xảy ra khi $a = \frac{1}{2}; b = 2$.	0.25
	Điểm toàn bài	**20**

Lưu ý khi chấm bài:

- *Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải. Lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ hợp logic. Nếu học sinh làm cách khác mà giải đúng thì cho điểm tối đa.*
- *Đối với câu IV, học sinh không vẽ hình thì không chấm.*
- *Điểm toàn bài không làm tròn.*

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC GIANG

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 01 trang)

ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN BẮC GIANG
NĂM HỌC 2015 - 2016
MÔN THI: TOÁN
(dành cho học sinh thi vào chuyên Toán, Tin học)
Ngày thi: 10/6/2015
Thời gian làm bài: 150 phút, không kể thời gian giao đề

Câu I. (*5,0 điểm*)

1. Cho biểu thức $A=\left(2-\frac{2\sqrt{xy}+1}{1+\sqrt{xy}}+\frac{1}{1-\sqrt{xy}}+\frac{2\sqrt{x}}{1-xy}\right):\left(\frac{\sqrt{xy}-\sqrt{x}}{\sqrt{xy}+1}-\frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{\sqrt{xy}-1}\right)$.

a. Tìm điều kiện của x,y để biểu thức A có nghĩa, từ đó hãy rút gọn biểu thức A.

b. Cho $\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}=12$, chứng minh rằng $A\le 36$.

2. Cho phương trình $x^4-2mx^2+m^2-1=0$ (1) (x là ẩn, m là tham số). Tìm giá trị của m để phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt x_1,x_2,x_3,x_4 thoả mãn $x_1^4+x_2^4+x_3^4+x_4^4=40$.

Câu II. (*4,5 điểm*)

5. Giải phương trình $15\sqrt{x^3-1}=4\left(x^2+2\right)$.

6. Giải hệ phương trình $\begin{cases}2\sqrt{x+y}=y^2+y-x\\ x\left(y^2+y\right)=\left(y^4-y^2\right)^2-2\end{cases}$.

Câu III. (*3,0 điểm*)

5. Tìm tất cả các nghiệm nguyên của phương trình $54x^3-1=y^3$.

6. Trong tất cả các tam giác nội tiếp đường tròn (O) bán kính R, $(R>0)$ cho trước, hãy xác định tam giác có diện tích lớn nhất.

Câu IV. (*6,0 điểm*) Cho điểm A cố định nằm ngoài đường tròn $(O;R)$. Một đường thẳng thay đổi luôn đi qua A và không qua O cắt đường tròn (O) tại hai điểm B,C $(AB<AC)$. Các tiếp tuyến tại B và C của đường tròn (O) cắt nhau tại D. Đường thẳng qua D, vuông góc với AO cắt cung nhỏ BC của đường tròn (O) tại điểm M.

1. Chứng minh đường thẳng AM là tiếp tuyến của đường tròn (O).

2. Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác BOC luôn đi qua một điểm cố định.

3. Gọi H là giao điểm của hai đường thẳng AO và DM. Chứng minh $\frac{AC}{AB}=\left(\frac{HM}{HB}\right)^2$.

Câu V. (*1,5 điểm*) Chứng minh rằng trong 2015 số tự nhiên liên tiếp bất kì luôn tồn tại ít nhất một số có tổng các chữ số chia hết cho 28.

----------------Hết----------------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.. Số báo danh:....................................

Giám thị 1 (*Họ tên và ký*):.............................Giám thị 2 (*Họ tên và ký*):..

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẮC GIANG

HDC CHÍNH THỨC

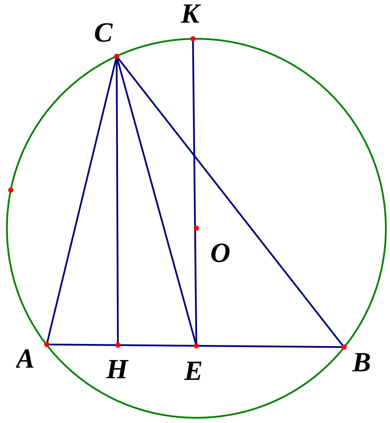
HƯỚNG DẪN CHẤM
BÀI THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN BẮC GIANG
NĂM HỌC 2015-2016
NGÀY THI: 10/6/2015
MÔN THI:TOÁN
(dành cho học sinh thi vào chuyên Toán, Tin học)

