

DẠNG 5**Hệ trục tọa độ trong đề thi của BGD&ĐT****I. PHẦN ĐỀ BÀI**

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là
- A. $(1; 3; 2)$ B. $(2; 6; 4)$ C. $(2; -1; 5)$ D. $(4; -2; 10)$
- Câu 2:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .
- A. $OA = 3$ B. $OA = 9$ C. $OA = \sqrt{5}$ D. $OA = 5$
- Câu 3:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .
- A. $I(-2; 2; 1)$. B. $I(1; 0; 4)$. C. $I(2; 0; 8)$. D. $I(2; -2; -1)$.
- Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai vecto $\vec{a}(2; 1; 0)$, $\vec{b}(-1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$
- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$. B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$.
C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$. D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$.
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9$ có bán kính bằng
- A. 9. B. 3. C. 81. D. 6.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là
- A. $(-1; -2; 3)$. B. $(-2; -4; 6)$. C. $(1; 2; -3)$. D. $(2; 4; -6)$.
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là
- A. $(-1; 2; 3)$. B. $(2; -4; -6)$. C. $(-2; 4; 6)$. D. $(1; -2; -3)$.
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là:
- A. $(-2; -4; 6)$. B. $(2; 4; -6)$. C. $(-1; -2; 3)$. D. $(1; 2; -3)$.
- Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là:
- A. $(-1; 2; -3)$. B. $(2; -4; 6)$. C. $(1; -2; 3)$. D. $(-2; 4; -6)$.
- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$. Bán kính của (S) bằng:
- A. 4. B. 32. C. 16. D. 8.
- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 16$. Bán kính của (S) bằng

A. $I(-1; 2; -4), R = 5\sqrt{2}$

B. $I(-1; 2; -4), R = 2\sqrt{5}$

C. $I(1; -2; 4), R = 20$

D. $I(1; -2; 4), R = 2\sqrt{5}$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S)

A. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$

B. $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$

C. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$

D. $I(1; -2; -1)$ và $R = 9$

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 3; 0)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 2$.

B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 4$.

C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$.

D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 2$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; 1; -2)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là:

A. $x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$.

B. $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

C. $x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$.

D. $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 3$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là:

A. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2$.

B. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2$.

C. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4$.

D. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; -4; 0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là:

A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 9$.

B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9$.

C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 3$.

D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 3$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 8$. Tính bán kính R của (S) .

A. $R = 8$.

B. $R = 4$.

C. $R = 2\sqrt{2}$.

D. $R = 64$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 4; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) ?

A. $Q(0; 4; 1)$.

B. $P(3; 0; 1)$.

C. $M(0; 0; 1)$.

D. $N(3; 4; 0)$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(3; 0; 0)$

B. $N(0; -1; 1)$

C. $P(0; -1; 0)$

D. $Q(0; 0; 1)$

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu (S)

- A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 8$ B. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 10$
 C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$ D. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9$ và điểm $A(2;3;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

- A. $6x + 8y + 11 = 0$ B. $3x + 4y + 2 = 0$ C. $3x + 4y - 2 = 0$ D. $6x + 8y - 11 = 0$

Câu 43: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M(2;3;3)$, $N(2;-1;-1)$, $P(-2;-1;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x + 3y - z + 2 = 0$.

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 10 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 2 = 0$.
 C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 2 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 2 = 0$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét các điểm $A(0;0;1)$, $B(m;0;0)$, $C(0;n;0)$, $D(1;1;1)$ với $m > 0$; $n > 0$ và $m + n = 1$. Biết rằng khi m, n thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) và đi qua D . Tính bán kính R của mặt cầu đó?

- A. $R = 1$. B. $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $R = \frac{3}{2}$. D. $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1)$, $B(3;-1;1)$ và $C(-1;-1;1)$. Gọi (S_1) là mặt cầu có tâm A , bán kính bằng 2; (S_2) và (S_3) là hai mặt cầu có tâm lần lượt là B, C và bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu $(S_1), (S_2), (S_3)$.

- A. 5 B. 7 C. 6 D. 8

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau.

