|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **SỞ GD&ĐT VĨNH PHÚC**

|  |
| --- |
| **ĐỀ CHÍNH THỨC** |

 | **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NĂM HỌC 2020 – 2021****HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN: TOÁN****Dành cho thí sinh thi chuyên Toán và chuyên Tin****————————** |

**Lưu ý chung:**

*- Hướng dẫn chỉ trình bày các bước cơ bản của 1 cách giải, nếu học sinh có cách giải khác nếu đúng vẫn cho điểm theo thang điểm của hướng dẫn chấm.*

*- Trong một bài, thí sinh giải đúng đến đâu cho điểm đến đó.*

*- Bài hình học nếu không vẽ hình thì không cho điểm, nếu vẽ hình sai thì không cho điểm ứng với phần vẽ hình sai.*

*- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.*

**Câu 1 (4*,0 điểm).***

**a) (1,5 điểm).** Giải phương trình 

|  |  |
| --- | --- |
| **Nội dung** | **Điểm** |
| Điều kiện xác định: Phương trình:   | 0,5 |
|  | 0,5 |
|  | 0,25 |
| Vậy phương trình có nghiệm duy nhất  | 0,25 |

**b) (1,5 điểm).** Giải phương trình 

|  |  |
| --- | --- |
| **Nội dung** | **Điểm** |
| Điều kiện xác định  (1) | 0,25 |
| +) Nhận xét: không là nghiệm của phương trình.+) Với : Khi đó phương trình viết được thành | 0,25 |
| Đặt , thay vào phương trình trên ta được: | 0,5 |
| Với  ta có:  vô nghiệm do .Với  ta có: , ta có  suy ra phương trình có hai nghiệm phân biệt So sánh với điều kiện (1) ta được phương trình có hai nghiệm  | 0,5 |

**c) (1,0 điểm).** Giải hệ phương trình 

|  |  |
| --- | --- |
| **Nội dung** | **Điểm** |
| Điều kiện .   | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
| Vậy hệ có hai nghiệm  là  | 0,25 |

**Câu 2 (1,5 điểm).**

**a) (0,5 điểm).** Tìm tất cả các số nguyên tố  sao cho  là số nguyên tố.

|  |  |
| --- | --- |
| **Nội dung** | **Điểm** |
| Nếu  thì  là số nguyên tố suy ra  thỏa mãn.Nếu  thì , kết hợp với  suy ra  không là số nguyên tố. | 0,25 |
| Nếu  thì , kết hợp với  suy ra  không là số nguyên tố. | 0,25 |

**b) (1,0 điểm).** Tìm tất cả các số nguyên dương  thỏa mãn .

Cho biết kí hiệu  là tích các số tự nhiên từ  đến .

|  |  |
| --- | --- |
| **Nội dung** | **Điểm** |
| Giả sử , kết hợp với giả thiết ta được .\*) Nếu  vô lí. | 0,25 |
| \*) Nếu  thì +) Nếu  thì từ phương trình trên ta được: | 0,25 |
| Từ phương trình này ta được: Với , ta được phương trình   + Nếu  vô lí. + Nếu  vô lí. | 0,25 |
| +) Nếu  thì từ phương trình đã cho ta được:Vậy  | 0,25 |

**Câu 3 (1,0 điểm).** Cho các số dương . Chứng minh rằng

 

|  |  |
| --- | --- |
| **Nội dung** | **Điểm** |
| Áp dụng bất đẳng thức AM - GM ta có:  | 0,5 |
|  Ta sẽ chứng minh  | 0,25 |
|   (luôn đúng). Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi Do đó bất đẳng thức được chứng minh. | 0,25 |

**Câu 4 (3,0 điểm).**Cho tam giác nhọn  có  và nội tiếp đường tròn . Gọi điểm  là tâm đường tròn nội tiếp tam giác , tia  cắt đường tròn  tại điểm  (khác điểm ). Đường thẳng  cắt đường tròn  tại điểm  (khác ) và cắt cạnh  tại điểm .



**a) (1,0 điểm).** Chứng minh rằng tam giác  cân. Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác 

|  |  |
| --- | --- |
| **Nội dung** | **Điểm** |
| Ta có  (1) (do *AI*, *BI* lần lượt là phân giác các góc *BAC*, *ABC* và tứ giác *ABDC* nội tiếp đường tròn). | 0,25 |
| Mặt khác  (do *AI, BI* tương ứng là phân giác góc *BAC, ABC*) (2).Từ (1) và (2) ta được  tam giác *DBI* cân tại *D*. | 0,25 |
| Ta có  (3) (do *AI*, *CI* lần lượt là phân giác các góc *BAC*, *ACB* và tứ giác *ABDC* nội tiếp đường tròn).Mặt khác  (do *AI, BI* tương ứng là phân giác góc *BAC*, *ABC*) (4).Từ (3) và (4) ta được  tam giác *DCI* cân tại *D*. | 0,25 |
| Do tam giác *DBI* và *DCI* cân tại *D* nên là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *IBC*.  | 0,25 |

**b) (1,0 điểm).** Chứng minh 

|  |  |
| --- | --- |
| **Nội dung** | **Điểm** |
| Theo kết quả phần a ta có tam giác *DIC* cân tại *D* nên Do *OD* là trung trực của *BC* suy ra *F* là trung điểm của *BC*. Do *DE* là đường kính của đường tròn *(O)* suy ra . | 0,25 |
| Kết hợp với *CF* là đường cao của tam giác *DCE* nên  | 0,25 |
| Xét hai tam giác *DIF* và *DEI* có: và  suy ra tam giác *DIF* đồng dạng với tam giác *DEI*  | 0,25 |
| Suy ra . | 0,25 |

**c) (1,0 điểm)** Gọi các điểm  lần lượt là hình chiếu vuông góc của  trên các cạnh . Gọi  lần lượt là các điểm đối xứng với  qua . Biết rằng , chứng minh 

|  |  |
| --- | --- |
| **Nội dung** | **Điểm** |
| Áp dụng định lí Ptolemy cho tứ giác *ABDC* ta được: | 0,25 |
| Gọi *P* là trung điểm của đoạn thẳng *AI*, suy ra  là trung điểm của *PD*. Mặt khác *I* là trung điểm *HM* suy ra tứ giác *MPHD* là hình bình hành.Từ đó suy ra *DH = MP = DI* (5). | 0,25 |
| Chứng minh tương tự ta được *DK = DI* (6).Mặt khác theo kết quả phần a ta được *DB = DC = DI* (7).Từ (5), (6), (7) ta được *DB = DC = DH = DK = DI*  suy ra *B, C, H, K, I* cùng thuộc đường tròn tâm .  | 0,25 |
| Do *B, C, H, K, I* cùng thuộc đường tròn tâm  nên sđ, sđ.Do sđ sđTừ đó suy ra .  | 0,25 |

**Câu 5 (0,5 điểm).** Thầy Du viết số  thành tổng của một vài số nguyên dương rồi đem cộng tất cả các chữ số của các số nguyên dương này với nhau. Hỏi thầy Du có thể nhận được kết quả là số  hoặc  được không? Tại sao?

|  |  |
| --- | --- |
| **Nội dung** | **Điểm** |
|  **Nhận xét.** Cho số nguyên dương , kí hiệu  là tổng các chữ số của . Khi đó .Chứng minh. Giả sử . | 0,25 |
|  Ta có Do Mặt khác Từ đó suy ra , .Do đó thầy Du không nhận được kết quả là 2021 và 2022. | 0,25 |

**-----------------HẾT-----------------**