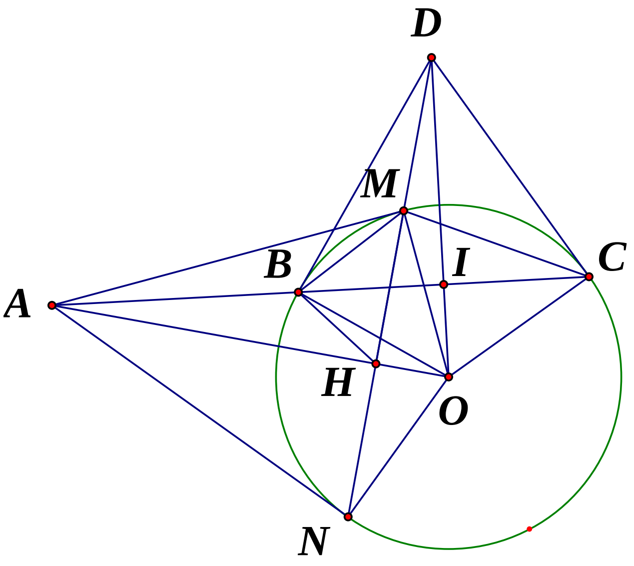
(Bản hướng dẫn chấm có 05 trang)

Câu	Hướng dẫn giải	Điểm
Câu I		**(5.0 đ)**
Phần 1.a (2 điểm)	$A=\left(2-\frac{2\sqrt{xy}+1}{1+\sqrt{xy}}+\frac{1}{1-\sqrt{xy}}+\frac{2\sqrt{x}}{1-xy}\right):\left(\frac{\sqrt{xy}-\sqrt{x}}{\sqrt{xy}+1}-\frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{\sqrt{xy}-1}\right).$ Đặt $P=2-\frac{2\sqrt{xy}+1}{1+\sqrt{xy}}+\frac{1}{1-\sqrt{xy}}+\frac{2\sqrt{x}}{1-xy}$, $Q=\frac{\sqrt{xy}-\sqrt{x}}{\sqrt{xy}+1}-\frac{\sqrt{xy}+\sqrt{x}}{\sqrt{xy}-1}$. Vậy $A=P:Q$. Điều kiện của P,Q có nghĩa là $x\ge 0; xy\ge 0, xy\ne 1$.	0.25
	Ta có $P=2-\frac{2\sqrt{xy}+1}{1+\sqrt{xy}}+\frac{1}{1-\sqrt{xy}}+\frac{2\sqrt{x}}{1-xy}$ $=\frac{2-2xy-\left(2\sqrt{xy}+1\right)\left(1-\sqrt{xy}\right)+1+\sqrt{xy}+2\sqrt{x}}{\left(1+\sqrt{xy}\right)\left(1-\sqrt{xy}\right)}$ $=\frac{2+2\sqrt{x}}{\left(1+\sqrt{xy}\right)\left(1-\sqrt{xy}\right)}=\frac{2+2\sqrt{x}}{1-xy}$	0.75
	$Q=\frac{\left(\sqrt{xy}-\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{xy}-1\right)-\left(\sqrt{xy}+\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{xy}+1\right)}{\left(\sqrt{xy}+1\right)\left(\sqrt{xy}-1\right)}$ $=\frac{-2\sqrt{xy}-2\sqrt{x}\sqrt{xy}}{xy-1}=\frac{2\sqrt{xy}\left(1+\sqrt{x}\right)}{1-xy}$	0.5
	Điều kiện của A có nghĩa là $x>0; y>0, xy\ne 1$. Vậy $A=\frac{2+2\sqrt{x}}{1-xy}:\frac{2\sqrt{xy}\left(1+\sqrt{x}\right)}{1-xy}=\frac{1}{\sqrt{xy}}.$	0.5
Phần 1.b (1 điểm)	Theo bất đẳng thức Cô si ta có: $12=\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{y}}\ge 2\sqrt{\frac{1}{\sqrt{x}}\cdot\frac{1}{\sqrt{y}}}=2\sqrt{\frac{1}{\sqrt{xy}}}$	0.5
	$\Rightarrow A=\frac{1}{\sqrt{xy}}\le 36.$	0.25

