

SỞ GD-ĐT TỈNH BẮC NINH
TRƯỜNG THCS TAM SƠN



BÁO CÁO

BIỆN PHÁP NÂNG CAO CHẤT LƯỢNG DẠY HỌC

MÔN: TOÁN

TÊN BIỆN PHÁP: *“Sử dụng phương pháp dạy học phân hóa trong việc áp dụng hằng đẳng thức để làm bài toán về căn thức bậc hai.”*

Họ và tên: Nguyễn Thị Tĩnh

Môn giảng dạy : Toán

Trình độ chuyên môn: Đại học

Chức vụ: Giáo viên

Đơn vị công tác: Trường THCS Tam Sơn

Bắc Ninh, ngày 28 tháng 11 năm 2020

MỤC LỤC

DANH MỤC VIẾT TẮT.....	2
PHẦN I. ĐẶT VẤN ĐỀ.....	3
PHẦN II. GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ.....	4
1. Thực trạng công tác dạy học và tính cấp thiết.....	4
2. Biện pháp nâng cao chất lượng giảng dạy.....	4
2.1. Biện pháp 1: Kết hợp các hình thức kiểm tra đánh giá để phân loại đối tượng học sinh.....	4
2.2. Biện pháp 2: Phân bậc nhiệm vụ trong thiết kế bài dạy.....	4
2.3. Biện pháp 3: Rèn các kỹ năng tư duy thích hợp với từng đối tượng học sinh. .	4
2.4. Biện pháp 4: Tổ chức hoạt động nhóm.....	5
2.5. Biện pháp 5: Hỗ trợ học sinh sửa các lỗi sai.....	6
3. Thực nghiệm sư phạm.....	6
a. Mô tả cách thức thực hiện.....	6
b. Kết quả đạt được.....	28
c. Điều chỉnh, bổ sung sau khi thực nghiệm.....	31
4. Kết luận.....	31
5. Kiến nghị, đề xuất.....	32
a. Đối với tổ, nhóm chuyên môn.....	32
b. Đối với lãnh đạo nhà trường.....	32
c. Đối với Phòng GD-ĐT, Sở GD-ĐT.....	33
PHẦN III. TÀI LIỆU THAM KHẢO.....	34
PHẦN IV. MINH CHỨNG VỀ HIỆU QUẢ CỦA BIỆN PHÁP.....	35
PHẦN IV. CAM KẾT.....	40

DANH MỤC VIẾT TẮT

PPDH	Phương pháp dạy học
HĐT	Hàng đẳng thức
KTĐG	Kiểm tra đánh giá
THPT	Trung học phổ thông
THCS	Trung học cơ sở
SGK	Sách giáo khoa
SBT	Sách bài tập

PHẦN I. ĐẶT VẤN ĐỀ

Ở các kì thi học kì I, học kì II, ôn thi vào lớp 10, vào các trường chuyên, học sinh thường gặp đề thi có nội dung rút gọn biểu thức và thực hiện phép tính có chứa căn thức bậc hai. Muốn giải được bài tập đó đòi hỏi học sinh phải nắm vững hằng đẳng thức đáng nhớ đã học ở lớp 8 và phải biết vận dụng chúng vào từng loại bài tập. Cái khó ở đây là các em học bảy hằng đẳng thức đáng nhớ ở lớp 8 viết dưới dạng biểu thức chứa chữ, không có chứa căn, mà ở lớp 9 bài tập rút gọn biểu thức thường cho dưới dạng căn thức bậc hai có liên quan đến bảy hằng đẳng thức đáng nhớ đã học ở lớp 8. Chính vì vậy một số em còn yếu không nhận thấy được ở điểm này nên không làm được bài tập rút gọn. Vì vậy ta phải làm sao cho học sinh nhận thấy được mối quan hệ qua lại giữa hằng đẳng thức đáng nhớ ở lớp 8 và hằng đẳng thức lớp 9 để các em có thể tự mình phát hiện và vận dụng nó vào việc giải bài tập. Do đó, tôi mới chọn đề tài "***Sử dụng phương pháp dạy học phân hóa trong việc áp dụng hằng đẳng thức để làm bài toán về căn thức bậc hai*** "

PHẦN II. GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ

1. Thực trạng công tác dạy học và tính cấp thiết

- Việc dạy học theo hướng phân hóa còn chưa phổ biến.
- Kiểm tra đánh giá chưa thực sự sát với đối tượng học sinh.
- Học sinh vận dụng hằng đẳng thức vào giải bài tập về căn bậc hai còn kém do chưa phát hiện ra hằng đẳng thức hay vận dụng sai hằng đẳng thức vào biểu thức có chứa dấu căn.
- Dạng toán về căn thức bậc hai thường xuất hiện trong các đề thi học kì 1, học kì 2 hay các đề thi vào lớp 10.
- Việc đọc tài liệu tham khảo, tự nghiên cứu được các em sử dụng ít.

2. Biện pháp nâng cao chất lượng giảng dạy

2.1. Biện pháp 1: Kết hợp các hình thức kiểm tra đánh giá để phân loại đối tượng học sinh

Giáo viên nên thường xuyên cho các bài kiểm tra ngắn sau mỗi chủ đề học.

Ở những bài kiểm tra định kỳ thời gian 45 phút, giáo viên ra đề theo các cấp độ nhận biết, thông hiểu, vận dụng thấp, vận dụng cao.

Ngoài ra giáo viên nên có sổ tay ghi chép kết quả theo dõi học sinh hàng ngày để có những điều chỉnh phù hợp.

2.2. Biện pháp 2: Phân bậc nhiệm vụ trong thiết kế bài dạy

Thường xuyên ra bài tập phân hóa phù hợp với từng đối tượng học sinh.

Trong 1 bài toán có thể có nhiều ý để đảm bảo hoạt động cho cả 3 nhóm đối tượng.

Cũng có thể phân hóa về mặt số lượng để đảm bảo kiến thức xuất phát nào đó dành riêng cho học sinh yếu kém, và bài tập nâng cao dành riêng cho học sinh khá giỏi.

Phân hóa bài tập về nhà.

2.3. Biện pháp 3: Rèn các kỹ năng tư duy thích hợp với từng đối tượng học sinh

Tập trung hướng dẫn học sinh yếu kém và trung bình phương pháp giải các dạng toán, rèn kỹ năng tương tự hóa, đặc biệt hóa, khái quát hóa,...

Khuyến khích HS khá giỏi tìm nhiều cách giải khác nhau cho cùng một bài toán, rèn kỹ năng phân tích, tổng hợp, đánh giá.

2.4. Biện pháp 4: Tổ chức hoạt động nhóm

Để DHPH có hiệu quả giáo viên có thể áp dụng dạy học cặp đôi hoặc dạy học theo nhóm nhỏ. Với hình thức này có thể tạo sự tác động qua lại giữa các đối tượng học sinh. Các em được rèn luyện kỹ năng hợp tác trong làm việc nhóm, biết phân công nhiệm vụ và giúp đỡ nhau để cùng hoàn thành nhiệm vụ chung được giao trong một khoảng thời gian giới hạn.

Nếu tổ chức tốt hoạt động nhóm sẽ phát huy được tinh thần trách nhiệm, thái độ tích cực, phát triển năng lực hợp tác và khả năng giao tiếp của học sinh.

2.4.1. Quy trình thực hiện

Khi sử dụng PPDH này, giáo viên chia lớp học thành các nhóm mỗi nhóm từ 4 đến 6 học sinh. Tùy theo mục đích của giáo viên và yêu cầu của bài học, các nhóm được phân chia theo kiểu hỗn hợp, phân theo đối tượng hay ngẫu nhiên. Các nhóm được giao nhiệm vụ giống hoặc khác nhau nhưng cùng hướng đến kiến thức của bài học.

Hoạt động nhóm của học sinh trong một tiết học có thể thông qua các bước cụ thể sau:

Bước 1. Phân nhóm

- Giáo viên giới thiệu chủ đề thảo luận nêu vấn đề, xác định nhiệm vụ.

Bước 2. Giao nhiệm vụ cho nhóm

- Tổ chức các nhóm, giao nhiệm vụ cho các nhóm, quy định thời gian và phân công vị trí làm việc cho các nhóm.
- Hướng dẫn cách làm việc theo nhóm (nếu cần).

Bước 3. Học sinh hoạt động nhóm

- Lập kế hoạch làm việc.
- Thỏa thuận quy tắc làm việc.
- Phân công trong nhóm, từng cá nhân làm việc độc lập.
- Trao đổi ý kiến, thảo luận trong nhóm.
- Cử đại diện trình bày kết quả làm việc của nhóm.

Bước 4. Thảo luận, tổng kết trước toàn lớp

- Đại diện từng nhóm trình bày kết quả thảo luận của nhóm.

- Các nhóm khác quan sát, lắng nghe, bình luận và bổ sung ý kiến.
- Giáo viên tổng kết và nhận xét, đặt vấn đề cho vấn đề tiếp theo.

2.5. Biện pháp 5: Hỗ trợ học sinh sửa các lỗi sai.

- Sai lầm khi sử dụng thuật ngữ toán học
- Sai lầm trong việc xác định điều kiện có nghĩa của căn thức.
- Sai lầm khi sử dụng hằng đẳng thức về căn bậc hai.
- Sai lầm trong kỹ năng biến đổi.

3. Thực nghiệm sư phạm.

a. Mô tả cách thức thực hiện

Nội dung dạy học thực nghiệm tôi thực nghiệm trong cả quá trình dạy học về căn bậc hai, qua các tiết dạy tự chọn toán, qua các buổi ôn tập chiều và quá trình ôn thi vào lớp 10 chủ đề về căn bậc hai. Cụ thể với từng biện pháp như sau:

Biện pháp 1: Kết hợp các hình thức kiểm tra đánh giá để phân loại đối tượng học sinh

- Kết hợp kiểm tra định kỳ, kiểm tra thường xuyên

Giáo viên thận trọng khi đưa ra kết luận một học sinh thuộc trình độ nào, cần kết hợp kiểm tra thường xuyên, kiểm tra định kỳ để có kết quả khách quan nhất.

Trong dạy học, KTĐG giúp thúc đẩy quá trình học tập không ngừng của học sinh, tạo điều kiện cho giáo viên xác định được mức độ hiểu biết về kiến thức, kỹ năng và khả năng vận dụng lý thuyết vào bài tập của học sinh. Từ đó giúp cho công tác quản lý và giảng dạy của giáo viên ngày càng tốt hơn.

Giáo viên nên thường xuyên cho các bài kiểm tra ngắn sau mỗi chủ đề học một cách nghiêm túc, để có thể phân loại đối tượng học sinh, và có những nội dung phân hóa phù hợp với từng đối tượng học sinh.

Ở những bài kiểm tra định kỳ thời gian 45 phút, giáo viên ra đề theo các cấp độ nhận biết, thông hiểu, vận dụng thấp, vận dụng cao để khuyến khích học sinh phát huy hết khả năng của mình đồng thời có thể tự đánh giá khả năng của mình so với các bạn.

- Theo dõi học sinh trong các tiết học trên lớp

Ngoài việc dựa vào kiểm tra để phân loại đối tượng học sinh, giáo viên nên có sổ tay ghi chép kết quả theo dõi học sinh hàng ngày, đặc biệt lưu ý đến những học sinh xuất sắc và những học sinh yếu. Bao gồm những sai lầm và tiến bộ của học sinh để kịp thời nhắc nhở, động viên, khen ngợi, khuyến khích.

Biện pháp 2: Phân bậc nhiệm vụ trong thiết kế bài dạy

- Thường xuyên ra bài tập phân hóa phù hợp với từng đối tượng học sinh

Để tất cả các học sinh có trình độ khác nhau có thể tiến hành những hoạt động phù hợp giáo viên cần có những yêu cầu phù hợp với từng đối tượng học sinh bằng cách sử dụng những bài tập phân bậc.

Trong một bài toán có thể có nhiều ý để đảm bảo hoạt động cho cả ba nhóm đối tượng: khá giỏi, trung bình, yếu kém. Để có được điều đó đòi hỏi giáo viên phải nắm chắc nội dung kiến thức của từng bài và có sự đầu tư cho việc soạn giáo án.

Khi học về dạng bài tìm điều kiện có nghĩa của biểu thức chứa căn bậc hai, ta có thể ra bài tập như sau :

VD2.1. Tìm x để các biểu thức sau có nghĩa :

a) $\sqrt{3x}$

b) $\sqrt{6x-1}$

c) $\sqrt{3x+1}$

d) $\sqrt{4-2x}$

e) $\sqrt{x^2+2}$

f) $\sqrt{\frac{1+x}{2x-3}}$

g) $\sqrt{3x-5} + \sqrt{\frac{2}{x-4}}$

Nhận xét.

