

**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2023 - 2024
HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN LỚP 9**

A. Một số chú ý khi chấm bài

- Hướng dẫn chấm thi dưới đây dựa vào lời giải sơ lược của một cách, khi chấm thi giám khảo cần bám sát yêu cầu trình bày lời giải đầy đủ, chi tiết, hợp logic và có thể chia nhỏ đến 0,25 điểm.
- Thí sinh làm bài cách khác với Hướng dẫn chấm mà đúng thì vẫn cho điểm tối đa, tổ chấm cần thống nhất cho điểm tương ứng với biểu điểm của Hướng dẫn chấm.
- **Điểm bài thi** là tổng các điểm thành phần không làm tròn số.

B. HƯỚNG DẪN CHẤM

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN (8,0 điểm): Mỗi câu đúng 0,5 điểm

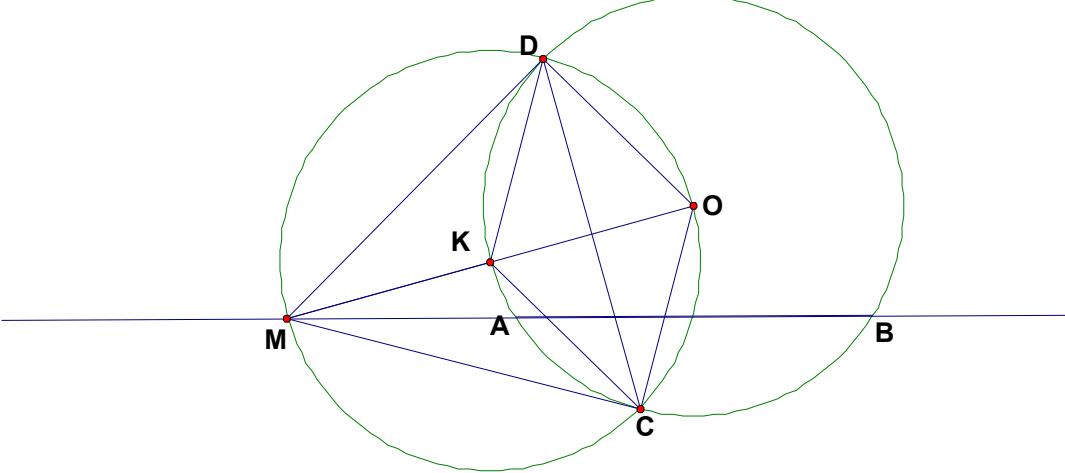
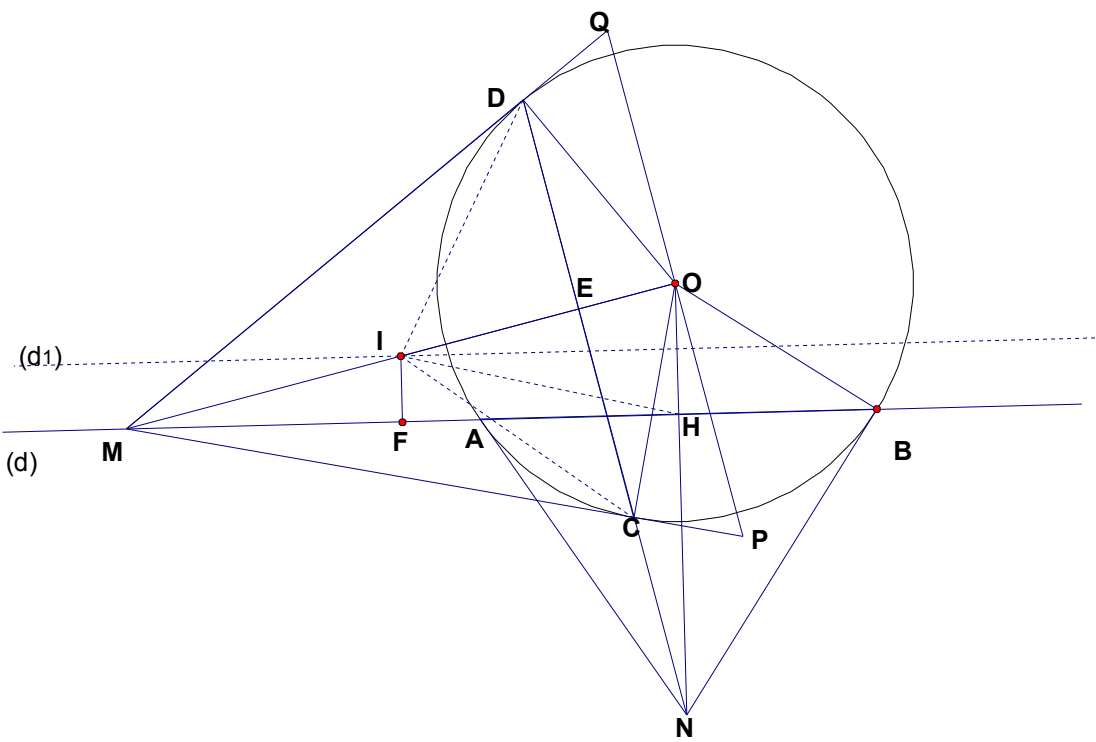
1. A	2. C	3. B	4. D	5. B	6. A	7. C	8. D
9. A	10. A	11. B	12. C	13. C	14. B	15. D	16. C