	Dấu "=" xảy ra khi $x = y = \frac{1}{36}$	0.25
Phần 2 (2 điểm)	Ta có $x^4 - 2mx^2 + m^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \left(x^2 - m\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = m-1 \\ x^2 = m+1 \end{array}\right.$	0.5
	Để phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt thì $m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$ (*).	0.5
	Khi đó phương trình đã cho có bốn nghiệm: $x_1 = -\sqrt{m+1}, x_2 = -\sqrt{m-1}, x_3 = \sqrt{m-1}, x_4 = \sqrt{m+1}$ Ta có $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = 40 \Leftrightarrow 2(m+1)^2 + 2(m-1)^2 = 40$	0.5
	$\Leftrightarrow 4m^2 + 4 = 40 \Leftrightarrow m^2 = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 3 \\ m = -3 \end{array}\right.$. Kết hợp với (*) ta được $m = 3$. Kết luận.	0.5
Câu II		**(4.5 đ)**
Phần 1 (2.5 điểm)	$15\sqrt{x^3 - 1} = 4\left(x^2 + 2\right)$ Điều kiện $x \ge 1$.	0.25
	Đặt $u = \sqrt{x^2 + x + 1}, v = \sqrt{x - 1}$ do $x \ge 1$ suy ra $u \ge \sqrt{3}, v \ge 0$ (*) Phương trình đã cho trở thành $15uv = 4\left(u^2 - v^2\right)$	0.5
	$\Leftrightarrow (u - 4v)(4u + v) = 0 \Leftrightarrow u = 4v$ (do (*))	0.75
	Với $u = 4v$ ta có $\sqrt{x^2 + x + 1} = 4\sqrt{x - 1} \Leftrightarrow x^2 - 15x + 17 = 0$ $\Leftrightarrow x = \frac{15 + \sqrt{157}}{2}$ hoặc $x = \frac{15 - \sqrt{157}}{2}$ (thoả mãn điều kiện)	0.75
	Kết luận.	0.25
Phần 2 (2 điểm)	$\begin{cases} 2\sqrt{x+y} = y^2 + y - x & (1) \\ x\left(y^2 + y\right) = \left(y^4 - y^2\right)^2 - 2 & (2) \end{cases}$ Điều kiện $x + y \ge 0$.	0.25
	Từ (1) ta có $x + y + 2\sqrt{x+y} + 1 = y^2 + 2y + 1 \Leftrightarrow \left(\sqrt{x+y} + 1\right)^2 = (y+1)^2$ $\Leftrightarrow \sqrt{x+y} = y$ hoặc $\sqrt{x+y} = -y - 2$	0.5
	*) $\sqrt{x+y} = -y - 2 \Rightarrow y \le -2$ và $x = y^2 + 3y + 4$ thay vào (2) ta được $\left(y^2 + 3y + 4\right)\left(y^2 + y\right) = \left(y^4 - y^2\right)^2 - 2$ $\Leftrightarrow y^4 + 4y^3 + 7y^2 + 4y = y^8 - 2y^6 + y^4 - 2$ $\Leftrightarrow y^6(y^2 - 4) + 2\left(y^6 - 1\right) - y\left[\left(2y + \frac{7}{4}\right)^2 + \frac{15}{16}\right] = 0$ (3) Do $y \le -2$ suy ra VT (3) luôn dương suy ra (3) vô lý.	0.5
	*) $\sqrt{x+y} = y \Rightarrow y \ge 0$ và $x = y^2 - y$ thay vào (2) ta được $\left(y^2 - y\right)\left(y^2 + y\right) = \left(y^4 - y^2\right)^2 - 2 \Leftrightarrow \left(y^4 - y^2\right)^2 - \left(y^4 - y^2\right) - 2 = 0$ (4) Giải (4) được $y = \sqrt{2}$ suy ra $x = 2 - \sqrt{2}$.	0.5