Lúc này học sinh mới bắt đầu học cách tìm điều kiện có nghĩa của căn thức, dưới sự hướng dẫn của giáo viên thì học sinh yếu kém sẽ làm đến các câu

a,b,c,d; học sinh trung bình phải làm tiếp đến câu e và học sinh khá giỏi sẽ làm hết đến câu g trên cơ sở kiến thức cơ bản.

Lời giải.

a) Để $\sqrt{3x}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 3x \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 0$

Vậy $\sqrt{3x}$ có nghĩa khi $x \geq 0$

b) c) Học sinh làm tương tự.

Đến câu d giáo viên cần lưu ý học sinh về việc giải bất phương trình mà khi chia cả 2 vế cho 1 số âm thì được một bất phương trình mới đổi chiều.

d) Để $\sqrt{4-2x}$ có nghĩa $\Leftrightarrow 4-2x \geq 0 \Leftrightarrow -2x \geq -4 \Leftrightarrow x \leq 2$

e) Ta có: $x^2 + 2 > 0, \forall x \Rightarrow \sqrt{x^2 + 2}$ có nghĩa với mọi x

f) Để $\sqrt{\frac{1+x}{2x-3}}$ có nghĩa $\Leftrightarrow \frac{1+x}{2x-3} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1+x \geq 0 \\ 2x-3 > 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} 1+x \leq 0 \\ 2x-3 < 0 \end{cases}$

+ Với $\begin{cases} 1+x \geq 0 \\ 2x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ x > \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}$

+ Với $\begin{cases} 1+x \leq 0 \\ 2x-3 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x \leq -1$

Vậy căn thức có nghĩa nếu $x > \frac{3}{2}$ hoặc $x \leq -1$

g) Để biểu thức có nghĩa $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x-5 \geq 0 \\ \frac{2}{x-4} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-5 \geq 0 \\ x-4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{5}{3} \\ x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow x > 4$

Vậy biểu thức đã cho có nghĩa khi $x > 4$.

Khi gặp bài này học sinh cần lưu ý quy tắc dấu của phép nhân, phép chia, điều kiện để phân thức xác định, điều kiện xác định của căn thức và làm chính xác được các bước biến đổi tương đương của bất phương trình đã học ở lớp 8.

VD2.2. Bài tập 64/33 SGK : Chứng minh các đẳng thức sau :

$$\left(\frac{1-a\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \left(\frac{1-\sqrt{a}}{1-a} \right)^2 = 1 \quad \text{với } a \geq 0; a \neq 1$$

Nhận xét đề bài : Bài toán cho gồm có các HĐT sau :

$$1 - a\sqrt{a} = 1^3 - (\sqrt{a})^3 = (1 - \sqrt{a})(1 + \sqrt{a} + a)$$

$$1 - a = 1^2 - (\sqrt{a})^2 = (1 - \sqrt{a})(1 + \sqrt{a})$$

Tương tự HĐT số 3 ; 7 lớp 8. Áp dụng vào bài toán, ta biến đổi vế trái :

Giải

$$\begin{aligned} VT &= \left(\frac{1 - a\sqrt{a}}{1 - \sqrt{a}} + \sqrt{a} \right) \left(\frac{1 - \sqrt{a}}{1 - a} \right)^2 \\ &= \left[\frac{(1 - \sqrt{a})(1 + \sqrt{a} + a)}{1 - \sqrt{a}} + \sqrt{a} \right] \cdot \left[\frac{1 - \sqrt{a}}{(1 + \sqrt{a})(1 - \sqrt{a})} \right]^2 \\ &= (1 + 2\sqrt{a} + a) \cdot \left(\frac{1}{1 + \sqrt{a}} \right)^2 \end{aligned}$$

Đến đây ta lại thấy xuất hiện HĐT : $(1 + 2\sqrt{a} + a) = (1 + \sqrt{a})^2$

$$VT = (1 + \sqrt{a})^2 \cdot \frac{1}{(1 + \sqrt{a})^2} = 1 = VP$$

Tiếp tục biến đổi ta được kết quả :

$$b) \frac{a+b}{b^2} \sqrt{\frac{a^2 b^4}{a^2 + 2ab + b^2}} = |a| \quad \text{với } a+b > 0 \text{ và } b \neq 0$$

Nhận xét : $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ là HĐT số 1 lớp 8. Áp dụng vào bài toán ta biến đổi vế trái :

Giải

$$\begin{aligned} VT &= \frac{a+b}{b^2} \sqrt{\frac{a^2 b^4}{a^2 + 2ab + b^2}} = \frac{a+b}{b^2} \sqrt{\frac{a^2 b^4}{(a+b)^2}} \\ &= \frac{a+b}{b^2} \cdot \frac{|ab^2|}{|a+b|} = \frac{a+b}{b^2} \cdot \frac{b^2 |a|}{a+b} = |a| = VP \quad \text{đpcm} \quad \text{Vi } a+b > 0 \end{aligned}$$

Chú ý. Nếu học sinh yếu kém không thành thạo về HĐT thì cô sẽ cho học sinh ôn lại và hướng dẫn cách để học sinh đó viết được ra HĐT của lớp 9 như sau:

1. Bình phương một tổng : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. Bình phương một hiệu : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3. Hiệu hai bình phương : $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
4. Lập phương một tổng : $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
5. Lập phương một hiệu : $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
6. Tổng hai lập phương : $a^3 + b^3 = (a + b).(a^2 - ab + b^2)$
7. Hiệu hai lập phương : $a^3 - b^3 = (a - b).(a^2 + ab + b^2)$

Biết vận dụng nó để đưa ra những HĐT đáng nhớ ở lớp 9 (theo thứ tự) viết dưới dạng có dấu căn :

Với $a ; b \geq 0$ ta có:

- 1) $a + 2\sqrt{ab} + b = (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$
- 2) $a - 2\sqrt{a} + 1 = (\sqrt{a} - 1)^2$
- 3) $a - b = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a} + \sqrt{b}).(\sqrt{a} - \sqrt{b})$
- 4) $a\sqrt{a} + b\sqrt{b} = (\sqrt{a})^3 + (\sqrt{b})^3 = (\sqrt{a} + \sqrt{b}).(a - \sqrt{ab} + b)$
- 5) $1 - a\sqrt{a} = (1)^3 - (\sqrt{a})^3 = (1 - \sqrt{a}).(1 + \sqrt{a} + a)$

***Chú ý:**

+ $a ; b \geq 0$

+ Hằng đẳng thức số 4 ; 5 ở lớp 8 ít được sử dụng ở lớp 9 , nên tôi không đưa vào phần ghi nhớ ở lớp 9.

Khi làm được điều này học sinh sẽ có căn cứ để giải bài tập rút gọn biểu thức có chứa căn thức bậc hai .

- Phân hóa bài tập về nhà

Tùy từng loại đối tượng học sinh mà giáo viên ra bài tập về nhà cho phù hợp. Đối với học sinh yếu kém thì ra nhiều bài tập cùng loại để cho các em thực hành, còn học sinh khá giỏi thì cho các bài tập đa dạng và nâng cao hơn để các em luyện tập.

Khi dạy về các phép tính về căn bậc hai có thể ra bài tập về nhà phân hóa như sau :

Phần bài tập dành cho học sinh yếu kém.

Dạng 1 : Tính

Bài 1 : Thực hiện phép tính

$$a) \sqrt{1\frac{24}{25} \cdot 5\frac{1}{16} \cdot 0,01} = \sqrt{\frac{49}{25} \cdot \frac{81}{16} \cdot \frac{1}{100}} = \sqrt{\left(\frac{7}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^2} = \frac{7}{5} \cdot \frac{9}{4} \cdot \frac{1}{10} = \frac{63}{200}$$

$$b) \sqrt{2,25.1,46 - 2,25.0,02} = \sqrt{2,25(1,46 - 0,02)} = \sqrt{2,25.1,44} = \sqrt{(1,5.1,2)^2} = 1,5.1,2 = 1,8$$

$$c) \sqrt{2,5.16,9} = \sqrt{\frac{25}{10} \cdot \frac{169}{10}} = \sqrt{\frac{(5.13)^2}{10^2}} = \frac{5.13}{10} = \frac{13}{2}$$

$$d) \sqrt{117,5^2 - 26,5^2 - 1440} = \sqrt{(117,5 + 26,5) \cdot (117,5 - 26,5) - 1440} = \sqrt{144.91 - 144.10} \\ = \sqrt{144(91 - 10)} = \sqrt{144.81} = \sqrt{(12.9)^2} = 108$$

Dạng 2 : Rút gọn các biểu thức

Bài 2 : Tính giá trị các biểu thức

$$a) A = \sqrt{0,1} + \sqrt{0,9} + \sqrt{6,4} + \sqrt{0,4} + \sqrt{44,1} = \sqrt{\frac{1}{10}} + \sqrt{\frac{9}{10}} + \sqrt{\frac{64}{10}} + \sqrt{\frac{4}{10}} + \sqrt{\frac{441}{10}} \\ = \frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{3}{\sqrt{10}} + \frac{8}{\sqrt{10}} + \frac{2}{\sqrt{10}} + \frac{21}{\sqrt{10}} = \frac{35}{\sqrt{10}} = \frac{35\sqrt{10}}{10} = \frac{7\sqrt{10}}{2}$$

$$b) B = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{14}}{2\sqrt{3} + \sqrt{28}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{7})}{2\sqrt{3} + 2\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{7})}{2(\sqrt{3} + \sqrt{7})} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$c) C = \frac{3 + \sqrt{5}}{4 - \sqrt{3}} + \frac{3 - \sqrt{5}}{4 + \sqrt{3}} = \frac{(3 + \sqrt{5})(4 + \sqrt{3}) + (3 - \sqrt{5})(4 - \sqrt{3})}{(4 + \sqrt{3})(4 - \sqrt{3})} \\ = \frac{12 + 3\sqrt{3} + 4\sqrt{5} + \sqrt{15} + 12 - 3\sqrt{3} - 4\sqrt{5} + \sqrt{15}}{16 - 3} = \frac{24 + 2\sqrt{15}}{13}$$

Bài 3 : Rút gọn các biểu thức

$$a) \sqrt{9(x-5)^2} \quad (x \geq 5) = 3|x-5| = 3(x-5)$$

$$b) \sqrt{x^2 \cdot (x-2)^2} \quad (x < 0) = |x| \cdot |x-2| = -x(2-x) = x(x-2)$$

$$c) \frac{\sqrt{108x^3}}{\sqrt{12x}} \quad (x > 0) = \sqrt{\frac{108x^3}{12x}} = \sqrt{9x^2} = 3|x| = 3x$$

$$d) \frac{\sqrt{13x^4y^6}}{\sqrt{208x^6y^6}} \quad (x < 0; y \neq 0) = \sqrt{\frac{13x^4y^6}{208x^6y^6}} = \sqrt{\frac{1}{16x^2}} = \frac{1}{4|x|} = \frac{1}{-4x} = -\frac{1}{4x}$$

Bài tập thêm dành cho học sinh trung bình

Dạng 3 : Chứng minh

Bài 4 : Chứng minh các biểu thức sau

$$a) \sqrt{6+\sqrt{35}}.\sqrt{6-\sqrt{35}}=1$$

$$VT = \sqrt{(6+\sqrt{35}).(6-\sqrt{35})} = \sqrt{36-35} = 1 = VP$$

$$b) \sqrt{9-\sqrt{17}}.\sqrt{9+\sqrt{17}}=8$$

$$VT = \sqrt{(9-\sqrt{17}).(9+\sqrt{17})} = \sqrt{81-17} = \sqrt{64} = 8 = VP$$

$$c) (\sqrt{2}-1)^2 = \sqrt{9}-\sqrt{8}$$

$$\left. \begin{array}{l} VT = 2 - 2\sqrt{2} + 1 = 3 - 2\sqrt{2} \\ VP = 3 - \sqrt{2^2 \cdot 2} = 3 - 2\sqrt{2} \end{array} \right\} \Rightarrow VT = VP$$

$$d) (\sqrt{4}-\sqrt{3})^2 = \sqrt{49}-\sqrt{48}$$

$$\left. \begin{array}{l} VT = 4 - 2\sqrt{12} + 3 = 7 - 2\sqrt{2^2 \cdot 3} = 7 - 4\sqrt{3} \\ VP = 7 - \sqrt{4^2 \cdot 3} = 7 - 4\sqrt{3} \end{array} \right\} \Rightarrow VT = VP$$

$$e) 2\sqrt{2}(2-3\sqrt{3})+(1-2\sqrt{2})^2+6\sqrt{6}=9$$

$$VT = 4\sqrt{2} - 6\sqrt{6} + 1 - 4\sqrt{2} + 8 + 6\sqrt{6} = 9 = VP$$

$$g) \sqrt{8-2\sqrt{15}} - \sqrt{8+2\sqrt{15}} = -2\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned} VT &= \sqrt{(5-2\sqrt{5}\sqrt{3}+3)} - \sqrt{(5+2\sqrt{5}\sqrt{3}+3)} = \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2} - \sqrt{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{5}-\sqrt{3} - (\sqrt{5}+\sqrt{3}) = \sqrt{5}-\sqrt{3}-\sqrt{5}-\sqrt{3} = -2\sqrt{3} = VP \end{aligned}$$