- A. 12. B. 16. C. 20. D. 8

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z+1)^2 = 5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

- A. 20. B. 8. C. 12. D. 16.

- Câu 48:** Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z - \sqrt{2})^2 = 3$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a; b; c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?
- A. 12. B. 4. C. 8. D. 16.
- Câu 49:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$, điểm $M(1; 1; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M , thuộc và cắt tại hai điểm A, B sao cho AB nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; a; b)$. Tính $t = a - b$
- A. $T = -2$ B. $T = 1$ C. $T = -1$ D. $T = 0$
- Câu 50:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 5 = 0$. Giả sử $M \in (P)$ và $N \in (S)$ sao cho \overline{MN} cùng phương với vector $\vec{u}(1; 0; 1)$ và khoảng cách giữa M và N lớn nhất. Tính MN .
- A. $MN = 3$ B. $MN = 1 + 2\sqrt{2}$ C. $MN = 3\sqrt{2}$ D. $MN = 14$

II. PHẦN HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 3)$ và $B(2; 2; 7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A. $(1; 3; 2)$ B. $(2; 6; 4)$ C. $(2; -1; 5)$ D. $(4; -2; 10)$

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm của AB , ta có tọa độ điểm I là

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = -1 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 5 \end{cases}$$

Vậy $I(2; -1; 5)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .

- A. $OA = 3$ B. $OA = 9$ C. $OA = \sqrt{5}$ D. $OA = 5$

Lời giải

Chọn A

$$OA = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3.$$

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I(-2; 2; 1)$. B. $I(1; 0; 4)$. C. $I(2; 0; 8)$. D. $I(2; -2; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Tọa độ trung điểm I của đoạn AB với $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$ được tính bởi

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 0 \Rightarrow I(1; 0; 4) \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 4 \end{cases}$$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai vecto $\vec{a}(2; 1; 0)$, $\vec{b}(-1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$

- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{25}$. B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{5}$.
C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{2}{25}$. D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$ có bán kính bằng $R = 4$.

- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$. Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 16$. Bán kính của (S) bằng
- A. 32. B. 8. C. 4. D. 16.

Lời giải

Chọn C

Bán kính của (S) bằng $R = \sqrt{16} = 4$.

- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$. Bán kính mặt cầu (S) bằng
- A. 6. B. 18. C. 3. D. 9.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng phép cộng số phức ta có bán kính mặt cầu trên bằng 3.

- Câu 13:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$. Bán kính của (S) bằng
- A. 6. B. 18. C. 9. D. 3.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S): (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R .

Vậy mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$ có tâm $I(0;0;-2)$ và bán kính $R = 3$.

- Câu 14:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là
- A. $(-2;4;-1)$. B. $(2;-4;1)$. C. $(2;4;1)$. D. $(-2;-4;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là $(2;-4;1)$.

- Câu 15:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$. Tâm của (S) có tọa độ là
- A. $(-1;-2;-3)$. B. $(1;2;3)$. C. $(-1;2;-3)$. D. $(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn D

- Câu 16:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng
- A. 9. B. 3. C. 15. D. $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z - 7 = 0 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$.

$\Rightarrow (S)$ có bán kính $R = \sqrt{9} = 3$.

Chọn A

Phương trình mặt cầu tâm $I(a; b; c)$ bán kính R : $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$.

(S) có tâm: $I(5; 1; -2)$; $R = 3$.

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 20$.

A. $I(-1; 2; -4), R = 5\sqrt{2}$ **B.** $I(-1; 2; -4), R = 2\sqrt{5}$

C. $I(1; -2; 4), R = 20$ **D.** $I(1; -2; 4), R = 2\sqrt{5}$

Lời giải**Chọn D**

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S): $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$ có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R .

Nên mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 20$ có tâm và bán kính là $I(1; -2; 4), R = 2\sqrt{5}$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S)

A. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 3$ **B.** $I(1; -2; -1)$ và $R = 3$

C. $I(-1; 2; 1)$ và $R = 9$ **D.** $I(1; -2; -1)$ và $R = 9$

Lời giải**Chọn A**

Mặt cầu (S): $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$ có tâm $I(-1; 2; 1)$ và bán kính $R = 3$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 3; 0)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 2$.

B. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 4$.

C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$.

D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 2$.

Lời giải**Chọn C**

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 3; 0)$ và bán kính bằng $R = 2$ có dạng:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4.$$

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; 1; -2)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là:

A. $x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$.

B. $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

C. $x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3$.

D. $x^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 3$.

Lời giải**Chọn A**

Phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kính bằng 3 là:

$$(x-0)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 3^2 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9.$$

Câu 27: Trong không gian Oxyz cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là:

A. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 2.$

B. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 2.$

C. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 4.$

D. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4.$

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ và bán kính bằng R : $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2.$

Vậy phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính bằng 2 là:

$$x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4.$$

Câu 28: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-4;0)$ và bán kính bằng 3. Phương trình của (S) là:

A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 9.$

B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9.$

C. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 3.$

D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 3.$

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu có tâm $I(1;-4;0)$ và bán kính bằng 3 là $(x-1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 9.$

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S): $x^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 8.$ Tính bán kính R của (S).

A. $R = 8.$

B. $R = 4.$

C. $R = 2\sqrt{2}.$

D. $R = 64.$

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt cầu tổng quát: $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2 \Rightarrow R = 2\sqrt{2}.$

Câu 30: Trong không gian Oxyz, điểm nào dưới đây là hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 4; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy)?

A. $Q(0; 4; 1).$

B. $P(3; 0; 1).$

C. $M(0; 0; 1).$

D. $N(3; 4; 0).$

Lời giải

Chọn D

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(3; 4; 1)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $N(3; 4; 0).$

Câu 31: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(3;-1;1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm

A. $M(3;0;0)$

B. $N(0;-1;1)$

C. $P(0;-1;0)$

D. $Q(0;0;1)$

Lời giải

Chọn B

Khi chiếu vuông góc một điểm trong không gian lên mặt phẳng (Oyz) , ta giữ lại các thành phần tung độ và cao độ nên hình chiếu của $A(3; -1; 1)$ lên (Oyz) là điểm $N(0; -1; 1)$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -4; 0)$, $B(-1; 1; 3)$, $C(3, 1, 0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.

A. $D(-2; 1; 0)$, $D(-4; 0; 0)$

B. $D(0; 0; 0)$, $D(-6; 0; 0)$

C. $D(6; 0; 0)$, $D(12; 0; 0)$

D. $D(0; 0; 0)$, $D(6; 0; 0)$

Lời giải**Chọn D**

Gọi $D(x; 0; 0) \in Ox$

$$AD = BC \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2 + 16} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 6 \end{cases}$$

Câu 33: Trong không $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; 0; 3)$ và $\vec{b} = (-2; 2; 5)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})$ bằng

A. 25

B. 23.

C. 27.

D. 29.

Lời giải**Chọn B**

Ta có $\vec{a} + \vec{b} = (-1; 2; 8) \Rightarrow \vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 1(-1) + 0 \cdot 2 + 3 \cdot 8 = 23$

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m-1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

A. $m = -6$.

B. $m = 0$.

C. $m = -4$.

D. $m = 2$.

Lời giải**Chọn B**

$$\overrightarrow{MN} = (-3; -2; 2); \overrightarrow{NP} = (2; m-2; 1)$$

Tam giác MNP vuông tại $N \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Leftrightarrow -6 - 2(m-2) + 2 = 0 \Leftrightarrow m-2 = -2 \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu có tâm là gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ và đi qua điểm $M(0; 0; 2)$ có phương trình là

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

C. $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$.

D. $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$.

Lời giải**Chọn B**

Ta có mặt cầu có tâm là gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ và đi qua điểm $M(0; 0; 2)$ nên bán kính $R = MO = 2$

Vậy phương trình mặt cầu là mặt cầu là $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ Vậy đường thẳng AB đi qua điểm $A(1; 2; -1)$ có VTCP $\vec{u} = (1; -3; 2)$ nên phương trình