	Vậy hệ có nghiệm duy nhất $\left(2-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$.	0.25
Câu III		**(3.0đ)**
Phần 1 (1.5 điểm)	$54x^3-1=y^3 \Leftrightarrow 4.54x^3\left(54x^3-1\right)=4.54x^3y^3$ $\Leftrightarrow \left(4.27x^3-1\right)^2=\left(6xy\right)^3+1$ Đặt $\begin{cases} u=27x^3 \\ v=6xy \end{cases}$ $\left(u,v\in\mathbb{Z}\right)$, ta có $\left(4u-1\right)^2=v^3+1$ $\left(*\right)$.	0.5
	Từ (*) ta có $v\ge -1$. Mà $v=6xy$ nên v chẵn, do đó $v\ge 0$. Ta có $v^3+1=\left(v+1\right)\left(v^2-v+1\right)$; Gọi d là ước số chung lớn nhất của $v+1$ và v^2-v+1. Ta có $d=\left(v+1,v^2-v+1\right)=\left(v+1,\left(v+1\right)\left(v-2\right)+3\right)=\left(v+1,3\right)$. Suy ra $d=1$ hoặc $d=3$. Do $v=6xy$ nên $v+1$ không chia hết cho 3, do đó $d=1$ hay $\left(v+1,v^2-v+1\right)=1$.	0.25
	Khi đó $\begin{cases} v+1=a^2 \\ v^2-v+1=b^2 \end{cases}$ với $a,b\in\mathbb{N}^*,\left(a,b\right)=1$. Nếu $a=1$ thì $v=0$, suy ra $x=0$ hoặc $y=0$. Với $x=0$, ta có $y=-1$ và nghiệm $\left(x,y\right)=\left(0,-1\right)$ thoả mãn. Với $y=0$ thì $54x^3=1$, phương trình không có nghiệm nguyên.	0.25
	Xét $a\ge 2$, ta có $b^2=\left(a^2-1\right)^2-\left(a^2-1\right)+1$ $=\left(a^2-1\right)^2-a^2+2<\left(a^2-1\right)^2$ Mặt khác $b^2=\left(a^2-1\right)^2-\left(a^2-1\right)+1$ $=\left(a^2-2\right)^2+a^2-1>\left(a^2-2\right)^2$.	0.25
	Do đó $\left(a^2-2\right)^2<b^2<\left(a^2-1\right)^2$, phương trình không có nghiệm nguyên. Vậy phương trình có nghiệm nguyên duy nhất $\left(x,y\right)=\left(0,-1\right)$.	0.25

Phần 2 (1.5 điểm)	 Trước hết chứng minh trong tất cả các tam giác ABC nội tiếp trong (O) với đáy AB có độ dài không đổi, còn C thay đổi trên đường tròn thì diện tích tam giác ABC lớn nhất khi C trùng với K là điểm chính giữa của cung lớn AB. Gọi E là trung điểm AB. Hạ đường cao CH, ta có S_{ABC} lớn nhất khi và chỉ khi CH lớn nhất. Ta có $CH \le CE \le CO + OE = KO + OE = KE$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $C \equiv K$.	0.25
	Vậy để tìm tam giác có diện tích lớn nhất nội tiếp đường tròn (O), ta đi tìm trong các tam giác cân không tù KAB.	0.25
	Đặt $AB = 2x\ (0 < x \le R)$. Khi đó $KE = KO + OE = R + \sqrt{R^2 - x^2}$ $S_{KAB} = x\left(R + \sqrt{R^2 - x^2}\right) = x\left(\frac{R}{2} + \frac{R}{2} + \sqrt{R^2 - x^2}\right)$ $\le x\sqrt{3\left(\left(\frac{R}{2}\right)^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{R^2 - x^2}\right)^2\right)}$ $= \sqrt{3}x\sqrt{\frac{3R^2}{2} - x^2} \le \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(x^2 + \frac{3R^2}{2} - x^2\right) = \frac{3\sqrt{3}R^2}{4}$	0.5
	Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} \frac{R}{2} = \sqrt{R^2 - x^2} \\ x = \sqrt{\frac{3R^2}{2} - x^2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{3}R}{2}$ Suy ra $\widehat{AOE} = 60^0$, do đó $\widehat{AKB} = 60^0$, hay tam giác KAB là tam giác đều.	0.25
	Vậy trong các tam giác nội tiếp đường tròn $(O;R)$ cho trước thì tam giác đều có diện tích lớn nhất.	0.25
Câu IV		**(6.0 đ)**