II. PHẦN TỰ LUẬN (12,0 điểm)

Câu 1. (3,0 điểm): a) Chứng minh rằng nếu n và $n^2 + 2$ là số nguyên tố thì $n^3 + 2$ cũng là số nguyên tố. b) Cho ba số thực dương a, b, c thỏa mãn điều kiện: $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{1}{\sqrt{abc}}$. Tính giá trị của $M = \frac{\sqrt{ab}}{1+c} + \frac{\sqrt{bc}}{1+a} + \frac{\sqrt{ac}}{1+b} + \sqrt{abc} \left[\frac{1}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(1+c)} + \frac{1}{(\sqrt{b} + \sqrt{c})(1+a)} \right]$ biểu thức:	
ĐÁP ÁN	ĐIỂM
a) (1,5 điểm) +) Với $n = 2$, ta có $n^2 + 2 = 4 + 2 = 6$ không phải là số nguyên tố, không thỏa mãn giả thiết bài toán. +) Với $n = 3$, ta có $n^2 + 2 = 9 + 2 = 11$ là số nguyên tố, khi đó $n^3 + 2 = 3^3 + 2 = 29$ là số nguyên tố nên thỏa mãn bài toán	0,5
+) Với n là số nguyên tố lớn hơn 3 thì n không chia hết cho 3 nên n có các dạng $3k+1; 3k+2$ với $k \in \mathbb{N}^*$. Khi $n = 3k+1$, ta có $n^2 + 2 = (3k+1)^2 + 2 = (9k^2 + 6k + 3) : 3$ mà $n^2 + 2 > 3$ suy ra $n^2 + 2$ là hợp số nên không thỏa mãn giả thiết bài toán.	0,5

Khi $n=3k+2$, ta có $n^2+2=(3k+2)^2+2=(9k^2+12k+6)+2$ mà $n^2+2>3$ suy ra n^2+3 là hợp số nên không thỏa mãn giả thiết bài toán. +) Vậy để n và n^2+2 đều là các số nguyên tố thì $n=3$, khi đó $n^3+2=29$ là số nguyên tố	0,5															
b) (1,5 điểm) Ta có: $\frac{1}{\sqrt{a}}+\frac{1}{\sqrt{b}}+\frac{1}{\sqrt{c}}=\frac{1}{\sqrt{abc}} \Leftrightarrow \sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ac}=1$	0,25															
$1+a=a+\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ac}=\sqrt{a}(\sqrt{a}+\sqrt{b})+\sqrt{c}(\sqrt{a}+\sqrt{b})=(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{c})$ $1+b=(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{b}+\sqrt{c}); 1+c=(\sqrt{a}+\sqrt{c})(\sqrt{b}+\sqrt{c})$	0,5															
$M=\frac{\sqrt{ab}}{(\sqrt{a}+\sqrt{c})(\sqrt{b}+\sqrt{c})}+\frac{\sqrt{bc}}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{c})}+\frac{\sqrt{ac}}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{b}+\sqrt{c})}$ $+ \frac{2\sqrt{abc}}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{b}+\sqrt{c})(\sqrt{a}+\sqrt{c})}$ $M=\frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a}+\sqrt{b})+\sqrt{bc}(\sqrt{b}+\sqrt{c})+\sqrt{ac}(\sqrt{a}+\sqrt{c})+2\sqrt{abc}}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{b}+\sqrt{c})(\sqrt{a}+\sqrt{c})}$	0,25															
$T=\sqrt{ab}(\sqrt{a}+\sqrt{b})+\sqrt{bc}(\sqrt{b}+\sqrt{c})+\sqrt{ac}(\sqrt{a}+\sqrt{c})+2\sqrt{abc}$ $T=\sqrt{ab}(\sqrt{a}+\sqrt{b})+b\sqrt{c}+c\sqrt{b}+a\sqrt{c}+c\sqrt{a}+2\sqrt{abc}$ $T=\sqrt{ab}(\sqrt{a}+\sqrt{b})+c(\sqrt{a}+\sqrt{b})+\sqrt{c}(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2$ $T=(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{ab}+c+\sqrt{ac}+\sqrt{bc})=(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{b}+\sqrt{c})(\sqrt{a}+\sqrt{c})$ $M=\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{b}+\sqrt{c})(\sqrt{a}+\sqrt{c})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{b}+\sqrt{c})(\sqrt{a}+\sqrt{c})}=1$	0,5															
Câu 2 (3,5 điểm): a) Tìm nghiệm nguyên x,y của phương trình: $2x^2+y-15=x(5-2y)$ b) Giải phương trình : $x^2+5x+5=(x+4)\sqrt{x^2+2x+2}$																
ĐÁP ÁN	ĐIỂM															
a) (1,5 điểm): Ta có $2x^2+y-15=x(5-2y) \Leftrightarrow 2x^2+x+2xy+y-6x-3=12 \Leftrightarrow (2x+1)(x+y-3)=12$	0,5															
Ta có $2x+1$; $x+y-3$ là Ư(12); $2x+1$ lẻ ta có bảng sau <table><tr><td>$2x+1$</td><td>-3</td><td>-1</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>$x+y-3$</td><td>-4</td><td>-12</td><td>12</td><td>4</td></tr><tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td></tr></table>	$2x+1$	-3	-1	1	3	$x+y-3$	-4	-12	12	4	x	-2	-1	0	1	0,75
$2x+1$	-3	-1	1	3												
$x+y-3$	-4	-12	12	4												
x	-2	-1	0	1												