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; -3)$ và đi qua điểm $M(4; 0; 0)$. Phương trình của (S) là

A. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25.$

B. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5.$

C. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25.$

D. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5.$

Lời giải

Chọn A

Bán kính mặt cầu $r = IM = \sqrt{4^2 + 0^2 + (-3)^2} = 5.$

Phương trình mặt cầu là: $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25.$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;1;1)$ và $A(1;2;3)$. Phương trình của mặt cầu có tâm I và đi qua A là

A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29.$

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5.$

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25.$

D. $x+1^2 + y+1^2 + (z+1)^2 = 5.$

Lời giải

Chọn B

Do mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;1)$ và đi qua $A(1;2;3)$ nên bán kính của mặt cầu (S) là $R = IA = \sqrt{5}$. Vậy phương trình mặt cầu (S) là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5.$

Câu 38: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là phương trình của một mặt cầu.

A. $m > 6$

B. $m \geq 6$

C. $m \leq 6$

D. $m < 6$

Lời giải

Chọn D

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z + m = 0$ là một phương trình mặt cầu

$\Leftrightarrow 1^2 + 1^2 + 2^2 - m > 0 \Leftrightarrow m < 6.$

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Gọi I là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox . Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm I , bán kính IM ?

A. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 13$

B. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 13$

C. $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}$

D. $(x+1)^2 + y^2 + z^2 = 17$

Lời giải

Chọn A

I là hình chiếu vuông góc của M lên trục $Ox \Rightarrow I(1;0;0)$

$\Rightarrow \overline{IM} = (0; -2; 3) \Rightarrow IM = \sqrt{13}$

(S) tâm I , bán kính IM : $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{13}^2$

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$?

A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 3$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 9$

Lời giải

Chọn C

Gọi mặt cầu cần tìm là (S) .

Ta có (S) là mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và bán kính R .

Vì (S) tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$ nên ta có

$$R = d(I; (P)) = \frac{|1 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot (-1) - 8|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3.$$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9$.

Câu 41: (Đề minh họa BGD&ĐT năm 20016-20017) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình của mặt cầu (S)

A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 8$ **B.** $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 10$

C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$ **D.** $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$

Lời giải**Chọn D**

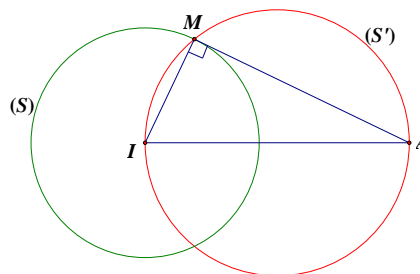
Gọi R, r lần lượt là bán kính của mặt cầu (S) và đường tròn giao tuyến

$$\text{Ta có } R^2 = r^2 + (d(I, (P)))^2 = 1 + \left(\frac{|2 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 + 2|}{\sqrt{2^2 + 1 + 2^2}} \right)^2 = 10$$

Mặt cầu (S) tâm $I(2; 1; 1)$ bán kính $R = \sqrt{10}$ là $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9$ và điểm $A(2; 3; -1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) , M luôn thuộc mặt phẳng có phương trình là

A. $6x + 8y + 11 = 0$ **B.** $3x + 4y + 2 = 0$ **C.** $3x + 4y - 2 = 0$ **D.** $6x + 8y - 11 = 0$

Lời giải**Chọn C**

mặt cầu (S) có tâm $I(-1; -1; -1)$.

$$(S') \text{ là mặt cầu đường kính } AI \Rightarrow (S'): \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = \frac{25}{4}.$$

Vì AM tiếp xúc (S) tại M nên $AM \perp IM \Rightarrow \angle AMI = 90^\circ$

M thuộc giao hai mặt cầu là

mặt cầu (S) và mặt cầu (S') .