Dạng 4 : Giải phương trình

Bài 5. Giải các phương trình sau :

$$a) 2\sqrt{2x} - 5\sqrt{8x} + 7\sqrt{18x} = 28 \quad (1) \quad x \geq 0$$

đk:

$$(1) \Leftrightarrow 2\sqrt{2x} - 5 \cdot 2 \cdot \sqrt{2x} + 7 \cdot 3 \cdot \sqrt{2x} = 28 \Leftrightarrow 13\sqrt{2x} = 28 \Leftrightarrow \sqrt{2x} = \frac{28}{13} \Leftrightarrow 2x = \frac{784}{169} \Leftrightarrow x = \frac{392}{169} \text{ (tm)}$$

$$b) \sqrt{4x-20} + \sqrt{x-5} - \frac{1}{3}\sqrt{9x-45} = 4 \quad (2)$$

$$(2) \Leftrightarrow \sqrt{4(x-5)} + \sqrt{x-5} - \frac{1}{3}\sqrt{9(x-5)} = 4 \quad \text{đk: } x-5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 5$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x-5} + \sqrt{x-5} - \frac{1}{3} \cdot 3\sqrt{x-5} = 4 \Leftrightarrow 2\sqrt{x-5} = 4 \Leftrightarrow \sqrt{x-5} = 2 \Leftrightarrow x-5 = 4 \Leftrightarrow x = 9 \text{ (tm)}$$

$$c) \sqrt{\frac{3x-2}{x+1}} = 3 \quad (3) \quad \text{đk: } \frac{3x-2}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2 \geq 0 \\ x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{2}{3} \\ x > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{2}{3} \\ x < -1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } (3) \Leftrightarrow \frac{3x-2}{x+1} = 9 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow 6x = -11 \Leftrightarrow x = \frac{-11}{6} \quad \text{thỏa mãn}$$

$$d) \frac{\sqrt{5x-4}}{\sqrt{x+2}} = 2 \quad (4) \quad \text{đk: } \begin{cases} 5x-4 \geq 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{4}{5} \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq \frac{4}{5}$$

$$(4) \Leftrightarrow \sqrt{5x-4} = 2\sqrt{x+2} \Leftrightarrow 5x-4 = 4(x+2) \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x = 12 \quad \text{thỏa mãn}$$

Học sinh khá, giỏi phải làm hết các bài tập của đối tượng học sinh yếu, học sinh trung bình và làm thêm bài tập sau để phát triển tư duy toán học.

Bài tập : (bất đẳng thức Cauchy) : Cho 2 số a và b không âm. Chứng minh rằng

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \quad . \text{ Dấu đẳng thức xảy ra khi nào ?}$$

Giải

* Cách 1 :

+ vì $a \geq 0; b \geq 0 \Rightarrow \sqrt{a}; \sqrt{b}$ xác định

$$+ \text{ ta có : } (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0 \Leftrightarrow a - 2\sqrt{ab} + b \geq 0 \Leftrightarrow a + b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

+ dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $a = b$

* Cách 2 : ta có

$$(a - b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab \Leftrightarrow a^2 + 2ab + b^2 \geq 4ab$$

$$\Leftrightarrow (a+b)^2 \geq 4ab \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

Dạng 5 : Tìm Min, Max

Bài 5 : Tìm Min

$$a) y = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$$

$$b) y = \sqrt{\frac{x^2}{4} - \frac{x}{6} + 1}$$

LG

$$a) \text{ Ta có : } x^2 - 2x + 5 = (x - 1)^2 + 4 \geq 4 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 2x + 5} \geq \sqrt{4} = 2$$

vậy $\text{Min } y = 2$. dấu “ = ” xảy ra khi và chỉ khi $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

$$b) \text{ Ta có : } \frac{x^2}{4} - \frac{x}{6} + 1 = \left(\frac{x}{2} - \frac{1}{6}\right)^2 + \frac{35}{36} \geq \frac{35}{36} \Rightarrow y = \sqrt{\frac{x^2}{4} - \frac{x}{6} + 1} \geq \sqrt{\frac{35}{36}} = \frac{\sqrt{35}}{6}$$

$$\text{vậy } \text{Min } y = \frac{\sqrt{35}}{6}. \text{ Dấu “ = ” xảy ra khi và chỉ khi } \frac{x}{2} - \frac{1}{6} = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

Bài tập phân hóa yêu cầu về tính độc lập :

Bài tập cho học sinh khá giỏi đòi hỏi tư duy sáng tạo; Bài tập dành cho học sinh yếu kém cần chứa nhiều yếu tố dẫn dắt và chủ yếu là bài tập rèn luyện kỹ năng. Học sinh khá giỏi có tốc độ làm nhanh nên ngoài các bài tập rèn kỹ năng như của học sinh yếu, kém, trung bình thì cần phải tiếp cận với những bài tập mang tính tư duy cao hơn như bài tập liên quan đến giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất ở dạng 5.

Biện pháp 3: Rèn các kỹ năng tư duy thích hợp với từng đối tượng học sinh

* Sách giáo khoa lớp 9 và sách bài tập, tập 1 đưa ra rất nhiều bài tập về rút gọn biểu thức chứa căn thức bậc hai như sau :

VD2.3.1 Bài 65 /34 SGK : Rút gọn rồi so sánh giá trị của M với 1 , biết :

$$M = \left(\frac{1}{a - \sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a} - 1} \right) : \frac{\sqrt{a} + 1}{a - 2\sqrt{a} + 1} \quad \text{Với } a > 0; a \neq 1$$

Nhận xét : Bài toán có HĐT $a - 2\sqrt{a} + 1 = (\sqrt{a} - 1)^2$. Áp dụng vào bài toán

Giải

$$M = \left(\frac{1}{a - \sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{a} - 1} \right) : \frac{\sqrt{a} + 1}{a - 2\sqrt{a} + 1} = \left(\frac{1}{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)} + \frac{1}{\sqrt{a} - 1} \right) : \frac{\sqrt{a} + 1}{(\sqrt{a} - 1)^2}$$

$$M = \left(\frac{1 + \sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)} \right) : \frac{\sqrt{a} + 1}{(\sqrt{a} - 1)^2} = \left(\frac{1 + \sqrt{a}}{\sqrt{a}(\sqrt{a} - 1)} \right) \cdot \frac{(\sqrt{a} - 1)^2}{\sqrt{a} + 1} = \frac{\sqrt{a} - 1}{\sqrt{a}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{a}} < 1 \quad \forall \sqrt{a} > 0$$

VD2.3.2 Bài 76 / 41 SGK : Cho biểu thức

$$Q = \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}} - \left(1 + \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}} \right) : \frac{b}{a - \sqrt{a^2 - b^2}} \quad \text{Với } a > b > 0$$

a) Rút gọn Q

b) Xác định giá trị của Q khi $a = 3b$

Nhận xét : Bài toán cho có dạng hệt số 3 lớp 8. Áp dụng vào bài toán ta rút gọn câu a:

Giải

$$a) \quad Q = \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}} - \left(1 + \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}} \right) : \frac{b}{a - \sqrt{a^2 - b^2}}$$

$$Q = \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}} - \left(\frac{\sqrt{a^2 - b^2} + a}{\sqrt{a^2 - b^2}} \right) \cdot \frac{a - \sqrt{a^2 - b^2}}{b}$$

$$Q = \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}} - \frac{a^2 - (\sqrt{a^2 - b^2})^2}{b\sqrt{a^2 - b^2}} = \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}} - \frac{a^2 - a^2 + b^2}{b\sqrt{a^2 - b^2}}$$

$$Q = \frac{a}{\sqrt{a^2 - b^2}} - \frac{b^2}{b\sqrt{a^2 - b^2}} = \frac{a - b}{\sqrt{a^2 - b^2}} = \frac{(\sqrt{a - b})^2}{\sqrt{a + b} \cdot \sqrt{a - b}} = \frac{\sqrt{a - b}}{\sqrt{a + b}}$$

b) Khi $a = 3b$. Ta có.

$$Q = \sqrt{\frac{a - b}{a + b}} = \sqrt{\frac{3b - b}{3b + b}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

VD2.3.3 Bài 85 / 16 SBT : Cho biểu thức :

$$P = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 2} + \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 2} + \frac{2 + 5\sqrt{x}}{4 - x} \quad \text{Với } x \geq 0; x \neq 4$$

a) Rút gọn P

b) Tìm x để P = 2

Nhận xét : Bài toán cho có hằng đẳng thức :

$4 - x = (2 + \sqrt{x})(2 - \sqrt{x})$ và dùng quy tắc đổi dấu để rút gọn biểu thức P

Giải

$$P = \frac{x + 2\sqrt{x} + \sqrt{x} + 2 + 2x - 4\sqrt{x} - 2 - 5\sqrt{x}}{x - 4}$$

$$P = \frac{3x - 6\sqrt{x}}{x - 4} = \frac{3\sqrt{x}(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{3\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 2)}$$

$$b) P = 2 \Leftrightarrow \frac{3\sqrt{x}}{(\sqrt{x} + 2)} = 2 \Leftrightarrow 3\sqrt{x} = 2(\sqrt{x} + 2) \Leftrightarrow \sqrt{x} = 4 \Leftrightarrow x = 16$$

VD2.3.4 Bài 86 / 16 SBT : Cho biểu thức :

$$Q = \left(\frac{1}{\sqrt{a} - 1} - \frac{1}{\sqrt{a}} \right) : \left(\frac{\sqrt{a} + 1}{\sqrt{a} - 2} - \frac{\sqrt{a} + 2}{\sqrt{a} - 1} \right) \quad \text{với } a > 0; a \neq 4; a \neq 1$$

a) Rút gọn Q

b) Tìm giá trị của a để Q dương

Nhận xét : Sau khi quy đồng mẫu thức, ta thấy xuất hiện dạng hất số 3 lớp 8

VD 2.3.5 Bài 105/20 SBT: Chứng minh các đẳng thức (với a,b không âm và $a \neq b$)

$$a) \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2\sqrt{a} - 2\sqrt{b}} - \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{2\sqrt{a} + 2\sqrt{b}} - \frac{2b}{b - a} = \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$$

$$b) \left(\frac{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} - \sqrt{ab} \right) \left(\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b} \right)^2 = 1$$

Nhận xét: Bài toán cho dưới dạng hất số 3 và 4 lớp 9 kết hợp với quy tắc đổi dấu. Áp dụng vào bài toán, biến đổi về trái :

VD2.3.6 Bài 107 / 20 SBT : Cho biểu thức:

$$B = \left(\frac{2x+1}{\sqrt{x^3} - 1} - \frac{\sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} \right) \left(\frac{1 + \sqrt{x^3}}{1 + \sqrt{x}} - \sqrt{x} \right) \quad \text{Với } x \geq 0; x \neq 1$$

a) Rút gọn B

b) Tìm x để B = 3

Nhận xét : Bài toán cho gồm có hằng đẳng thức sau :

$$\sqrt{x^3} - 1 = (\sqrt{x} - 1)(x + \sqrt{x} + 1)$$

$$1 + \sqrt{x^3} = (1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{x} + x)$$

Áp dụng vào bài toán ta có :

Giải

$$a) B = \left(\frac{2x+1}{\sqrt{x^3}-1} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \right) \left(\frac{1+\sqrt{x^3}}{1+\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right)$$

$$B = \left(\frac{2x+1}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} - \frac{\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1} \right) \left(\frac{(1+\sqrt{x})(1-\sqrt{x}+x)}{1+\sqrt{x}} - \sqrt{x} \right)$$

$$B = \left(\frac{2x+1-\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \right) (1-\sqrt{x}+x-\sqrt{x})$$

$$B = \left(\frac{2x+1-x+\sqrt{x}}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \right) (1-2\sqrt{x}+x)$$

$$B = \left(\frac{(x+\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(x+\sqrt{x}+1)} \right) (1-\sqrt{x})^2 = \sqrt{x} - 1$$

$$b) \quad B = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 1 = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 4 \Leftrightarrow x = 16$$

VD2.3.7 Bài 5 / 148 SBT : Rút gọn :

$$P = \frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \quad \text{Với } x \geq 0; y \geq 0; x^2 + y^2 > 0$$

Nhận xét : bài toán có HĐT sau : $x\sqrt{x} + y\sqrt{y} = (\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - \sqrt{xy} + y)$. Áp dụng vào bài toán

Giải

$$P = \frac{x\sqrt{x} + y\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x - \sqrt{xy} + y)}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - (x - 2\sqrt{xy} + y)$$

$$P = (x - \sqrt{xy} + y) - (x - 2\sqrt{xy} + y) = x - \sqrt{xy} + y - x + 2\sqrt{xy} - y = \sqrt{xy}$$

Ở các bài tập trên, học sinh trung bình, yếu, kém được dẫn về phương pháp nhận ra hằng đẳng thức, áp dụng vào các bài toán rút gọn, rèn kỹ năng

tương tự hóa, đặc biệt hóa, khái quát hóa,... Còn với học sinh khá giỏi cần làm tiếp các câu hỏi kèm theo mang tính nâng cao hơn. Khuyến khích học sinh khá giỏi tìm các cách khác nhau cho một bài toán để rèn kỹ năng phân tích, tổng hợp, đánh giá,...