		
	Giả sử OD cắt BC tại I. Tam giác BOD vuông có đường cao BI nên $OB^2 = OI.OD$	0.5
	Chứng minh ΔODH đồng dạng với ΔOAI, suy ra $OI.OD = OH.OA$	0.5
Phần 1 (2 điểm)	Như vậy $OM^2 = OB^2 = OI.OD = OH.OA$	0.5
	Áp dụng hệ thức lượng vào ΔOMA ta có $\widehat{AMO} = 90^0$ Do đó đường thẳng AM là tiếp tuyến của đường tròn (O).	0.5
	Kẻ thêm tiếp tuyến AN của đường tròn (O). Theo ý 1, vì AM là tiếp tuyến của đường tròn (O) và $MH \perp AO$ nên H là trung điểm của MN.	0.5
Phần 2 (2 điểm)	Như vậy H là điểm cố định.	0.5
	Chứng minh hai tam giác AMC và ABM đồng dạng, nên $AB.AC = AM^2$ Mà $AH.AO = AM^2$ nên $AB.AC = AH.AO$	0.5
	Từ đó hai tam giác ABH và AOC đồng dạng, suy ra $\widehat{ABH} = \widehat{AOC}$. Do đó tứ giác $BHOC$ là tứ giác nội tiếp, hay đường tròn ngoại tiếp ΔBOC luôn đi qua H là điểm cố định.	0.5
	Hai tam giác ΔAMH và ΔAOM đồng dạng nên $\frac{AM}{HM} = \frac{AO}{OM} = \frac{AO}{OC}$.	0.5
Phần 3 (2 điểm)	Mà ΔABH và ΔAOC đồng dạng nên $\frac{AO}{OC} = \frac{AB}{BH}$. Như vậy $\frac{AM}{HM} = \frac{AB}{BH} \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{HM}{HB}$ (1).	0.5
	Mặt khác $AM^2 = AB.AC$ nên $\frac{AC}{AB} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2$ (2).	0.5
	Từ (1) và (2), ta được $\frac{AC}{AB} = \left(\frac{HM}{HB}\right)^2$ (đpcm).	0.5
Câu V		**(1.5 đ)**

(1.5 điểm)	Gọi 2015 số tự nhiên liên tiếp là $a, a+1, a+2, ..., a+2014$. Trong 1000 số liên tiếp $a, a+1, a+2, ..., a+999$ luôn tồn tại số chia hết cho 1000. Gọi số đó là b và gọi n là tổng các chữ số của b $\left(b \le a+999; n \in \mathbb{N}^*\right)$.	0.25
	Khi đó các số trong dãy $b, b+1, b+2, ..., b+9$ có tổng các chữ số lần lượt là $n, n+1, n+2, ..., n+9$;	0.25
	Các số trong dãy $b+19, b+29, ..., b+99$ có tổng các chữ số lần lượt là $n+10, n+11, ..., n+18$;	0.25
	Các số trong dãy $b+199, b+299, ..., b+999$ có tổng các chữ số lần lượt là $n+19, n+20, ..., n+27$.	0.25
	Vì $b+999 \le a+1998 < a+2014$ nên trong dãy $a, a+1, a+2, ..., a+2014$ tồn tại một dãy các số có tổng các chữ số lần lượt là $n, n+1, n+2, ..., n+27$ $(*)$.	0.25
	Mà dãy (*) gồm 28 số tự nhiên liên tiếp nên trong dãy này tồn tại số chia hết cho 28, ta có đpcm.	0.25
	Điểm toàn bài	**20 điểm**

Lưu ý khi chấm bài:

- *Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải. Lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ hợp logic. Nếu học sinh làm cách khác mà giải đúng thì cho điểm tối đa.*
- *Đối với câu IV, học sinh không vẽ hình thì không chấm.*
- *Điểm toàn bài không làm tròn.*

SỞ GD&ĐT BẮC GIANG ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN BẮC GIANG

NĂM HỌC: 2013 - 2014

MÔN THI: TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC Ngµy thi: 02.7.2013

Câu I.

1. Cho biểu thức $A=\dfrac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}+\dfrac{1-x}{\sqrt{1-x^2}-1+x}-\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}$

a. Tìm x để biểu thức A có nghĩa, từ đó hãy rút gọn A.

b. Tính giá thị của biểu thức A khi $x=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$.

2. Cho phương trình $x^2-24x+m^2+2m+84=0$ (1) (x là ẩn, m là tham số).

Tìm m để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $x_2=x_1^3-29x_1-24$.

Câu II.

1.Giải phương trình $\sqrt{24+5x-x^2}-\sqrt{12+4x-x^2}=\sqrt{2}$.

2.Giải hệ phương trình $\begin{cases}5(x^2+y^2)+\dfrac{2}{(x+y)^2}-2xy=\dfrac{251}{5}\\ \dfrac{x^2+2xy+y^2+1}{x+y}=5-x+y\end{cases}$

Câu III.

