**PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO PHÙ NINH**

**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9**

**Môn: Toán**

Thời gian: 150 phút *(không kể thời gian giao đề)*

**Câu 1.** (4,0 điểm):

a. Tìm số tự nhiên n sao cho: n + 24 và n – 65 là hai số chính phương

b. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n ta có: A = 7.5**2n** + 12.6**n**  chia hết cho 19.

**Câu 2.** (4,0 điểm):

1. Cho .

Biết *xyz = 4*, tính .

b. Cho  và . Chứng minh rằng : .

**Câu 3.** (3,0 điểm): Giải phương trình :  +  = 3

**Câu 4.** (7,0 điểm)

1. Cho tam giác ABC nhọn, các đường cao AA’, BB’, CC’, H là trực tâm.

a) Tính tổng 

b) Gọi Ai là phân giác của tam giác ABC; im, in thứ tự là phân giác của góc AIC và góc AIB. Chứng minh rằng: AN.BI.CM = BN.IC.AM.

c) Tam giác ABC như thế nào thì biểu thức đạt giá trị nhỏ nhất?

2. Cho tam giác đều ABC, gọi M là trung điểm của BC. Một góc xMy bằng 600 quay quanh điểm M sao cho 2 cạnh Mx, My luôn cắt cạnh AB và AC lần lượt tại D và E. Chứng minh rằng:

a) BD.CE =

b) DM, EM lần lượt là tia phân giác của các góc BDE và CED.

c) Chu vi tam giác ADE không đổi.

**Câu 5.** (2,0 điểm): Cho a, b, c là các số dương, chứng minh rằng:

 T =  +  +  

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Hết \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**PHÒNG GD&ĐT PHÙ NINH**

**H­íng dÉn chÊm thi CHỌN häc sinh giái líp 9**

**Môn: Toán**

*(Có điều chỉnh biểu điểm so với đề thi)*

**Câu 1** (5,0 điểm):

**a. ( 3,0 điểm)**

|  |
| --- |
| Ta có:  Vậy: n = 452 – 24 = 2001  |

**b. ( 2,0 điểm)**

|  |
| --- |
| Với n = 0 ta có A(0) = 19  19Giả sử A chia hết cho 19 với n = k nghĩa là: A(k) = 7.52k + 12.6k  19Ta phải chứng minh A chia hết cho 19 với n = k + 1 nghĩa là phải chứng minh:A(k + 1) = 7.52(k + 1) + 12.6k + 1 19Ta có: A(k + 1) = 7.52(k + 1) + 12.6k + 1  = 7.52k.52 + 12.6n. 6  = 7.52k.6 + 7.52k .19 + 12.6n. 6 = 6.A(k) + 7.52k .19 19Vậy theo nguyên lý quy nạp thì A = 7.52n + 12.6n chia hết cho 19 với mọi số tự nhiên n |

**Câu 2.** (6,0 điểm):

***a. (3,0 điểm)***

|  |
| --- |
| ĐKXĐ x,y,z  0. Kết hợp xyz = 4  |
| Nhân cả tử và mẫu của hạng tử thứ hai với , thay 2 ở mẫu của hạng tử thứ ba bởi  ta được. |
| Suy ra  ( vì A>0). |

***b. (3,0 điểm)***

|  |
| --- |
| Từ :  |
| ayz + bxz + cxy = 0 |
|  Ta có :  |
|  |
|  |
|  |

**Câu 3.** (1,0 điểm):

|  |
| --- |
|  ĐK: x - 1( x - )2 = 3 – 2  ( )2 + 2  - 3 = 0 =>  = 1 => x1,2  =  Hoặc = -3 vô nghiệm  |

**Câu 4. (6,0 điểm)**

**1.** (3,0 điểm):



 a) (1,0đ) 

 Tương tự:;

 

 b) (1,0đ) Áp dụng tính chất phân giác vào các tam giác ABC, abi, aic:

 

 

 c) (1,0đ) Vẽ Cx CC’. Gọi D là điểm đối xứng của A qua Cx

- Chứng minh được góc BAD vuông, CD = AC, AD = 2CC’

- Xét 3 điểm B, C, D ta có: BD BC + CD

- BAD vuông tại A nên: AB2+AD2 = BD2

  AB2 + AD2  (BC+CD)2

 AB2 + 4CC’2  (BC+AC)2

 4CC’2  (BC+AC)2 – AB2

Tương tự: 4AA’2  (AB+AC)2 – BC2

 4BB’2  (AB+BC)2 – AC2

- Chứng minh được : 4(AA’2 + BB’2 + CC’2)  (AB+BC+AC)2

 



Đẳng thức xảy ra BC = AC, AC = AB, AB = BC

AB = AC =BCABC đều

 \* Kết luận đúng

 **2. (3 ®iÓm):**

 a) (1 ®iÓm) Trong tam gi¸c BDM ta cã : 

 V× = 600  nªn ta cã: 

 Suy ra 

 Chøng minh ~  (1)

 Suy ra , tõ ®ã BD.CE = BM.CM

 V× BM = CM = , nªn ta cã BD.CE = 

 b) (1 ®iÓm) Tõ (1) suy ra  mµ BM = CM nªn ta cã

 

 Chøng minh ∾

 Tõ ®ã suy ra  , do ®ã DM lµ tia ph©n gi¸c cña gãc BDE

 Chøng minh t­¬ng tù ta cã EM lµ tia ph©n gi¸c cña gãc CED

 c) (1 ®iÓm) Gäi H, I, K lµ h×nh chiÕu cña M trªn AB, DE, AC

 Chøng minh DH = DI, EI = EK

 TÝnh chu vi tam gi¸c b»ng 2AH; KÕt luËn.

**Câu 5** (2,0 điểm):

|  |
| --- |
| Đặt x = 3a + b + c ; y = 3b + a + c ; z = 3c + b + a => x + y + z = 5( a + b + c) =5(x – 2a ) = 5(y – 2b) =5(z – 2c=> 4x –(y +z) =10a; 4y –(x +z) =10b ; 4z –(y +x) =10c ;=> 10T =  +  + = = 12 – (  +  + + + + ) 12 -6 =6 => T   Dấu bằng xảy ra khi a = b = c  |

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_