ó $\begin{cases} M \in (S) \\ M \in (S') \end{cases} \Rightarrow$ Tọa độ của M thỏa hệ phương trình:

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = \frac{25}{4} \quad (1) \stackrel{(1)-(2)}{\Rightarrow} 6x+8y-11=-7.$$

$$(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 9 \quad (2)$$

$$M \in (P): 3x+4y-2=0.$$

Câu 43: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu đi qua ba điểm $M(2;3;3)$, $N(2;-1;-1)$, $P(-2;-1;3)$ và có tâm thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x+3y-z+2=0$.

A. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 10 = 0.$

B. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 2 = 0.$

C. $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 2 = 0.$

D. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 2 = 0.$

Lời giải

Chọn B

Giả sử phương trình mặt cầu (S) có dạng $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 3by - 2cz + d = 0$.

Điều kiện: $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0(*)$

Vì mặt cầu (S) đi qua 3 điểm $M(2;3;3)$, $N(2;-1;-1)$, $P(-2;-1;3)$ và có tâm I thuộc

$$mp(P) \text{ nên ta có hệ phương trình } \begin{cases} 4a+6b+6c-d=22 \\ 4a-2b-2c-d=6 \\ 4a+2b-6c+d=-14 \\ 2a+3b-c=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \\ c=3 \\ d=-2 \end{cases} : T/m(*)$$

Vậy phương trình mặt cầu là: $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 6z - 2 = 0$.

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét các điểm $A(0;0;1)$, $B(m;0;0)$, $C(0;n;0)$, $D(1;1;1)$ với $m > 0$; $n > 0$ và $m+n=1$. Biết rằng khi m, n thay đổi, tồn tại một mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) và đi qua D . Tính bán kính R của mặt cầu đó?

A. $R = 1.$

B. $R = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

C. $R = \frac{3}{2}.$

D. $R = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

Lời giải

Chọn A

Gọi $I(1;1;0)$ là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng (Oxy)

Ta có: Phương trình theo đoạn chắn của mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{m} + \frac{y}{n} + z = 1$

Suy ra phương trình tổng quát của (ABC) là $nx + my + mnz - mn = 0$

$$\text{Mặt khác } d(I; (ABC)) = \frac{|1-mn|}{\sqrt{m^2+n^2+m^2n^2}} = 1 \text{ (vì } m+n=1) \text{ và } ID = 1 = d(I; (ABC)).$$

Nên tồn tại mặt cầu tâm I (là hình chiếu vuông góc của D lên mặt phẳng Oxy) tiếp xúc với (ABC) và đi qua D . Khi đó $R = 1$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1)$, $B(3;-1;1)$ và $C(-1;-1;1)$. Gọi (S_1) là mặt cầu có tâm A , bán kính bằng 2; (S_2) và (S_3) là hai mặt cầu có tâm lần lượt là B , C và bán kính đều bằng 1. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng tiếp xúc với cả ba mặt cầu (S_1) , (S_2) , (S_3) .

A. 5

B. 7

C. 6

D. 8

Lời giải**Chọn B**

Gọi phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với cả ba mặt cầu đã cho có phương trình là:
 $ax + by + cz + d = 0$.

$$\text{Khi đó ta có hệ điều kiện sau: } \begin{cases} d(A;(P)) = 2 \\ d(B;(P)) = 1 \\ d(C;(P)) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{|a + 2b + c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 2 \\ \frac{|3a - b + c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 1 \\ \frac{|-a - b + c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |a + 2b + c + d| = 2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\ |3a - b + c + d| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\ |-a - b + c + d| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó ta có: } |3a - b + c + d| = |-a - b + c + d| \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - b + c + d = -a - b + c + d \\ 3a - b + c + d = a + b - c - d \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a - b + c + d = 0 \end{cases}$$

$$\text{với } a = 0 \text{ thì ta có } \begin{cases} |2b + c + d| = 2\sqrt{b^2 + c^2} \\ |2b + c + d| = 2|-b + c + d| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |2b + c + d| = 2\sqrt{b^2 + c^2} \\ 4b - c - d = 0 \\ c + d = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c + d = 0 \Rightarrow c = d = 0, b \neq 0 \\ c + d = 4b, c = \pm 2\sqrt{2}b \end{cases} \text{ do đó có 3 mặt phẳng.}$$

$$\text{Với } a - b + c + d = 0 \text{ thì ta có } \Leftrightarrow \begin{cases} |3b| = 2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\ |2a| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |3b| = 4|a| \\ |2a| = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} |b| = \frac{4}{3}|a| \\ |c| = \frac{\sqrt{11}}{3}|a| \end{cases}$$

do đó có 4 mặt phẳng thỏa mãn bài toán. Vậy có 7 mặt phẳng thỏa mãn bài toán.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau.