1. Tìm các số nguyên x và y thỏa mãn $(x^2-x+2)y=3x-5$

2. Cho một bảng có kích thước 8.8 (bảng gồm 8 dòng và 8 cột),trong mỗi ô vuông đơn vị (kích thước 1.1)được ghi một số tự nhiên không vượt quá 16.Các số được ghi thỏa mãn tính chất: bất kỳ hai số nào ghi trong hai ô có chung một cạnh hoặc hai ô có chung một đỉnh của bảng là hai số nguyên tố cùng nhau.Chứng minh rằng trong các số tự nhiên đó có số xuất hiện trong bảng ít nhất 7 lần.

Câu IV.

1. Cho hình vuông $ABCD$ nội tiếp đường tròn $(O;R)$.Trên cung nhỏ AD lấy điểm E (E không trùng với A và D).Tia EB cắt các đường thẳng AD, AC lần lượt tại I và K.Tia EC cắt các đường thẳng DA, DB lần lượt tại M, N.Hai đường thẳng AN, DK cắt nhau tại P.

a.Chứng minh rằng tứ giác $EPND$ là tứ giác nội tiếp.

b. Chứng minh rằng $\widehat{EKM}=\widehat{DKM}$.

c. Khi điểm M ở vị trí là trung điểm của AD, hãy tính độ dài đoạn AE theo R.

2.Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A.Tính độ dài cạnh AB biết $BC=\sqrt{5}+1$ và $\widehat{BAC}=108^\circ$.

Câu V.

Cho ba số dương x,y,z thỏa mãn $x+y+z=\sqrt{3}$. Tìm GTNN của biểu thức:

$$B=\sum\frac{1}{\sqrt{x(y+2z)}}$$

HD:

Câu I.

1. Cho biểu thức $A = \dfrac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} + \dfrac{1-x}{\sqrt{1-x^2}-1+x} - \dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}$

a. Tìm x để biểu thức A có nghĩa, từ đó hãy rút gọn A.

b. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$.

$a)$ ĐK: $-1 \le x < 1\ (x \ne 0)$

$$gt \Rightarrow A = \left(\frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} - \frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}\right) + \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2}-1+x}$$

$$= \frac{1+x+\sqrt{1-x^2}-(1+x-2\sqrt{1-x^2}+1-x)}{1+x-(1-x)} + \frac{1-x}{\sqrt{1-x}(\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x})}$$

$$= \frac{x-1+3\sqrt{1-x^2}}{2x} + \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} = \frac{x-1+3\sqrt{1-x^2}}{2x}$$

$$+ \frac{\sqrt{1-x^2}+1-x}{2x} = \frac{4\sqrt{1-x^2}}{2x} = \frac{2\sqrt{1-x^2}}{x}$$

$b)$ khi $x = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$.

$$\Rightarrow x^2 = \frac{2+\sqrt{3}}{4} \Rightarrow 1-x^2 = \frac{2-\sqrt{3}}{4} \Rightarrow 2\sqrt{1-x^2} = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow A = \frac{\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}} = 4-2\sqrt{3} = (\sqrt{3}-1)^2$$

2. Pt (1) có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 24 \\ x_1x_2 = m^2 + 2m + 84 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1^3 - 28x_1 - 24 = 24 (2) \\ x_1(x_1^3 - 29x_1 - 24) = m^2 + 2m + 84 (3) \end{cases}$$

Từ (2) $\Leftrightarrow x_1 \in \{6; -4; -2\}$. Mà $m^2 + 2m + 84 > 0 \Rightarrow x_1 = 6$

Thay $x_1 = 6$ vào (3) ta có: $m^2 + 2m + 84 = 108 \Leftrightarrow m \in \{4; -6\}$

Vậy $m \in \{4; -6\}$

Câu II.