3

d) Qua O kẻ đường thẳng vuông góc với OM cắt MC, MD tại P và Q. Tìm vị trí của điểm M trên đường thẳng (d) để diện tích tam giác MPQ nhỏ nhất.	
ĐÁP ÁN	ĐIỂM
	
a) (1,0 điểm) Xét tam giác vuông MOD vuông tại M $\sin DMO = \frac{OD}{MO} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$ suy ra $\angle DMO = 30^\circ \Rightarrow \angle DMC = 60^\circ$ mà $MC = MD$, suy ra $\triangle MCD$ đều $OD = OK = R, \angle DMO = 30^\circ \Rightarrow \angle DOK = 60^\circ$ suy ra $\triangle DOK$ đều Vì $\triangle DOK$ đều suy ra $OD = DK = KC = CO = R$ nên tứ giác $CKDO$ là hình thoi	0,5 0,5
b) (1,0 điểm)  Gọi I là trung điểm MO do $\angle MDO = \angle MCO = \angle MHO = 90^\circ$	

suy ra $CI = DI = HI = OI = MI = \frac{1}{2}MO$ suy ra 5 điểm M, C, H, O, D nằm trên đường tròn tâm I đường kính MO Ta có $OH = \sqrt{OB^2 - HB^2} = \sqrt{R^2 - \left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{R}{2}$, Kẻ $IF \perp MB$ thì $IF = \frac{1}{2}OH = \frac{R}{4}$ suy ra I chạy trên đường thẳng (d_1) cố định song song với (d) cách đường thẳng (d) một khoảng bằng $\frac{R}{4}$ không đổi.	0,5
c) (1,0 điểm) Gọi MO cắt CD tại E ta có $MO \perp CD$, $\triangle OEN$ đồng dạng với $\triangle OHM$ suy ra $OH.ON = OE.OM$ mà $OE.OM = OD^2 = R^2$ $\Rightarrow OH.ON = R^2 \Rightarrow ON = \frac{R^2}{\frac{R}{2}} = 2R \Rightarrow NH = ON - OH = 2R - \frac{R}{2} = \frac{3R}{2}$ $S_{NAB} = \frac{1}{2}AB.NH = \frac{1}{2}.R\sqrt{3}.\frac{3R}{2} = \frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$ (không đổi)	0,5
d) (1,0 điểm) Ta có $OP = OQ$, $\triangle MOQ$ vuông tại O, $OD \perp MQ$ suy ra $OQ.OM = OD.MQ$; $MD.DQ = OD^2 = R^2$ $S_{MPQ} = \frac{1}{2}PQ.OM = OQ.OM = OD.MQ = OD(MD + DQ)$ $S_{MPQ} \geq R.2\sqrt{MD.DQ} = R.2\sqrt{R^2} = 2R^2 (const)$ $Min(S_{MPQ}) = 2R^2 \Leftrightarrow MD = DQ = R$, tức điểm M thuộc đường thẳng (d) sao cho $OM = R\sqrt{2}$	0,5
Câu 4 (1,5 điểm): Cho a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $2a + 3b + 4c \leq 24abc$. Tìm giá trị lớn nhất của $P = \frac{3}{\sqrt{4a^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{9b^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{16c^2 + 1}}$	
ĐÁP ÁN	ĐIỂM
$2a + 3b + 4c \leq 24abc \Leftrightarrow \frac{1}{12bc} + \frac{1}{8ac} + \frac{1}{6ab} \leq 1$ Đặt	0,25