A. 12.

B. 16.

C. 20.

D. 8

Lời giải

Chọn C

Do $A(a;b;c) \in (Oxy) \Rightarrow c = 0$. Gọi I là tâm mặt cầu.

Từ A kẻ được hai tiếp tuyến nên ta có $IA \geq R = \sqrt{5}$. Gọi hai tiếp điểm của hai tiếp tuyến là M, N do hai tiếp tuyến vuông góc với nhau nên

$$MN = AM\sqrt{2} = \sqrt{2(IA^2 - R^2)} \leq \sqrt{2}R \Leftrightarrow IA \leq R\sqrt{2}$$

Từ đó ta có $\sqrt{5} \leq IA \leq \sqrt{10} \Leftrightarrow 5 \leq a^2 + b^2 + 1 \leq 10 \Leftrightarrow 4 \leq a^2 + b^2 \leq 9$.

Các cặp số nguyên $(a;b)$ thỏa mãn là:

$$(0;\pm 2), (0;\pm 3), (\pm 2;0), (\pm 1;\pm 2), (\pm 2;\pm 1), (\pm 2;\pm 2), (\pm 3;0)$$

Vậy 20 điểm A thỏa mãn điều kiện đã cho.

Câu 47: Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z+1)^2 = 5$. Có tất cả bao nhiêu điểm $A(a;b;c)$ (a, b, c là các số nguyên) thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) đi qua A và hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau?

A. 20.

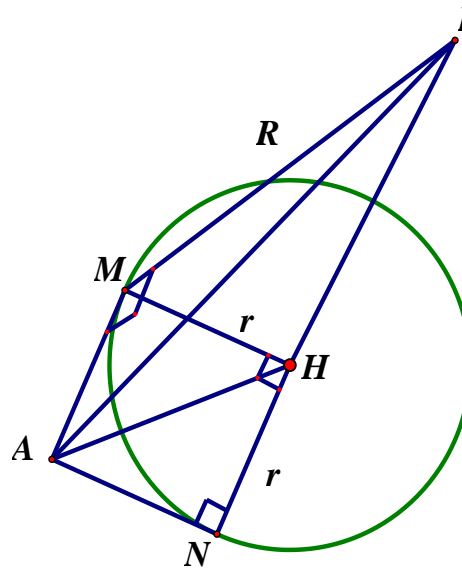
B. 8.

C. 12.

D. 16.

Lời giải

Chọn A



Gọi M, N là tiếp điểm, H là tâm của đường tròn giao tuyến giữa mặt phẳng (AMN) và mặt cầu (S) , r là bán kính của đường tròn giao tuyến.

Ta có: $AM = MH = r$.

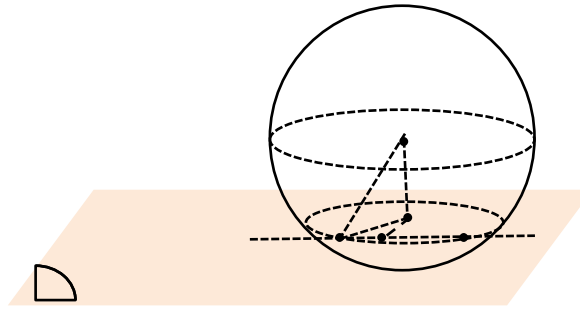
$$\text{Để thấy: } IM^2 + MA^2 = AI^2 \Rightarrow R^2 + r^2 = AI^2.$$