Ví dụ Bài 65/ sgk trang 34 ý so sánh M với 1, học sinh có thể

xét hiệu $M-1=...=\frac{-1}{\sqrt{a}} < 0$ để kết luận $M < 1$

VD2.3.8 (Đề thi vào lớp 10 của sở giáo dục và đào tạo tỉnh Bắc Ninh năm học 2014-2015)

Cho biểu thức $M = \left(\frac{1}{1-\sqrt{a}} - \frac{1}{1+\sqrt{a}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{a}} - 1 \right)$ với $a \neq 1, a > 0$

- 1) Rút gọn M
- 2) Tính giá trị của M khi $a = 3 - 2\sqrt{2}$.
- 3) Tìm số tự nhiên a để 18M là số chính phương.

Trong bài này, học sinh trung bình, yếu, kém cố gắng làm hết phần 1,2 bằng cách thực hiện phép tính và áp dụng hằng đẳng thức nhưng học sinh khá, giỏi cần phải nhớ kiến thức về số chính phương để làm ý 3.

Ở ví dụ 2.3.8 ta thấy rằng muốn tính được giá trị của biểu thức M ta phải tính

được giá trị của $\sqrt{a} = \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1$.

Để làm được bài toán này giáo viên cần hướng dẫn học sinh từ học sinh khá đến học sinh trung bình, yếu, kém chi tiết cách để biến đổi biểu thức dưới dấu căn thành hằng đẳng thức bình phương của một tổng hoặc bình phương của một hiệu.

* Bên cạnh bài toán cho rút gọn biểu thức có chứa căn thức bậc hai, đôi khi còn có những câu đề bài yêu cầu tính giá trị của biểu thức khi biết giá trị của biến. Đối với những câu yêu cầu tính mà chỉ có một dấu căn thức bậc hai thì không nói gì, nhưng có những câu mà ở các trường chuyên đưa ra lại có những biểu thức chứa căn chồng chéo. Gặp trường hợp này đòi hỏi học sinh phải biết cách đưa biểu thức trong căn về lũy thừa bậc chẵn (thường viết dưới dạng bình phương) để khai phương. Muốn làm được điều đó, cần phải biết vận dụng thành

thạo định lí đảo Vi-ét (tìm hai số biết tổng và tích) và hằng đẳng thức (bình phương một tổng hoặc bình phương một hiệu). Sau đây tôi đưa ra một vài ví dụ đơn giản, để từ đó học sinh nắm bắt được cách làm để áp dụng vào bài toán

VD2.3.9 : Rút gọn : $a)\sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}$

Nhận xét : Để rút gọn được bài toán này ta phải viết các biểu thức : $4 \pm 2\sqrt{3}$ dưới dạng bình phương một tổng hoặc một hiệu để khai phương dấu căn lớn. Để làm được điều này ta làm các bước sau :

Bước 1 : Làm thế nào đó biến đổi trước dấu căn nhỏ phải có thừa số 2

(bài toán đã cho $2\sqrt{3}$)

Bước 2 : Tìm hai số biết tổng bằng 4 và tích bằng 3. Suy ra hai số đó là : 3 và 1

Bước 3 : Ta lấy căn bậc hai của từng số vừa tìm được ở bước 2, rồi viết chúng dưới dạng bình phương một tổng hoặc một hiệu (Tùy theo dấu cộng hoặc trừ của biểu thức dưới dấu căn lớn)

Chú ý :

+ Để tìm hai số có tổng là S và tích là P ta sử dụng định lí sau :

" Nếu hai số a & b có tổng là S và tích là P thì hai số đó là nghiệm của phương trình bậc hai : $X^2 - SX + P = 0$ ". Điều kiện tồn tại hai số a & b là : $S^2 - 4P \geq 0$. Có thể cho học sinh giải nhầm hoặc gặp trường hợp khó thì dùng máy tính casio fx-500 để giải phương trình bậc hai tìm hai số a & b cho nhanh .

+ Khi viết dưới dạng bình phương một hiệu ta nên viết hiệu đó có giá trị dương (số bị trừ lớn hơn số trừ) để khi khai phương, khỏi phải dùng dấu giá trị tuyệt đối.

Áp dụng các bước trên vào ví dụ 2.3.9, ta có lời giải sau :

Giải

$$\begin{aligned}\sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}} &= \sqrt{3+2\sqrt{3 \cdot 1} + 1} + \sqrt{3-2\sqrt{3 \cdot 1} + 1} \\ &= \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} + 1^2} + \sqrt{(\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{3} + 1^2} = \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} \\ &= \sqrt{3} + 1 + \sqrt{3} - 1 = 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

VD2.3.10 : bài tập 15 / 5 SBT tập 1 : Chứng minh

$$a) \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{5} = -2$$

$$b) \sqrt{23 + 8\sqrt{7}} - \sqrt{7} = 4$$

Nhận xét : Trước dấu căn nhỏ của cả hai biểu thức dưới dấu căn lớn có thừa số đều khác 2 ($4\sqrt{5}$ và $8\sqrt{7}$), vì vậy ta có thể biến đổi chúng như sau (dùng phương pháp đưa thừa số vào trong dấu căn):

Bước 1 :

$$a) \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} = \sqrt{9 - 2 \cdot 2\sqrt{5}} = \sqrt{9 - 2 \cdot \sqrt{4 \cdot 5}} = \sqrt{9 - 2 \cdot \sqrt{20}}$$

$$b) \sqrt{23 + 8\sqrt{7}} = \sqrt{23 + 2 \cdot 4\sqrt{7}} = \sqrt{23 + 2 \cdot \sqrt{16 \cdot 7}} = \sqrt{23 + 2 \cdot \sqrt{112}}$$

Bước 2 :

a) Tìm hai số biết tổng bằng 9, tích bằng 20. Suy ra hai số đó là : 5 và 4 (dùng máy tính casio fx-500 giải phương trình : $x^2 - 9x + 20 = 0$)

b) Tìm hai số biết tổng bằng 23, tích bằng 112. Suy ra hai số đó là : 16 và 7

Bước 3 : Lấy căn bậc hai của từng số vừa tìm được rồi viết chúng dưới dạng bình phương một tổng hoặc một hiệu (Tùy theo dấu cộng hoặc trừ của biểu thức dưới dấu căn lớn)

Giải

$$a) VT = \sqrt{9 - 4\sqrt{5}} - \sqrt{5} = \sqrt{5 - 2\sqrt{5 \cdot 4} + 4} - \sqrt{5} = \sqrt{(\sqrt{5} - \sqrt{4})^2} - \sqrt{5} = \sqrt{5} - 2 - \sqrt{5} = -2 = VP \quad \text{đpcm}$$

$$b) VT = \sqrt{23 + 8\sqrt{7}} - \sqrt{7} = \sqrt{16 + 2\sqrt{16 \cdot 7} + 7} - \sqrt{7} = \sqrt{(\sqrt{16} + \sqrt{7})^2} - \sqrt{7} = 4 + \sqrt{7} - \sqrt{7} = 4 = VP \quad \text{đpcm}$$

$$\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2}$$

$$\sqrt{23 + 8\sqrt{7}} = \sqrt{(\sqrt{7} + 6)^2}$$

Với học sinh khá, giỏi thì có thể viết ngay

VD2.3.11 : Chứng minh đẳng thức

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \sqrt{6}$$

Nhận xét : Trước dấu căn nhỏ của cả hai biểu thức dưới dấu căn lớn có thừa số

là 1 ($\sqrt{3}$) vì vậy ta có thể coi biểu thức VT = $\sqrt{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{2 - \sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{1}} + \sqrt{\frac{2 - \sqrt{3}}{1}}$

biến đổi chúng như sau : Nhân cả tử và mẫu cho 2

Bước 1 :

$$\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2(2+\sqrt{3})}{2}} + \sqrt{\frac{2(2-\sqrt{3})}{2}} = \sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{2}} + \sqrt{\frac{4-2\sqrt{3}}{2}}$$

Bước 2 : Tìm hai số biết tổng bằng 4 , tích bằng 3 -> hai số đó là 3 và 1

Bước 3 : Lấy căn bậc hai của từng số vừa tìm được rồi viết chúng dưới dạng bình phương một tổng hoặc một hiệu (Tùy theo dấu cộng hoặc trừ của biểu thức dưới dấu căn lớn)

Giải

$$\begin{aligned} VT &= \sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{2(2+\sqrt{3})}{2}} + \sqrt{\frac{2(2-\sqrt{3})}{2}} = \sqrt{\frac{3+2\sqrt{3}\cdot 1+1}{2}} + \sqrt{\frac{3-2\sqrt{3}\cdot 1+1}{2}} \\ VT &= \sqrt{\frac{(\sqrt{3}+1)^2}{2}} + \sqrt{\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{2}} = \frac{(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{2}} + \frac{(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}+1)+(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6} = VP \end{aligned}$$

Ba ví dụ lấy phía trên là ba trường hợp mà chúng ta thường gặp . Tùy theo từng loại bài , ta có thể giải bằng nhiều cách khác nhau , nhưng cơ bản là biết vận theo ba bước ở trên là ta có thể giải quyết được rất nhiều bài dạng như vậy . Sau đây là một số bài tập trong sách giáo khoa và một số bài trong các kì thi tuyển vào lớp 10 mà tôi chỉ giải dựa vào ba bước đã phân tích ở trên để giải , không phải làm chi tiết theo từng mục như ở trên

Biện pháp 4: Tổ chức hoạt động nhóm

- Tổ chức phân nhóm hỗn hợp

Nếu sử dụng phân nhóm hỗn hợp gồm cả học sinh khá giỏi và học sinh yếu kém sẽ tạo điều kiện để học sinh khá giỏi khẳng định bản thân và giúp đỡ học sinh yếu kém và trung bình tiếp cận bài toán dễ dàng hơn.