$\frac{1}{2a} = x, \frac{1}{3b} = y, \frac{1}{4c} = z; x, y, z > 0; \frac{1}{12bc} + \frac{1}{8ac} + \frac{1}{6ab} \leq 1 \Rightarrow xy + yz + zx \leq 1$ $\frac{1}{2a} = x, \frac{1}{3b} = y, \frac{1}{4c} \Rightarrow 2a = \frac{1}{x}; 3b = \frac{1}{y}; 4c = \frac{1}{z}$	
$P = \frac{3}{\sqrt{\left(\frac{1}{x}\right)^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{y}\right)^2 + 1}} + \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{z}\right)^2 + 1}} = \frac{3x}{\sqrt{x^2 + 1}} + \frac{y}{\sqrt{y^2 + 1}} + \frac{z}{\sqrt{z^2 + 1}}$ $P \leq \frac{3x}{\sqrt{x^2 + xy + yz + zx}} + \frac{y}{\sqrt{y^2 + xy + yz + zx}} + \frac{z}{\sqrt{z^2 + xy + yz + zx}} = Q$ $P \leq Q = \frac{3x}{\sqrt{(x+y)(x+z)}} + \frac{y}{\sqrt{(x+y)(y+z)}} + \frac{z}{\sqrt{(x+z)(y+z)}}$	0,5
$Q = \frac{3x}{\sqrt{(x+y)(x+z)}} + \frac{3y}{\sqrt{(x+y).9(y+z)}} + \frac{3z}{\sqrt{(x+z).9(y+z)}}$ $Q \leq \frac{3x}{2} \left(\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x+z} \right) + \frac{3y}{2} \left[\frac{1}{x+y} + \frac{1}{9(y+z)} \right] + \frac{3z}{2} \left[\frac{1}{x+z} + \frac{1}{9(y+z)} \right] = M$ $M = \frac{3(x+y)}{2(x+y)} + \frac{3(y+z)}{18(y+z)} + \frac{3(x+z)}{2(x+z)} = \frac{19}{6}$	0,5
$Max(P) = \frac{19}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} x, y, z > 0; xy + yz + zx = 1 \\ x = y = z \\ x + y = x + z = 9(y + z) \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{17}{\sqrt{35}}; y = z = \frac{1}{\sqrt{35}} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{\sqrt{35}}{34} \\ b = \frac{\sqrt{35}}{3} \\ c = \frac{\sqrt{35}}{4} \end{cases}$	0,25

..... **HẾT**

HƯỚNG DẪN CHẤM TRẮC NGHIỆM MÔN TOÁN LỚP 9

I. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN(8 điểm): Hãy chọn phương án trả lời đúng

Câu 1. Cho a, b là các số tự nhiên thỏa mãn $\sqrt{23+\sqrt{448}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$. Khi đó $a^2 + b^2$ bằng
A. 305. **B.** 65. **C.** 11. **D.** 263.

Hướng dẫn

$$\sqrt{23+\sqrt{448}} = \sqrt{23+8\sqrt{7}} = \sqrt{(4+\sqrt{7})^2} = 4+\sqrt{7} = \sqrt{16} + \sqrt{7} = \sqrt{a} + \sqrt{b} \Rightarrow a=16; b=7 \Rightarrow a^2 + b^2 = 305$$

Câu 2. Cho $f(x) = \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}}$. Biểu thức $T = f(2) + f(3) + f(4) + \dots + f(100)$ có giá trị bằng

- A.** $\frac{9949}{100}$. **B.** $\frac{9849}{100}$. **C.** $\frac{20097}{202}$. **D.** $\frac{20299}{202}$.

Hướng dẫn

$$f(x) = \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+1)^2}} = \sqrt{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^2 - \frac{2}{x} + \frac{1}{(x+1)^2}} = \sqrt{\left(\frac{x+1}{x}\right)^2 - 2 \cdot \frac{x+1}{x} \cdot \frac{1}{x+1} + \left(\frac{1}{x+1}\right)^2}$$

$$f(x) = \sqrt{\left(\frac{x+1}{x} - \frac{1}{x+1}\right)^2} = \left|1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right| = 1 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}$$

Do đó

$$T = 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + 1 + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} + 1 + \frac{1}{100} - \frac{1}{101} = 99 + \frac{1}{2} - \frac{1}{101} = \frac{20097}{202}$$

$$P = \frac{\sqrt{x+1-4\sqrt{x-3}}}{\sqrt{x-3}-2}$$

Câu 3. Cho biểu thức . Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A.** $P = -1$ khi $3 \leq x \leq 7$. **B.** $P = -1$ khi $3 \leq x < 7$.
C. $P = -1$ khi $x > 7$. **D.** $P = -1$ khi $x \neq 3$.