$$\text{Do } 0 \leq r \leq R \Rightarrow R^2 \leq AI^2 \leq 2R^2$$

Với giả thiết bài toán, ta có $I(0;0;-1), R = \sqrt{5}, A(a;b;0)$, ta có

$$5 \leq a^2 + b^2 + 1 \leq 10 \Rightarrow 4 \leq a^2 + b^2 \leq 9$$

$$\text{Do đó: } \begin{cases} a = 0 \\ b = \pm 2 \end{cases}; \begin{cases} b = 0 \\ a = \pm 2 \end{cases}; \begin{cases} a = \pm 2 \\ b = \pm 2 \end{cases}; \begin{cases} a = \pm 1 \\ b = \pm 2 \end{cases}; \begin{cases} a = \pm 2 \\ b = \pm 1 \end{cases}; \begin{cases} a = 0 \\ b = \pm 3 \end{cases}; \begin{cases} b = 0 \\ a = \pm 3 \end{cases}.$$



$$M \in (P) \Rightarrow d(O; (P)) = \frac{4}{\sqrt{3}} < R = 3$$

$\Rightarrow (P)$ cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có tâm H và bán kính $HA = HB$

$+ AB_{\min} \Leftrightarrow d(H, AB)_{\max}$ Dựng $HI \perp AB \Leftrightarrow \Delta HIM \perp$ tại I $\Leftrightarrow HI \leq HM = \text{const}$

Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow M \equiv I \Rightarrow \begin{cases} AB \perp HM \\ AB \subset (P) \end{cases} \Rightarrow \vec{u}_{AB} = [\vec{HM}, \vec{n}_{(P)}] = (-1; 1; 0) \nearrow \swarrow (1; -1; 0)$

Mà Δ có 1 VTCP: $\vec{u} = (1; a; b)$

Suy ra $T = a - b = -1 - 0 = -1$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 5 = 0$. Giả sử $M \in (P)$ và $N \in (S)$ sao cho \overline{MN} cùng phương với vectơ $\vec{u}(1; 0; 1)$ và khoảng cách giữa M và N lớn nhất. Tính MN .

A. $MN = 3$

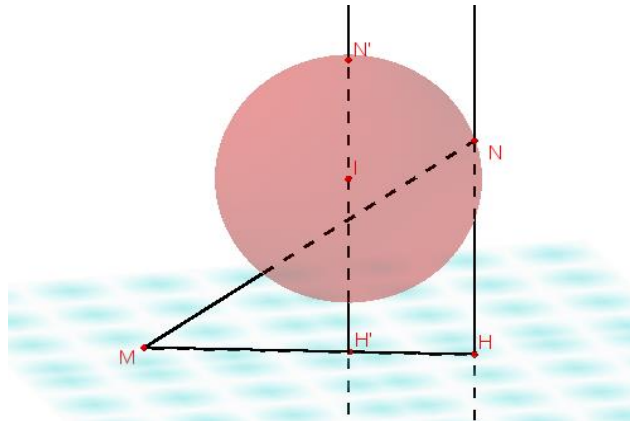
B. $MN = 1 + 2\sqrt{2}$

C. $MN = 3\sqrt{2}$

D. $MN = 14$

Lời giải

Chọn C



Mặt phẳng (P) có vtpt $\vec{n} = (1; -2; 2)$. Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 2; 1)$ và bán kính $r = 1$. Nhận thấy rằng góc giữa \vec{u} và \vec{n} bằng 45° . Vì $d(I; (P)) = 2 > 1 = r$ nên (P) không cắt (S) .

Gọi H là hình chiếu của N lên (P) thì $NMH = 45^\circ$ và $MN = \frac{NH}{\sin 45^\circ} = NH\sqrt{2}$ nên MN lớn nhất khi và chỉ khi NH lớn nhất. Điều này xảy ra khi $N \equiv N'$ và $H \equiv H'$ với N' là giao điểm của đường thẳng d qua I , vuông góc (P) và H' là hình chiếu của I lên (P) .

Lúc đó $NH_{\max} = N'H' = r + d(I; (P)) = 3$ và $MN_{\max} = \frac{NH_{\max}}{\sin 45^\circ} = 3\sqrt{2}$.