VD2.4.1 Đề thi vào lớp 10 của sở GD-ĐT Bắc Ninh năm học 2007-2008

Cho biểu thức: $A = \frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x^2+3x}}{2\sqrt{x}+6}$

a) Rút gọn A

b) Tính A khi $x = 4 + 2\sqrt{5}$

c) Tìm x để A = -3

Nhận xét. đây là một bài toán đã có sự phân hóa trong các câu hỏi, tạo điều kiện cho các em phân công nhiệm vụ cho các thành viên trong nhóm.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS	Nội dung ghi phiếu học tập
-Cho học sinh cùng làm phần a - Chia lớp học thành các nhóm gồm đủ các đối tượng học sinh. - Giáo viên phát phiếu nội dung bài tập cần làm. - N1: ý b -N2: ý c - Quan sát, theo dõi quá trình hoạt động của các nhóm, hỗ trợ nếu cần. - Cho HS bình luận, đánh giá kết quả của nhau rồi GV tổng kết bài toán.	- Thành lập nhóm. - Các nhóm cử ra nhóm trưởng và thư kí. - Các thành viên thảo luận cách làm bài tập. Nhóm trưởng giao nhiệm vụ cho từng thành viên. - Mỗi thành viên làm độc lập nhiệm vụ của mình. - Thảo luận, thống nhất đưa ra ý kiến chung, thư kí tổng hợp vào phiếu học tập. - Các nhóm cử người đại diện cho nhóm lên trình bày kết quả của nhóm mình. - Các nhóm còn lại	Cho biểu thức: $A = \frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x^3} + 3x}{2\sqrt{x} + 6}$ a) Rút gọn A b) Tính A khi $x = 4 + 2\sqrt{5}$ c) Tìm x để A = -3 Giải ĐK : $x \geq 0$ a) $A = \frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x^3} + 3x}{2\sqrt{x} + 6}$ $= \dots\dots\dots = \frac{2\sqrt{x+2} - x}{2}$ b) Thay $x = 4 + 2\sqrt{5}$ $A = \frac{2\sqrt{4 + 2\sqrt{5} + 2} - (4 + 2\sqrt{5})}{2}$ $A = \frac{2\sqrt{6 + 2\sqrt{5.1}} - (4 + 2\sqrt{5})}{2}$ $= \frac{2\sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2} - (4 + 2\sqrt{5})}{2}$ $= \frac{2(\sqrt{5} - 1) - (4 + 2\sqrt{5})}{2}$ $= \frac{4\sqrt{5} - 6}{2} = 2\sqrt{5} - 3$

	lắng nghe để nhận xét bổ sung ý kiến cho nhóm khác.	c) Tìm x để $A = -3$ $A = -3 \Leftrightarrow \frac{2\sqrt{x+2} - x}{2} = -3$ $\Leftrightarrow 2\sqrt{x+2} - x = -6$ $\Leftrightarrow x - 2\sqrt{x+2} - 6 = 0$ $\Leftrightarrow x + 2 - 2\sqrt{x+2} + 1 - 9 = 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x+2})^2 - 2\sqrt{x+2} + 1 - 9 = 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x+2} - 1)^2 - 3^2 = 0$ $\Leftrightarrow (\sqrt{x+2} - 1 + 3)(\sqrt{x+2} - 1 - 3) = 0$ $+ \sqrt{x+2} - 1 + 3 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = -2 \quad \text{vn}$ $+ \sqrt{x+2} - 1 - 3 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+2} = 4$ $\Leftrightarrow x + 2 = 16 \Leftrightarrow x = 14$
--	---	--

- Tổ chức phân nhóm theo đối tượng

Nếu sử dụng phân nhóm theo đối tượng, giáo viên nên chia lớp thành hai loại nhóm là nhóm khá, giỏi và nhóm trung bình, yếu và giao bài tập như sau :

(Bài tập dành cho nhóm khá, giỏi)

Dùng phương pháp thêm bớt để giải một số bài rút gọn nâng cao

VD2.4.2 Bài 101 / 19 SBT : Tìm điều kiện và rút gọn

$$A = \sqrt{x+4}\sqrt{x-4} + \sqrt{x-4}\sqrt{x-4}$$

Trước tiên ta làm sao cho xuất hiện hệ số (thừa số) 2 trước căn nhỏ

$$ĐK : x \geq 4$$

$$A = \sqrt{x+4}\sqrt{x-4} + \sqrt{x-4}\sqrt{x-4} = \sqrt{x+2.2}\sqrt{x-4} + \sqrt{x-2.2}\sqrt{x-4}$$

Sau khi đưa được hệ số của căn nhỏ là 2, ta còn lại hai thừa số đó là 2 và $\sqrt{x-4}$. Vậy 2 và $\sqrt{x-4}$ là hai số a và b của HĐT : $(a+b)^2$ hoặc $(a-b)^2$. Vì số còn lại là x và trong dấu căn nhỏ là $x-4$, nên ta bớt đi 4 để có $x-4 = (\sqrt{x-4})^2$ ta được a^2 và thêm vào 4 để có 2^2 ta được b^2 thế là ta có một HĐT dạng : $(a+b)^2$ hoặc $(a-b)^2$.

Giải

$$DK : x \geq 4$$

$$A = \sqrt{x+4}\sqrt{x-4} + \sqrt{x-4}\sqrt{x-4} = \sqrt{x+2.2\sqrt{x-4}} + \sqrt{x-2.2\sqrt{x-4}}$$

$$A = \sqrt{x-4+2.2\sqrt{x-4}+4} + \sqrt{x-4-2.2\sqrt{x-4}+4}$$

$$A = \sqrt{(\sqrt{x-4})^2 + 2.2\sqrt{x-4} + 2^2} + \sqrt{(\sqrt{x-4})^2 - 2.2\sqrt{x-4} + 2^2}$$

$$A = \sqrt{[(\sqrt{x-4})+2]^2} + \sqrt{[(\sqrt{x-4})-2]^2} = (\sqrt{x-4})+2 + (\sqrt{x-4})-2 = 2\sqrt{x-4}$$

(Bài tập dành cho nhóm trung bình, yếu)

$$\text{VD2.4.3 Rút gọn biểu thức } \sqrt{9-4\sqrt{5}} + \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \sqrt{9-4\sqrt{5}} + \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2} &= \sqrt{5-4\sqrt{5}+4} + |\sqrt{5}+1| = \sqrt{(\sqrt{5})^2 - 2.\sqrt{5}.2 + 2^2} + |\sqrt{5}+1| = \\ &= \sqrt{(\sqrt{5}-2)^2} + |\sqrt{5}+1| = |\sqrt{5}-2| + |\sqrt{5}+1| = \sqrt{5}-2 + \sqrt{5}+1 = 2\sqrt{5}-1 \end{aligned}$$

Nhận xét: Hai VD trên có cách làm tương tự nhưng mức độ khác nhau thuận lợi cho các nhóm làm bài tập khác nhau nhưng khi làm việc cả lớp vẫn có thể nhận xét, bổ sung cho nhau. Nhưng với nhóm khá, giỏi yêu cầu các bạn cần chú ý và đặt điều kiện thích hợp khi sử dụng hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$, có nghĩa là :

$$\sqrt{A^2} = A \text{ nếu } A \geq 0 \text{ (tức là } A \text{ lấy giá trị không âm)};$$

$$\sqrt{A^2} = -A \text{ nếu } A < 0 \text{ (tức là } A \text{ lấy giá trị âm)}.$$

$$\text{VD2.4.4 Rút gọn biểu thức } P = \frac{2}{\sqrt{x}-1} + \frac{2}{\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}-5}{x-1} \text{ với } x \geq 0; x \neq 1.$$

a) Tìm x để $P=1$

b) Tìm x để P đạt giá trị lớn nhất.

Nhận xét: với ví dụ này, cùng xuất phát điểm là rút gọn biểu thức P được

kết quả là $P = \frac{5}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$. Nhưng học sinh nhóm trung bình, yếu sẽ làm phần a, học sinh nhóm khá giỏi làm phần b cần tư duy ở cấp độ cao hơn.

Biện pháp 5: Hỗ trợ học sinh sửa các lỗi sai.

- **Sai lầm trong sử dụng tên gọi (thuật ngữ) Toán học :**

Định nghĩa về căn bậc hai :

* Ở lớp 7 đưa ra nhận xét $3^2 = 9$; $(-3)^2 = 9$. Ta nói 3 và -3 là các căn bậc hai của 9.

- Định nghĩa : Căn bậc hai của một số a không âm là số x sao cho $x^2 = a$.

- Số dương a có đúng hai căn bậc hai, một số dương ký hiệu là $\sqrt{a}$ và một số âm ký hiệu là $-\sqrt{a}$.

* Ở lớp 9 chỉ nhắc lại ở lớp 7 rồi đưa ra định nghĩa căn bậc hai số học.

Định nghĩa căn bậc hai số học :

Với số dương a, số $\sqrt{a}$ được gọi là căn bậc hai số học của a.

Sau đó đưa ra chú ý : $x = \sqrt{a} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = a \end{cases}$

Phép toán tìm căn bậc hai số học của số không âm gọi là phép khai phương (gọi tắt là khai phương).

Nguy cơ dẫn đến học sinh có thể mắc sai lầm chính là thuật ngữ “ căn bậc hai” và “căn bậc hai số học”.

Ví dụ 1 : Tìm các căn bậc hai của 16.

Rõ ràng học sinh rất dễ dàng tìm ra được số 16 có hai căn bậc hai là hai số đối nhau là 4 và - 4.

Ví dụ 2 : Tính $\sqrt{16}$

Học sinh đến đây sẽ giải sai như sau : $\sqrt{16} = 4$ và - 4 có nghĩa là $\sqrt{16} = \pm 4$

Như vậy học sinh đã tính ra được số $\sqrt{16}$ có hai căn bậc hai là hai số đối nhau là $\sqrt{16} = 4$ và $\sqrt{16} = -4$. Do đó việc tìm căn bậc hai và căn bậc hai số học đã nhầm lẫn với nhau.

Lời giải đúng : $\sqrt{16} = 4$ (có thể giải thích thêm vì $4 > 0$ và $4^2 = 16$)

Trong các bài toán về sau không cần yêu cầu học sinh phải giải thích.

Lời giải đúng : Ta có $16 > 15$ nên $\sqrt{16} > \sqrt{15}$. Vậy $4 = \sqrt{16} > \sqrt{15}$

ở đây giáo viên cần nhấn mạnh luôn là ta đi so sánh hai căn bậc hai số học!

- Sai lầm trong việc xác định điều kiện tồn tại của căn bậc hai :

Ví dụ 1 : Tìm giá trị nhỏ nhất của : $A = x + \sqrt{x}$

* Lời giải sai : $A = x + \sqrt{x} = (x + \sqrt{x} + \frac{1}{4}) - \frac{1}{4} = (\sqrt{x} + \frac{1}{2})^2 \geq -\frac{1}{4}$. Vậy $\min A = -\frac{1}{4}$

* Phân tích sai lầm : Sau khi chứng minh $f(x) \geq -\frac{1}{4}$, chưa chỉ ra trường hợp xảy ra

$f(x) = -\frac{1}{4}$ khi và chỉ khi $\sqrt{x} = -\frac{1}{2}$ (vô lý vì $\sqrt{x} \geq 0$).

* Lời giải đúng :

Để tồn tại $\sqrt{x}$ thì $x \geq 0$. Do đó $A = x + \sqrt{x} \geq 0$ hay $\min A = 0$ khi và chỉ khi $x=0$

- Sai trong khi sử dụng căn thức bậc hai và hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$

Ví dụ 1 : Tìm x, biết : $\sqrt{4(1-x)^2} - 6 = 0$

* Lời giải sai: $\sqrt{4(1-x)^2} - 6 = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{(1-x)^2} = 6 \Leftrightarrow 2(1-x) = 6 \Leftrightarrow 1-x = 3 \Leftrightarrow x = -2$.

* Phân tích sai lầm : Học sinh có thể chưa nắm vững được chú ý sau : Một cách tổng quát, với A là một biểu thức ta có $\sqrt{A^2} = |A|$, có nghĩa là :

$\sqrt{A^2} = A$ nếu $A \geq 0$ (tức là A lấy giá trị không âm);

$\sqrt{A^2} = -A$ nếu $A < 0$ (tức là A lấy giá trị âm).

Như thế theo lời giải trên sẽ bị mất nghiệm.

* Lời giải đúng :

$\sqrt{4(1-x)^2} - 6 = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{(1-x)^2} = 6 \Leftrightarrow |1-x| = 3$. Ta phải đi giải hai phương trình sau : 1) $1-x = 3 \Leftrightarrow x = -2$

2) $1-x = -3 \Leftrightarrow x = 4$. Vậy ta tìm được hai giá trị của x là $x_1 = -2$ và $x_2 = 4$.

Ví dụ 2 : Tìm x sao cho B có giá trị là 16.