Hướng dẫn

$$P = \frac{\sqrt{x+1-4\sqrt{x-3}}}{\sqrt{x-3}-2} = \frac{\sqrt{x-3-2\sqrt{x-2}+4}}{\sqrt{x-3}-2} = \frac{\sqrt{(\sqrt{x-3}-2)^2}}{\sqrt{x-3}-2} = \frac{|\sqrt{x-3}-2|}{\sqrt{x-3}-2} = -1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x-3}-2 < 0 \Leftrightarrow x < 7$$

Kết hợp điều kiện $3 \leq x < 7$

Câu 4. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x\sqrt{9-2x} + (3-x)\sqrt{2x+3}$ với $0 \leq x \leq 3$ là

A. $\sqrt{7} + 2\sqrt{5}$.

B. $2 + 2\sqrt{5}$.

C. $6\sqrt{3}$.

D. $3\sqrt{6}$.

Hướng dẫn

Ta có: $P = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x(9-2x)} + \sqrt{3-x} \cdot \sqrt{(3-x)(2x+3)}$

Áp dụng BĐT Bunhia dãy 1: $\sqrt{x}$; $\sqrt{3-x}$ dãy 2: $\sqrt{x(9-2x)}$; $\sqrt{(3-x)(2x+3)}$

ta có $P^2 \leq 3[x(9-2x) + (3-x)(2x+3)] = 3(9-4x^2+12x) = 3[18-(2x-3)^2] \leq 54$

$$\Leftrightarrow P \leq 3\sqrt{6} \Rightarrow \text{Max}(P) = 3\sqrt{6} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

Câu 5. Cho hai đường thẳng: $(d): y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ và $(d'): y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}$. Gọi A là giao điểm của 2 đường thẳng trên, B và C lần lượt là giao điểm của $(d); (d')$ với trục hoành. Khi đó $\angle BAC$ bằng

A. 125° .

B. 135° .

C. 134° .

D. 136° .

Hướng dẫn

$$\tan(\angle ABC) = \frac{1}{2} \Rightarrow \angle ABC \approx 26^\circ 34'; \tan(\angle ACB) = \left| \frac{-1}{3} \right| \Rightarrow \angle ACB \approx 18^\circ 26';$$

$$\angle BAC = 180^\circ - 18^\circ 26' - 26^\circ 34' = 135^\circ;$$

Câu 6. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho ba đường thẳng $(d_1): y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$, $(d_2): y = -\frac{1}{6}x - \frac{2}{3}$, $(d_3): (3m+2)x - 2my = 0$. Giá trị của m để ba đường thẳng đã cho đồng quy là

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$ và $-\frac{2}{3}$.

D. $-\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn

$$y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3} \Leftrightarrow x - 3y = 5; (1) \quad y = -\frac{1}{6}x - \frac{2}{3} \Leftrightarrow x + 6y = -4, (2)$$

$$(1) \text{ và } (2) \Rightarrow x = 2; y = -1 \text{ thay vào } (d_3): (3m+2)x - 2my = 0$$

$$(3m+2) \cdot 2 - 2m(-1) = 0 \Leftrightarrow 8m = -4 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$$

Câu 7. Biết điểm $M(x_0; y_0)$ là điểm mà đường thẳng $y = (2m-3)x + 4m-3$ luôn đi qua với mọi giá trị của m . Giá trị của biểu thức $A = x_0^3 + y_0^3$ bằng

A. 36.

B. $\sqrt{19}$.

C. 19.

D. 18.

Hướng dẫn

$$y_0 = (2m-3)x_0 + 4m-3 \Leftrightarrow y_0 + 3x_0 + 3 = 2m(x_0 + 2) \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 + 2 = 0 \\ y_0 + 3x_0 + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -2 \\ y_0 = 3 \end{cases}$$

$$A = x_0^3 + y_0^3 = (-2)^3 + 3^3 = 19$$

Câu 8. Giá trị của m để ba điểm $A(-1; -8), B(2; 1), C(-2; 19-3m)$ thẳng hàng

A. $m = 14$.

B. $m = 12$.

C. $m = 13$.

D. $m = 10$.

Hướng dẫn

Gọi phương trình đường thẳng đi qua AB là $y = ax + b$ trong đó a, b là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} -a + b = -8 \\ 2a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -5 \end{cases} \Rightarrow y = 3x - 5$$

thay $x = -2, y = 19 - 3m \Rightarrow 19 - 3m = -6 - 5 \Leftrightarrow 3m = 30 \Leftrightarrow m = 10$