1. Giải phương trình $\sqrt{24+5x-x^2}-\sqrt{12+4x-x^2}=\sqrt{2}$.

$gt => \sqrt{24+5x-x^2}=\sqrt{2}+\sqrt{12+4x-x^2} => 24+5x-x^2=14+4x-x^2$
$+2\sqrt{24+8x-2x^2} => 10+x=2\sqrt{24+8x-2x^2} => x^2+20x+100=96$
$+32x-8x^2 => 9x^2+12x+4=0 => (3x-2)^2=0 => x=\frac{2}{3}$

$S=\frac{2}{3}$ (thỏa)

2. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 5(x^2+y^2)+\dfrac{2}{(x+y)^2}-2xy=\dfrac{251}{5} \\ \dfrac{x^2+2xy+y^2+1}{x+y}=5-x+y \end{cases}$

Hệ đã cho $\Leftrightarrow \begin{cases} 2(x^2+2xy+y^2)+\dfrac{2}{(x+y)^2}+3(x^2-2xy+y^2)=\dfrac{251}{5} \\ \dfrac{(x+y)^2+1}{x+y}+x-y=5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2[(x+y)^2+\dfrac{1}{(x+y)^2}]+3(x-y)^2=\dfrac{251}{5} \\ (x+y+\dfrac{1}{x+y})+x-y=5 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2(x+y+\dfrac{1}{x+y})^2+3(x-y)^2=\dfrac{271}{5} \\ (x+y+\dfrac{1}{x+y})+x-y=5 \end{cases}$

Đặt : $u=x+y+\frac{1}{x+y}$; $v=x-y$

Hệ trở thành: $\begin{cases} 2u^2+3v^2=\dfrac{271}{5} \\ u+v=5 \end{cases}$

Câu IV.

2.

Vẽ $\widehat{BAD}=36^\circ$ Khi đó: ΔADB cân D ,ΔACD cân C

$\Rightarrow AB=AC=DC\Rightarrow \Delta ADB\sim \Delta BAC\Rightarrow \frac{AB}{BC}=\frac{BD}{AB}=\frac{BC-AB}{AB}=\frac{BC}{AB}-1$

$\frac{AB}{BC}=x>0\Rightarrow x=\frac{1}{x}-1\Rightarrow x^2+x-1=0\Rightarrow (2x+1)^2=5\Rightarrow x=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

$\Rightarrow \frac{AB}{BC}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$; $BC=\sqrt{5}+1\Rightarrow AB=2$

Câu III.

1. Tìm các số nguyên x và y thỏa mãn $(x^2-x+2)y=3x-5$

Lời giải. Vì $x^2-x+2=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{7}{4}>0$ nên ta có $y=\frac{3x-5}{x^2-x+2}$.

Để $y\in\mathbb{Z}$ thì $x^2-x+2\mid 3x-5$. Do đó $|3x-5|\ge x^2-x+2$ $\quad(1)$.

Nếu $x\ge\frac{5}{3}$ thì $(1)\Leftrightarrow 3x-5\ge x^2-x+2\Leftrightarrow x^2-4x+7\le 0$, mâu thuẫn.

Nếu $x\le\frac{5}{3}$ thì $(1)\Leftrightarrow 5-3x\ge x^2-x+2\Leftrightarrow x^2+2x-3\le 0\Leftrightarrow -3\le x\le 1$.

Đến đây xét x để tìm y.

Câu V.

Cho ba số dương x,y,z thỏa mãn $x+y+z=\sqrt{3}$. Tìm GTNN của biểu thức:

$B=\sum\frac{1}{\sqrt{x(y+2z)}}$

ta có $\sqrt{3x(y+2z)}\le\frac{3x+y+2z}{2}$

nên $\frac{B}{\sqrt{3}}\ge\sum\frac{2}{3x+y+2z}\ge\frac{9}{6(x+y+z)}=\frac{18}{6\sqrt{3}}\Rightarrow B\ge 3$

dấu = xảy ra khi $x=y=z=\frac{1}{\sqrt{3}}$

MA TRẬN ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 TOÁN CHUYÊN NĂM HỌC 2017 – 2018

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài: 150 phút

Mức độ / Chủ đề	Mức độ nhận thức				Tổng
	Nhận biết	Thông hiểu	Vận dụng	Vận dụng cao	
Căn thức					
Số câu hỏi	1				1
Số học					
Số câu hỏi			1		1
Phương trình bậc hai một ẩn					
Số câu hỏi		1			1
Phương trình và hệ phương trình đại số					
Số câu hỏi			2		2
Hình học					
Số câu hỏi	1	1	1		3
Bất đẳng thức, giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.					
Số câu hỏi				1	1
Suy luận logic					
Số câu hỏi				1	1
Tổng số câu hỏi	**2**	**2**	**4**	**2**	**10**
Tổng số điểm	**5,0**	**4,0**	**9,0**	**2,0**	**20**
Tỷ lệ	**25%**	**20%**	**45%**	**10%**	**100%**