$B = \sqrt{16x+16} - \sqrt{9x+9} + \sqrt{4x+4} + \sqrt{x+1}$ với $x \geq -1$

* Lời giải sai :

$B = 4\sqrt{x+1} - 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1}$

$B = 4\sqrt{x+1}$

$16 = 4\sqrt{x+1} \Leftrightarrow 4 = \sqrt{x+1} \Leftrightarrow 4^2 = (\sqrt{x+1})^2$ hay $16 = \sqrt{(x+1)^2}$

$$\Leftrightarrow 16 = |x + 1|$$

Nên ta phải đi giải hai phương trình sau : 1) $16 = x + 1 \Leftrightarrow x = 15$

$$2) 16 = -(x+1) \Leftrightarrow x = -17.$$

* Phân tích sai lầm : Với cách giải trên ta được hai giá trị của x là $x_1 = 15$ và $x_2 = -17$ nhưng chỉ có giá trị $x_1 = 15$ là thoả mãn, còn giá trị $x_2 = -17$ không đúng. Đây là nguyên nhân của sự sai lầm đó ? Chính là sự áp dụng quá rập khuôn vào công thức mà không để ý đến điều kiện đã cho của bài toán, với $x \geq -1$ thì các biểu thức trong căn luôn tồn tại nên không cần đưa ra biểu thức chứa dấu giá trị tuyệt đối nữa.!

* Lời giải đúng :

$$B = 4\sqrt{x+1} - 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{x-1} + \sqrt{x-1} \Leftrightarrow B = 4\sqrt{x+1}$$

$$16 = 4\sqrt{x+1} \Leftrightarrow 4 = \sqrt{x+1} \text{ (do } x \geq -1) \Leftrightarrow 16 = x + 1. \text{ Suy ra } x = 15.$$

- Sai lầm trong kỹ năng biến đổi :

Trong khi học sinh thực hiện phép tính các em có đôi khi bỏ qua các dấu của số hoặc chiều của bất đẳng thức dẫn đến giải bài toán bị sai.

Ví dụ 1 : Tìm x, biết :

$$(4 - \sqrt{17}).2x < \sqrt{3}(4 - \sqrt{17}).$$

* Lời giải sai :

$$(4 - \sqrt{17}).2x < \sqrt{3}(4 - \sqrt{17}) \Leftrightarrow 2x < \sqrt{3} \text{ (chia cả hai vế cho } 4 - \sqrt{17}) \Leftrightarrow x < \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

* Phân tích sai lầm : Nhìn qua thì thấy học sinh giải đúng và không có vấn đề gì. Học sinh khi nhìn thấy bài toán này thấy bài toán không khó nên đã chủ quan không để ý đến dấu của bất đẳng thức : “Khi nhân hoặc chia cả hai vế của bất đẳng thức với cùng một số âm thì bất đẳng thức đổi chiều”.

Do đó rõ ràng sai ở chỗ học sinh đã bỏ qua việc so sánh 4 và $\sqrt{17}$ cho nên mới bỏ qua biểu thức $4 - \sqrt{17}$ là số âm, dẫn tới lời giải sai.

* Lời giải đúng : Vì $4 = \sqrt{16} < \sqrt{17}$ nên $4 - \sqrt{17} < 0$, do đó ta có

$$(4 - \sqrt{17}).2x < \sqrt{3}(4 - \sqrt{17}) \Leftrightarrow 2x > \sqrt{3} \Leftrightarrow x > \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Ví dụ 2 : Rút gọn biểu thức : $\frac{x^2 - 3}{x + \sqrt{3}}$

* Lời giải sai : $\frac{x^2 - 3}{x + \sqrt{3}} = \frac{(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})}{x + \sqrt{3}} = x - \sqrt{3}$.

* Phân tích sai lầm : Rõ ràng nếu $x = -\sqrt{3}$ thì $x + \sqrt{3} = 0$, khi đó biểu thức $\frac{x^2 - 3}{x + \sqrt{3}}$ sẽ không tồn tại. Mặc dù kết quả giải được của học sinh đó không sai, nhưng sai trong lúc giải vì không có căn cứ lập luận, vì vậy biểu thức trên có thể không tồn tại thì làm sao có thể có kết quả được.

* Lời giải đúng : Biểu thức đó là một phân thức, để phân thức tồn tại thì cần phải có $x + \sqrt{3} \neq 0$ hay $x \neq -\sqrt{3}$. Khi đó ta có: $\frac{x^2 - 3}{x + \sqrt{3}} = \frac{(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3})}{x + \sqrt{3}} = x - \sqrt{3}$ (với $x \neq -\sqrt{3}$).

Ví dụ 3 : Cho biểu thức :

$$Q = \left(\frac{\sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} \right) + \frac{3 - \sqrt{x}}{x - 1} \quad \text{với } x \neq 1, x > 0$$

a) Rút gọn Q

b) Tìm x để $Q > -1$.

Giải :

$$\begin{aligned} \text{a) } Q &= \left(\frac{\sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} \right) + \frac{3 - \sqrt{x}}{x - 1} = \left[\frac{\sqrt{x}(1 + \sqrt{x}) + \sqrt{x}(1 - \sqrt{x})}{(1 - \sqrt{x})(1 + \sqrt{x})} \right] + \frac{3 - \sqrt{x}}{x - 1} \\ &= \left(\frac{\sqrt{x} + x + \sqrt{x} - x}{1 - x} \right) + \frac{3 - \sqrt{x}}{1 - x} = \frac{2\sqrt{x}}{1 - x} + \frac{3 - \sqrt{x}}{1 - x} = \frac{2\sqrt{x} - (3 - \sqrt{x})}{1 - x} \\ &= \frac{3\sqrt{x} - 3}{1 - x} = \frac{-3}{1 + \sqrt{x}} = -\frac{3}{1 + \sqrt{x}} \end{aligned}$$

b) * Lời giải sai : $Q > -1$ nên ta có $-\frac{3}{1 + \sqrt{x}} > -1 \Leftrightarrow 3 > 1 + \sqrt{x} \Leftrightarrow 2 > \sqrt{x} \Leftrightarrow 4 > x$ hay $x < 4$. Vậy với $x < 4$ thì $Q < -1$.

* Phân tích sai lầm : Học sinh đã bỏ dấu âm ở cả hai vế của bất đẳng thức vì thế có được bất đẳng thức mới với hai vế đều dương nên kết quả của bài toán dẫn đến sai.

* Lời giải đúng :

$$Q > -1 \text{ nên ta có } -\frac{3}{1+\sqrt{x}} > -1 \Leftrightarrow \frac{3}{1+\sqrt{x}} < 1 \Leftrightarrow 1+\sqrt{x} > 3 \Leftrightarrow \sqrt{x} > 2 \Leftrightarrow x > 4.$$

Vậy với $x > 4$ thì $Q > -1$.

Tương ứng là bài kiểm tra 20 phút sau khi học xong các tiết lý thuyết về công thức biến đổi căn bậc hai và bài kiểm tra 45 phút sau khi có các tiết luyện tập, ôn tập chương 1 và kết quả các bài thi cuối học kì 1, thi cuối học kỳ 2, thi vào lớp 10 với các câu liên quan đến căn bậc hai.

b. Kết quả đạt được

Bài kiểm tra số 1. Kiểm tra sau khi học sinh học xong các tiết lý thuyết về biến đổi biểu thức chứa căn bậc hai. Hình thức kiểm tra : Tự luận với thời gian 15 phút.

Câu 1: Tính

a) $\left(\frac{1}{1-\sqrt{2}} + \frac{1}{1+\sqrt{2}} \right) \cdot \frac{1}{2}$

b) $\sqrt{4+2\sqrt{3}} + \sqrt{4-2\sqrt{3}}$

Câu 2:

Cho biểu thức:

$$Q = \left(\frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \right) + \frac{3-\sqrt{x}}{x-1} \text{ với } x \geq 0 \text{ và } x \neq 1$$

a) Rút gọn Q

b) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để Q nhận giá trị nguyên

Bài kiểm tra số 2. Kiểm tra sau khi học sinh học xong các tiết luyện tập, ôn tập chương 1 về căn bậc hai. Hình thức kiểm tra : TNKQ và Tự luận với thời gian 45 phút.

Phần I. Trắc nghiệm khách quan: (2 điểm)

Khoanh tròn chữ cái đứng trước kết quả đúng:

Câu 1: Kết quả khai phương biểu thức $\sqrt{16:25}$ là:

A. $\frac{5}{4}$

B. $\frac{4}{5}$

C. $-\frac{4}{5}$

D. 20

Câu 2: Kết quả phép tính : $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$ là:

- A. 81 B. 9 C. 3 D. 27

Câu 3: Kết quả rút gọn biểu thức $\sqrt{7-4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$ là:

- A. 4 B. $2\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{3}$

Câu 4: Cho biểu thức $N = \sqrt{2a-3}$

Điều kiện xác định của biểu thức N là:

- A. $a \geq \frac{2}{3}$ B. $a \leq \frac{3}{2}$ C. $a > \frac{3}{2}$ D. $a \geq \frac{3}{2}$

Phần II. Tự luận: (8 điểm)

Câu 5: (2,5 điểm) Tìm x biết:

- a) $\sqrt{25x} - \sqrt{16x} + \sqrt{4x} = 12$
b) $\sqrt{(3x-2)^2} = 7$

Câu 6: (3 điểm) Rút gọn các biểu thức sau:

- a) $\sqrt{8} + \sqrt{125} - 2\sqrt{18} + \sqrt{45}$
b) $\left(\frac{1}{1+\sqrt{3}} + \frac{1}{1-\sqrt{3}} \right) \cdot \frac{1}{2}$

Câu 7: (1,5 điểm)

Cho biểu thức: $P = \frac{1}{\sqrt{x}+2} + \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{2\sqrt{x}}{4-x}$ với $x \geq 0$ và $x \neq 4$

- a) Rút gọn P
b) Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để P nhận giá trị nguyên

Câu 8: (1 điểm)

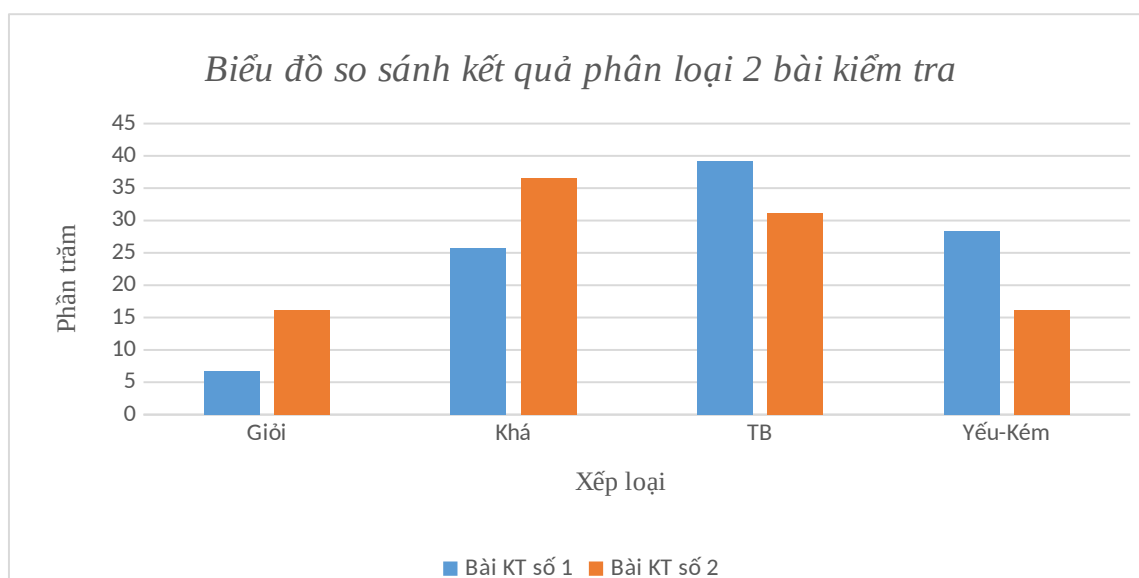
a) Giải phương trình $\sqrt{x+7} + \sqrt{9-x} = 4$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + 5x + 7 - 2\sqrt{4x+3}$

SỐ THIÊN RÂ HIỂU QUẢ PHƯƠNG PHÁP SỐ ĐÔNG TÀI LẬP BẢNG SO SÁNH ĐỀ CHỌNG SAU:

	Lớp		Kết quả
--	-----	--	---------

Thời điểm khảo sát		Số học sinh dự khảo sát	Giỏi	Khá	TB	Yếu- Kém
Bài kiểm tra số 1	9C	37	3	10	13	11
	9D	37	2	9	16	10
	Tổng	74	5 = 6,76%	19 = 25,68%	29 = 39,19%	21 = 28,37%
Bài kiểm tra số 2	9C	37	7	15	10	5
	9D	37	5	12	13	7
	Tổng	74	12 = 16,22%	27 = 36,49%	23 = 31,07%	12 = 16,22%
Diễn biến chất lượng			Tăng 7 em	Tăng 8 em	Giảm 6 em	Giảm 9 em



Nhận xét bài làm của học sinh qua 2 bài kiểm tra tôi thấy:

Hầu hết các em đã có chuyển biến rõ rệt trong việc sử dụng linh hoạt hằng đẳng thức vào giải toán. Chính vì vậy kết quả điểm của các em đạt được khá cao: Tỷ lệ điểm yếu giảm rõ rệt, tỷ lệ điểm khá giỏi tăng lên rõ rệt (đạt trên 50%). Không chỉ vậy, việc vận dụng linh hoạt hằng đẳng thức còn giúp các em giải quyết các bài tập trong kì thi hết học kì 1, kì thi cuối năm và thi vào lớp 10 đạt kết quả cao hơn.

c. Điều chỉnh, bổ sung sau khi thực nghiệm

- Giáo viên cần chuẩn bị hệ thống bài tập phân theo chủ đề theo năng lực của học sinh một cách phong phú hơn nữa để dạy học phân hóa được phát huy tác dụng tốt nhất, cần kết hợp nhiều hình thức và phương pháp dạy học để tạo hứng thú cho học sinh tốt hơn.