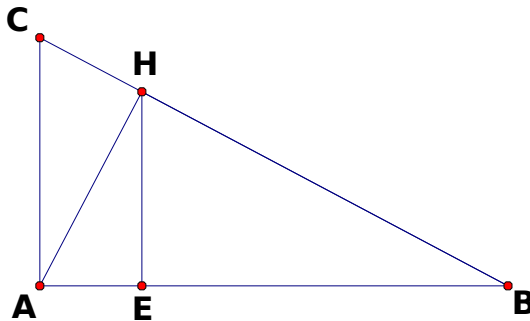
Câu 9. Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $AB = 6\text{cm}, AC = 4\text{cm}$, đường cao AH . Kẻ HE vuông góc với AB . Độ dài HE là

A. $\frac{36}{13}\text{cm}$.

B. $\frac{60}{13}\text{cm}$.

C. $\frac{18}{13}\text{cm}$.

D. $\frac{36}{\sqrt{13}}\text{cm}$.

Hướng dẫn:

Ta có:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13};$$

$$AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow BH = \frac{AB^2}{BC} = \frac{36}{2\sqrt{13}} = \frac{18\sqrt{13}}{13}$$

$$\frac{HE}{AC} = \frac{BH}{BC} \Rightarrow HE = \frac{AC \cdot BH}{BC} = \frac{4 \cdot \frac{18\sqrt{13}}{13}}{2\sqrt{13}} = \frac{36}{13}$$

Câu 10. Cho hình chữ nhật $ABCD, AB = 3BC; E \in BC$, tia AE cắt đường thẳng CD tại F . Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau

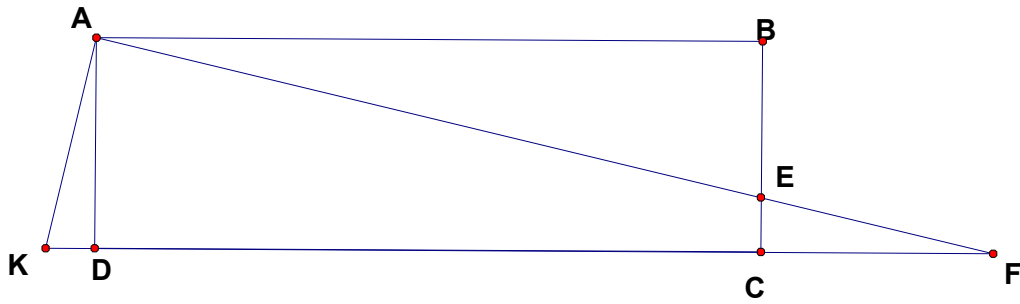
A. $\frac{1}{AB^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{9AF^2}$.

B. $\frac{1}{3AB^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{9AF^2}$.

C. $\frac{1}{AB^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{9}{AF^2}$.

D. $\frac{1}{9AB^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{3AF^2}$.

Hướng dẫn:



Kẻ $AK \perp AF$, $\triangle ABE$ đồng dạng $\triangle ADK$ nên $\frac{AE}{AK} = \frac{AB}{AD} = 3 \Rightarrow AK = \frac{1}{3}AE$.

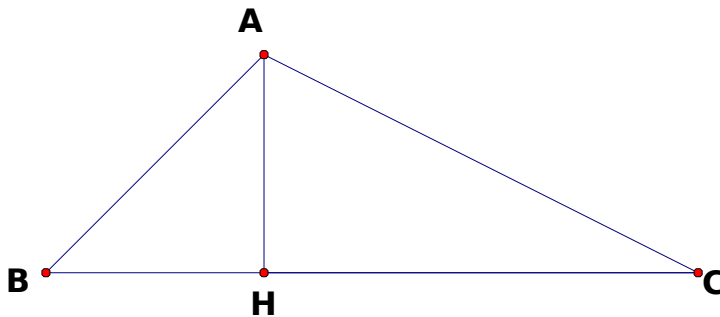
Trong tam giác vuông $\triangle AKF$, ta có:

$$\frac{1}{AD^2} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{AF^2} \Rightarrow \frac{1}{\left(\frac{AB}{3}\right)^2} = \frac{1}{\left(\frac{AE}{3}\right)^2} + \frac{1}{AF^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{9AF^2}$$

Câu 11. Cho tam giác $\triangle ABC$, $\angle B = 45^\circ$, $\angle A = 105^\circ$, $BC = 16 \text{ cm}$. Độ dài AB là

- A. $8(\sqrt{6} + \sqrt{2}) \text{ cm}$. B. $8(\sqrt{6} - \sqrt{2}) \text{ cm}$. C. $8(\sqrt{3} - 1) \text{ cm}$. D. $16(\sqrt{3} - 1) \text{ cm}$.