- Học sinh tích cực hơn trong quá trình học tập : Hăng hái trong các hoạt động học tại lớp, học ở nhà, ôn thi.

4. Kết luận

- Lúc chưa áp dụng đề tài, học sinh còn rất bỡ ngỡ vì không biết phải xuất phát từ đâu khi gặp một số bài mà tôi đã trình bày ở trên. Nguyên nhân chính ở đây là các em chưa thuộc HĐT hoặc có thuộc thì chỉ thuộc lòng, không biết cách vận dụng chúng như thế nào để giải bài tập dạng nêu trên. Chính vì vậy phần lớn các em rút gọn biểu thức có chứa căn thức bậc hai hoặc thực hiện phép tính có chứa dấu căn không ra đến kết quả cuối cùng

- Sau khi áp dụng đề tài tôi nhận thấy rằng các em bắt đầu hiểu ra và biết cách áp dụng chúng một cách triệt để. Nhờ vậy tỉ lệ các em hiểu bài, làm được bài tăng lên rõ rệt. Sau đây là bảng thống kê kết quả bài kiểm tra rút gọn biểu thức có chứa căn thức bậc hai và thực hiện phép tính có chứa dấu căn :

- Khi áp dụng đề tài vào quá trình giảng dạy, tôi nhận thấy học sinh rất có hứng thú trong học tập, bài giảng huy động được nhiều học sinh tham gia, các học sinh yếu kém cũng có thể làm được bài tập đơn giản. Bên cạnh đó giáo viên đỡ phải vất vả thuyết trình mà chỉ gợi ý cho các em tự suy nghĩ và tự phát hiện ra kiến thức sau đó vận dụng.

- Qua việc áp dụng đề tài tôi nhận thấy giáo viên đỡ vất vả rất nhiều trong khâu phải giải bài tập cho học sinh (phần lớn các em giải không được) mà kết quả đem lại không được nhiều, giáo viên phải làm việc nhiều hơn học sinh, học sinh chỉ biết thụ động tiếp thu kiến thức. Sau khi sử dụng đề tài này tôi thấy học sinh có ý thức học tập hơn, biết tự mình phát hiện ra kiến thức và biết áp dụng chúng, đúng với tinh thần lấy học sinh làm trung tâm phù hợp với việc đổi mới phương pháp dạy học hiện nay .

5. Kiến nghị, đề xuất

a. Đối với tổ, nhóm chuyên môn

- Tiếp tục dự giờ thăm lớp để rút kinh nghiệm cho giáo viên.
- Giám sát chặt chẽ việc thực hiện chương trình, chú ý hệ thống bài tập của giáo viên, bám chuẩn kiến thức
- Thống nhất hệ thống bài tập cơ bản phải có tính tương tự để dần tập cho các em tính toán và có hứng thú khi giải được bài tập đối với đối tượng học sinh trung bình, yếu, kém và phải có những bài tập nâng cao để phát huy tính tò mò, thích khám phá của học sinh khá, giỏi.

b. Đối với lãnh đạo nhà trường.

- Thường xuyên kiểm tra việc phụ đạo học sinh yếu kém và bồi dưỡng học sinh giỏi.
- Kiểm tra thường xuyên việc thực hiện kế hoạch giảng dạy của giáo viên.

- Làm tốt công tác thi đua khen thưởng nhằm động viên khích lệ thầy và trò thực hiện tốt nhiệm vụ.

c. Đối với Phòng GD-ĐT, Sở GD-ĐT

- Triển khai thường xuyên các chuyên đề về đổi mới phương pháp dạy học để giáo viên có cơ hội trao đổi, học tập kinh nghiệm của đồng nghiệp.
- Tổ chức hội thảo, tập huấn cụ thể về những chuyên đề nhất định
- Xây dựng chương trình ôn thi vào THPT và tài liệu kèm theo từ đó nhà trường có cơ sở kiểm tra đánh giá việc thực hiện của giáo viên

PHẦN III. TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. SGK, SBT Toán 9 – tập 1, nhà xuất bản giáo dục
2. Đề thi vào lớp 10 , Sở GD-ĐT tỉnh Bắc Ninh
3. Một số bài tập sưu tầm trên trang violet.vn

PHẦN IV. MINH CHỨNG VỀ HIỆU QUẢ CỦA BIỆN PHÁP

1. Bảng thống kê kết quả môn toán của học kì 1 và cả năm 2 các lớp tôi dạy năm học 2019-2020.

Thời Điểm	Lớp	Sĩ số	Giỏi		Khá		Trung bình		Yếu		Kém	
			SL	%	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%
HK1	9C	37	5	13,51	12	32,43	14	37,84	6	16,22	0	0,00
	9D	37	5	13,51	10	27,03	10	27,03	12	32,43	0	0,00
Cuối năm	9C	37	12	32,43	6	16,22	15	40,54	4	10,81	0	0,00
	9D	37	6	16,22	6	16,22	18	48,65	7	18,91	0	0,00

2. Bảng nhập điểm chi tiết môn học học kì 1 của 2 lớp 9C, 9D năm học 2019-2020.
(Được lưu trên phần mềm qlgd.bacninh.edu.vn và sổ điểm cá nhân, sổ gọi tên và ghi điểm của nhà trường)

3. Bảng thống kê điểm thi vào lớp 10 của học sinh lớp 9C, 9D năm học 2019-2020
(Được lưu tại nhà trường)

Sở giáo dục và đào tạo Bắc Ninh

Đơn vị: Trường THCS Tam Sơn

NHẬP ĐIỂM CHI TIẾT MÔN HỌC HỌC KỲ 1 - 9C - TOÁN

Năm học 2019-2020

TT	Họ đệm	Tên	Điểm kiểm tra thường xuyên					Điểm KTĐK		Điểm KTH K	Điểm TB
			M1	M2	P1	P2	P3	V1	V2		
1	Nghiêm Thị Lan	Anh	8.0	8.0	5.0	6.0	6.0	6.0	8.0	5.0	6.3
2	Ngô Ngọc	Anh	9.0	9.0	6.0	6.0	7.0	7.0	8.0	7.0	7.3
3	Nguyễn Linh	Anh	9.0	8.0	6.0	7.0	8.0	8.0	8.0	7.0	7.6
4	Nguyễn Thị Vân	Anh	6.0	7.0	4.0	5.0	6.0	4.0	4.0	3.0	4.4
5	Nguyễn Thị Ngọc	Ánh	10.0	10.0	9.0	9.0	10.0	10.0	9.0	7.0	8.9
6	Nguyễn Văn	Bình	9.0	9.0	4.0	6.0	4.0	5.0	4.0	4.0	5.2
7	Phạm Thị Thảo	Chi	5.0	6.0	3.0	5.0	4.0	2.0	5.0	5.0	4.3
8	Nguyễn Đình	Cường	8.0	9.0	8.0	8.0	6.0	9.0	7.0	8.0	7.9
9	Ngô Xuân	Đại	8.0	10.0	1.0	7.0	6.0	6.0	2.0	6.0	5.5
10	Ngô Minh	Đức	8.0	9.0	6.0	6.0	7.0	8.0	8.0	7.0	7.4
11	Trần Thị Ngọc	Hà	10.0	9.0	10.0	9.0	10.0	10.0	10.0	9.0	9.6
12	Đình Thanh	Hằng	9.0	6.0	5.0	7.0	7.0	6.0	8.0	4.0	6.2
13	Ngô Đức	Hiền	9.0	9.0	5.0	5.0	5.0	5.0	4.0	5.0	5.5
14	Ngô T Thanh	Hiền	8.0	7.0	5.0	3.0	6.0	5.0	6.0	5.0	5.5
15	Trần Thị Thu	Hiền	8.0	7.0	7.0	7.0	7.0	7.0	8.0	7.0	7.3
16	Nguyễn Minh	Hiếu	9.0	6.0	7.0	8.0	9.0	8.0	8.0	8.0	7.9
17	Nguyễn Hữu	Hoàng	8.0	8.0	7.0	7.0	6.0	7.0	7.0	8.0	7.3
18	Ngô Thị	Huyền	9.0	7.0	6.0	6.0	7.0	8.0	7.0	7.0	7.2
19	Phạm Văn	Huỳnh	8.0	5.0	3.0	3.0	6.0	3.0	3.0	4.0	4.1
20	Nguyễn Đình	Khánh	9.0	8.0	4.0	5.0	4.0	5.0	3.0	5.0	5.1
21	Nguyễn Hữu	Khánh	8.0	9.0	2.0	5.0	6.0	5.0	4.0	4.0	5
22	Nguyễn Như Xuân	Khiêm	9.0	8.0	6.0	6.0	9.0	8.0	6.0	7.0	7.3
23	Nguyễn Tiến	Lên	8.0	9.0	7.0	8.0	7.0	9.0	8.0	7.0	7.8
24	Nguyễn Tiến	Long	9.0	10.0	9.0	8.0	10.0	9.0	9.0	9.0	9.1
25	Nguyễn T. Hoàn	Mỹ	9.0	9.0	7.0	8.0	7.0	8.0	7.0	6.0	7.3
26	Phạm Hoàng	Nam	8.0	9.0	5.0	5.0	7.0	6.0	5.0	6.0	6.2
27	Nguyễn Thị Kim	Ngân	8.0	5.0	7.0	8.0	7.0	8.0	7.0	8.0	7.4
28	Nguyễn Thị Hồng	Ngoan	8.0	8.0	1.0	5.0	3.0	4.0	6.0	3.0	4.5
29	Ngô Ngọc	Quang	4.0	9.0	2.0	3.0	6.0	4.0	6.0	4.0	4.7
30	Nguyễn Như	Quỳnh	7.0	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0	6.0	5.0	5.3
31	Dương Anh	Sơn	6.0	6.0	5.0	3.0	3.0	5.0	7.0	7.0	5.7
32	Tạ Đức	Tâm	9.0	10.0	8.0	7.0	8.0	9.0	8.0	9.0	8.6
33	Nguyễn Như	Thao	8.0	8.0	5.0	7.0	5.0	6.0	5.0	6.0	6.1
34	Trần Mạnh	Thắng	10.0	8.0	7.0	8.0	9.0	8.0	8.0	7.0	7.9
35	Nguyễn Khắc	Thịnh	9.0	6.0	3.0	6.0	2.0	3.0	3.0	4.0	4.2
36	Ngô Xuân	Toàn	8.0	9.0	8.0	8.0	10.0	9.0	10.0	9.0	9
37	Nguyễn Trần Anh	Trâm	9.0	7.0	6.0	4.0	6.0	6.0	7.0	6.0	6.3