Hướng dẫn:



Kẻ $AH \perp BC$, $\angle B = 45^\circ$ thì $\triangle ABH$ vuông cân tại H,

$$AH = BH; \angle C = 30^\circ \Rightarrow \angle HAC = 60^\circ; HC = AH \cdot \tan HAC = AH \tan 60^\circ = AH\sqrt{3}$$

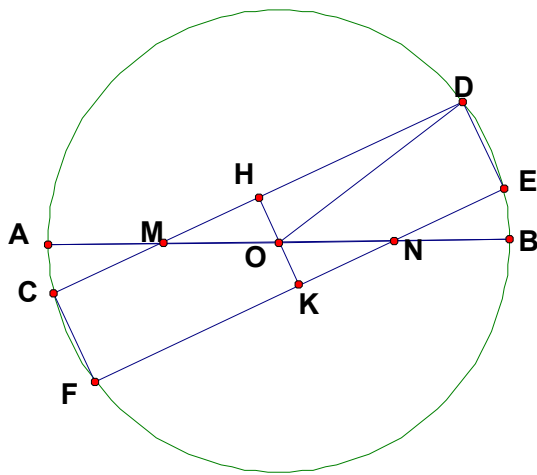
$$BH + CH = 16 \Leftrightarrow AH + AH\sqrt{3} = 16 \Rightarrow (1 + \sqrt{3})AH = 16 \Rightarrow AH = \frac{16}{\sqrt{3} + 1} = 8(\sqrt{3} - 1) = BH$$

$$\triangle ABH \text{ vuông cân tại H} \Rightarrow AB = AH\sqrt{2} = 8(\sqrt{3} - 1)\sqrt{2} = 8(\sqrt{6} - \sqrt{2})$$

Câu 12. Cho đường tròn tâm O , đường kính $AB = 2R$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OA, OB . Qua M kẻ dây cung CD , qua N kẻ dây cung EF sao cho $CD \parallel EF$ (C, F cùng thuộc nửa đường tròn đường kính AB) và $\angle MO = 30^\circ$. Diện tích tứ giác $CDEF$ theo R là

- A. $\frac{R^2\sqrt{15}}{8}$. B. $\frac{R^2\sqrt{13}}{4}$. C. $\frac{R^2\sqrt{15}}{4}$. D. $\frac{3R^2\sqrt{15}}{8}$.

Hướng dẫn:



$$HK = 2.OH = OM = \frac{R}{2}; CD = 2HD = 2.\sqrt{OD^2 - OH^2} = 2.\sqrt{R^2 - \frac{R^2}{16}} = \frac{R\sqrt{15}}{2}$$

$$S_{CDEF} = HK.CD = \frac{R}{2} \cdot \frac{R\sqrt{15}}{2} = \frac{R^2\sqrt{15}}{4}$$

Câu 13. Cho đường tròn tâm O bán kính $R = 3\sqrt{2} \text{ cm}$, đường kính AB . Hai điểm C, D thuộc 2 nửa đường tròn đường kính AB . Chu vi tứ giác $ACBD$ lớn nhất là

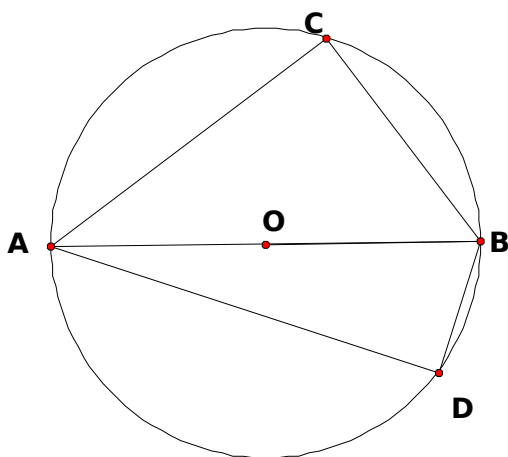
A. $24\sqrt{2} \text{ cm}$.

B. $20\sqrt{2} \text{ cm}$.

C. 24 cm .

D. 32 cm .

Hướng dẫn



Áp dụng BĐT Bunhia

$$(CA + CB)^2 \leq 2(CA^2 + CB^2) = 2AB^2 = 2.(6\sqrt{2})^2 = 144 \Leftrightarrow CA + CB \leq 12$$

$$(DA + DB)^2 \leq 2(DA^2 + DB^2) = 2AB^2 = 2.(6\sqrt{2})^2 = 144 \Leftrightarrow DA + DB \leq 12$$

$$CA + CB + DB + DA \leq 24(\text{cm})$$

Câu 14. Một hình hộp chữ nhật có đường chéo lớn bằng 17 cm , các kích thước của đáy lần lượt bằng $9 \text{ cm}, 12 \text{ cm}$. Thể tích hình hộp chữ nhật đó bằng

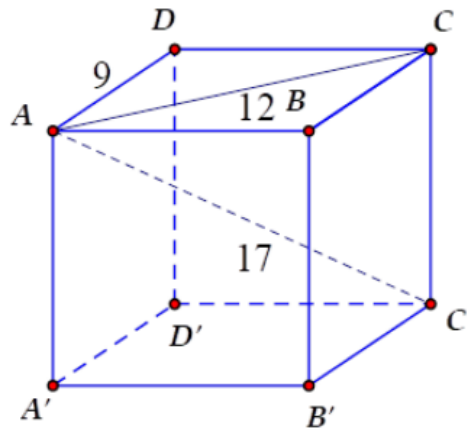
A. 846 cm^3 .

B. 864 cm^3 .

C. 816 cm^2 .

D. 186 cm^3 .

Hướng dẫn:



Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AD = BC = 9cm, AB = DC = 12cm$

Áp dụng định lý Pytago cho tam giác vuông ADC ta được:

$$AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15cm$$

Ta có $CC' \perp (ABCD)$ nên $CC' \perp CD$

Áp dụng định lý Pytago cho tam giác vuông ACC' ta được:

$$CC' = \sqrt{AC'^2 - AC^2} = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8cm$$

Thể tích của hình hộp chữ nhật bằng $9.12.8 = 864(cm^3)$

Câu 15. Khảo sát 45 học sinh lớp 9A của một trường THCS. Có 30 học sinh thích học môn Toán, 26 học sinh thích học môn Ngữ Văn, 32 học sinh thích học môn Tiếng Anh, 18 học sinh thích học 2 môn Toán và Ngữ văn, 24 học sinh thích học 2 môn Toán và Tiếng Anh, 20 học sinh thích học 2 môn Ngữ Văn và Tiếng Anh, 5 học sinh không thích học môn nào trong ba môn trên. Số học sinh thích học cả 3 môn Toán, Ngữ Văn, Tiếng Anh là

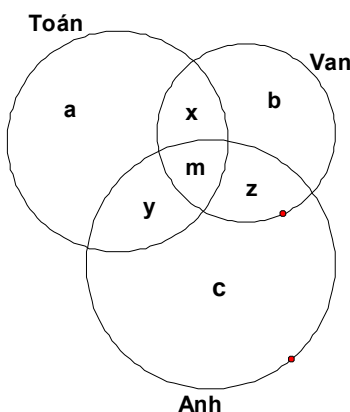
A. 10 em.

B. 12 em.

C. 16 em.

D. 14 em.

Hướng dẫn



ta có

$$a + b + c + x + y + z + m = 45 - 5 = 40; (1)$$

$$\begin{cases} a + x + m + y = 30 \\ b + x + m + z = 24 \Leftrightarrow a + b + c + 2x + 2y + 2z + 3m = 30 + 26 + 32 = 88; (2) \\ c + y + z + m = 32 \end{cases}$$

$$(1); (2) \Rightarrow x + y + z + 2m = 88 - 40 = 48; (3); x + y + z + 3m = 18 + 24 + 20 = 62; (4)$$

$$(3); (4) \Rightarrow m = 62 - 48 = 14$$

Vậy có 14 em thích học 3 môn Toán, Tiếng Việt, Anh Văn

Câu 16. Bác An gửi tiền vào ngân hàng lãi xuất 0,5% trên 1 tháng lãi kép (lãi hàng tháng không rút ra) sau 5 năm bác An đó rút ra được 323 724 036,6 đồng (cả gốc và lãi). Hỏi ban đầu bác An đã gửi bao nhiêu tiền

A. 250 000 000 đồng.

B. 220 000 000 đồng.

C. 240 000 000 đồng.

D. 280 000 000 đồng.

Hướng dẫn

Gọi số tiền gửi là A lãi x%/tháng số tháng là t ; S là số tiền có được sau t tháng

$$S = A(1+x)^t \Rightarrow A = \frac{S}{(1+x)^t} = \frac{323724036,6}{(1+0,005)^{60}} = 240000000 \text{ (đồng)}$$