Bài KT số

Bài KT số

NHẬP ĐIỂM CHI TIẾT MÔN HỌC HỌC KỲ 1 - 9D - TOÁN

Năm học 2019 -2020

TT	Họ đệm	Tên	Điểm kiểm tra thường xuyên					Điểm KTĐK		Điểm KT HK	Điểm TB
			M1	M2	P1	P2	P3	V1	V2		
1	Vũ Thế	Anh	5.0	5.0	1.0	2.0	5.0	4.0	5.0	3.0	3.8
2	Nguyễn Thị Phương	Anh	8.0	7.0	3.0	6.0	4.0	3.0	4.0	2.0	4
3	Ngô Sách	Cường	9.0	9.0	7.0	8.0	7.0	8.0	7.0	5.0	7.1
4	Nguyễn Đắc	Dương	7.0	6.0	5.0	5.0	5.0	5.0	4.0	4.0	4.8
5	Nguyễn Ngọc	Dưỡng	8.0	4.0	6.0	6.0	5.0	7.0	5.0	9.0	6.7
6	Ngô Văn	Đại	9.0	10.0	10.0	8.0	10.0	10.0	9.0	9.0	9.3
7	Vũ Anh	Đào	9.0	5.0	6.0	4.0	5.0	4.5	3.0	4.0	4.7
8	Nguyễn Đức	Hào	8.0	6.0	5.0	2.0	5.0	6.0	6.0	7.0	5.9
9	Nguyễn Thu	Huyền	7.0	5.0	5.0	3.0	5.0	5.0	6.0	4.0	4.9
10	Tạ Thị Thanh	Huyền	8.0	2.0	4.0	3.0	6.0	4.0	3.0	4.0	4.1
11	Vũ Khải	Hưng	6.0	5.0	6.0	9.0	8.0	6.0	2.0	5.0	5.4
12	Nguyễn Ngọc Mai	Hương	10.0	7.0	6.0	4.0	7.0	6.0	6.0	5.0	6.1
13	Nguyễn Mạnh	Hưởng	9.0	9.0	7.0	6.0	9.0	9.0	8.0	9.0	8.4
14	Nguyễn Khánh	Khanh	6.0	7.0	6.0	4.0	6.0	6.5	5.0	6.0	5.8
15	Ngô Thanh	Khoa	8.0	6.0	6.0	5.0	7.0	6.0	5.0	6.0	6
16	Nguyễn Trung	Kiên	9.0	9.0	7.0	6.0	8.0	8.0	7.0	6.0	7.3
17	Ngô Phương	Lam	8.0	7.0	5.0	6.0	8.0	5.0	5.0	4.0	5.5
18	Nguyễn Thị	Lành	7.0	5.0	4.0	4.0	5.0	3.0	4.0	2.0	3.8
19	Nguyễn Huệ	Lâm	9.0	8.0	8.0	8.0	8.0	9.0	9.0	8.0	8.4
20	Trần Quang Tùng	Lâm	8.0	5.0	6.0	4.0	7.0	6.0	4.0	6.0	5.7
21	Nguyễn Thị Hồng	Loan	8.0	9.0	5.0	3.0	5.0	5.5	7.0	3.0	5.3
22	Hứa Hải	Nam	7.0	9.0	2.0	4.0	4.0	1.0	3.0	1.0	3.1
23	Nguyễn Thanh	Nghĩa	10.0	9.0	4.0	3.0	3.0	4.0	4.0	3.0	4.5
24	Phạm Thị	Nghĩa	3.0	6.0	3.0	6.0	5.0	5.0	5.0	5.0	4.8
25	Nguyễn Bích	Ngọc	5.0	9.0	4.0	7.0	7.0	5.0	4.0	3.0	4.9
26	Ngô Thị	Nhân	8.0	8.0	6.0	4.0	6.0	7.0	7.0	7.0	6.8
27	Nguyễn Thị Yến	Nhi	9.0	9.0	6.0	6.0	5.0	7.0	6.0	7.0	6.8
28	Nguyễn Văn Hoài	Phong	8.0	8.0	5.0	8.0	9.0	6.0	2.0	4.0	5.5
29	Trần Thị Bích	Phượng	9.0	10.0	8.0	4.0	8.0	7.0	7.0	7.0	7.3
30	Trần Việt	Quảng	10.0	8.0	8.0	8.0	9.0	10.0	9.0	10.0	9.3
31	Ngô Minh	Quyết	5.0	7.0	7.0	6.0	6.0	8.0	8.0	9.0	7.5
32	Nguyễn Như	Sơn	9.0	10.0	9.0	8.0	8.0	9.0	8.0	9.0	8.8
33	Nguyễn Ngọc	Thành	8.0	10.0	7.0	8.0	6.0	7.0	6.0	7.0	7.2
34	Ngô Thị Hồng	Thu	7.0	9.0	4.0	6.0	6.0	5.5	4.0	4.0	5.3
35	Ngô Quyết	Tiến	9.0	7.0	7.0	6.0	7.0	8.0	8.0	9.0	7.9
36	Trần Đình	Trọng	5.0	6.0	4.0	6.0	4.0	5.0	6.0	4.0	4.9
37	Ngô Văn	Vui	8.0	8.0	6.0	7.0	8.0	8.0	8.0	7.0	7.5

↓
Bài KT số

1

↓
Bài KT số

2

DANH SÁCH ĐIỂM THI VÀO 10 (LỚP 9C)
Năm học 2019-2020

STT	Họ và tên	Ngày sinh	VĂN	ANH	TOÁN TỔNG	CỘNG CHUNG
1	Nghiêm Thị Lan Anh	17/09/2005	7	8.25	7.38	37.01
2	Ngô Ngọc Anh	07/10/2005	6.5	7	6.88	33.76
3	Nguyễn Linh Anh	15/10/2005	7.75	7.75	8	39.25
4	Nguyễn Thị Vân Anh	26/03/2005	5	5.5	6.5	28.5
5	Nguyễn Thị Ngọc Ánh	23/05/2005	7	7.25	8	37.25
6	Nguyễn Văn Bình	09/08/2005	4.5	4.5	5	23.5
7	Phạm Thị Thảo Chi	30/12/2005	5.25	5	5.38	26.26
8	Nguyễn Đình Cường	19/12/2005	6.25	6.75	7.88	35.01
9	Ngô Xuân Đại	27/11/2005	3.25	8.5	5.25	25.5
10	Ngô Minh Đức	03/07/2005	6	7.5	8.13	35.76
11	Trần Thị Ngọc Hà	22/05/2005	7.25	8.25	8	38.75
12	Đinh Thanh Hằng	26/09/2005	6.5	6.75	6.13	32.01
13	Ngô Đức Hiền	14/02/2005	5	4.25	5.13	24.51
14	Ngô T Thanh Hiền	16/10/2005	6.25	5.25	7.75	33.25
15	Trần Thị Thu Hiền	30/04/2005	5.25	6.5	7.5	32
16	Nguyễn Minh Hiếu	08/01/2005	6.5	5.5	8.38	35.26
17	Nguyễn Hữu Hoàng	02/02/2005	7.25	6	7.38	35.26
18	Ngô Thị Huyền	21/07/2005	6.5	7	7.88	35.76
19	Phạm Văn Huỳnh	04/01/2005	5.5	4	4.88	24.76
20	Nguyễn Đình Khánh	19/03/2005	3.25	7	3.25	20
21	Nguyễn Như Xuân Khiêm	11/05/2005	6.5	7.5	7.88	36.26
22	Nguyễn Tiến Lân	07/02/2005	5.75	7	8.25	35
23	Nguyễn Tiến Long	07/08/2005	7.75	7	8.35	39.2
24	Nguyễn T. Hoàn Mỹ	19/10/2005	6	6.75	8.13	35.01
25	Phạm Hoàng Nam	19/03/2005	6	5.5	6.38	30.26
26	Nguyễn Thị Kim Ngân	12/12/2005	6.25	6.5	6.63	32.26
27	Nguyễn Thị Hồng Ngoan	01/11/2005	5	4.25	6	26.25
28	Ngô Ngọc Quang	03/03/2005	5.75	5.25	6.75	30.25
29	Nguyễn Như Quỳnh	27/07/2005	3.75	4.75	5	22.25
30	Dương Anh Sơn	19/05/2005	5.5	6.75	7.75	33.25
31	Tạ Đức Tâm	11/05/2005	5.75	7	8	34.5
32	Nguyễn Như Thao	26/09/2005	4.5	5	5.38	24.76
33	Trần Mạnh Thắng	07/07/2005	7.5	5	7.75	35.5
34	Nguyễn Khắc Thịnh	26/08/2005	4.25	4.5	4.13	21.26
35	Ngô Xuân Toàn	02/04/2005	4.5	5.75	8.38	31.51
36	Nguyễn Trần Anh Trâm	16/08/2005	6.5	5	5.63	29.26
37	Nguyễn Hữu Khánh	05/06/2005				0
ĐTB chung			5.81	6.17	6.81	31.39

Kết quả môn Toán lớp 9C là 6,81 cao hơn so với bình quân của Thị xã là 6,324

DANH SÁCH ĐIỂM THI VÀO 10 (LỚP 9D)**Năm học 2019-2020**

STT	Họ và tên	Ngày sinh	VĂN	ANH	TOÁN TỔNG	CỘNG CHUNG
1	Nguyễn Thị Phương Anh	31/05/2005	3.5	7.5	6.75	28
2	Ngô Sách Cường	29/03/2005	5.5	6.25	8	33.25
3	Nguyễn Đắc Dương	21/11/2005	5	7.5	5.88	29.26
4	Nguyễn Ngọc Đường	08/01/2005	6	5.25	6.63	30.51
5	Ngô Văn Đại	28/09/2005	5.75	7	8.38	35.26
6	Nguyễn Đức Hào	18/05/2005	5.25	6.5	6.38	29.76
7	Nguyễn Thu Huyền	16/08/2005	5.5	4.5	6	27.5
8	Tạ Thị Thanh Huyền	08/10/2005	4.25	5.5	3.75	21.5
9	Vũ Khải Hưng	20/10/2005	6.75	7.25	4.13	29.01
10	Nguyễn Ngọc Mai Hương	22/10/2005	6.25	5.5	6.75	31.5
11	Nguyễn Mạnh Hưởng	07/02/2005	6.25	8	8	36.5
12	Ngô Thanh Khoa	27/06/2005	5.25	7.5	7.25	32.5
13	Nguyễn Trung Kiên	26/06/2005	7	7.5	7.5	36.5
14	Ngô Phương Lam	19/10/2005	4.75	5.5	5.38	25.76
15	Nguyễn Thị Lành	20/12/2005	5.75	5.5	5	27
16	Nguyễn Huệ Lâm	22/04/2005	7.5	9.25	8.38	41.01
17	Trần Quang Tùng Lâm	01/07/2005	5.75	8	7.75	35
18	Nguyễn Thị Hồng Loan	08/12/2005	6.75	7.5	5.75	32.5
19	Nguyễn Thanh Nghĩa	12/05/2005	2	4.5	1.25	11
20	Nguyễn Bích Ngọc	28/02/2005	5	5.75	4.38	24.51
21	Ngô Thị Nhân	15/01/2005	6	8.5	6.88	34.26
22	Nguyễn Thị Yến Nhi	12/01/2005	5.75	9	5.88	32.26
23	Nguyễn Văn Hoài Phong	09/02/2005	5.5	7.25	4.75	27.75
24	Trần Thị Bích Phượng	29/10/2005	6	7.5	8.25	36
25	Trần Viết Quảng	30/03/2005	6.25	7.5	8	36
26	Ngô Minh Quyết	15/08/2005	6	7.5	7.63	34.76
27	Nguyễn Như Sơn	30/03/2005	4.5	7.5	8.5	33.5
28	Nguyễn Ngọc Thành	12/06/2005	5.5	7.25	7.75	33.75
29	Ngô Thị Hồng Thu	28/06/2005	4.75	7.25	4.38	25.51
30	Ngô Quyết Tiến	12/09/2005	7	6	7.75	35.5
31	Trần Đình Trọng	15/08/2005	3.75	3.5	3.88	18.76
32	Ngô Văn Vui	16/05/2005	7	7.25	8.13	37.51
33	Vũ Thế Anh	08/11/2005				0
34	Vũ Anh Đào	19/09/2004				0
35	Nguyễn Khánh Khanh	11/06/2005				0
36	Hứa Hải Nam	31/05/2005				0
37	Phạm Thị Nghĩa	05/10/2005				0
ĐTB chung			5.55	6.80	6.41	30.73

Kết quả môn Toán lớp 9D là 6,41 cao hơn so với bình quân của Thị xã là 6,324

PHẦN IV. CAM KẾT

Trên đây là nội dung biện pháp thực hiện, kết quả và những bài học kinh nghiệm của đề tài mà bản thân đã rút ra trong quá trình giảng dạy. Nội dung cơ bản của đề tài này là củng cố, khắc sâu thêm hằng đẳng thức ở cả lớp 8 và lớp 9 cho các em, qua đó củng cố và chỉnh sửa những lỗi sai hay mắc trong các bài toán về căn bậc hai để kết quả học môn toán của các em tốt hơn. Đặc biệt đã hình thành và rèn cho các em phương pháp giải một số dạng toán cơ bản về biểu thức chứa căn bậc 2 mà trong đó cách giải có sử dụng hằng đẳng thức. Đồng thời qua đó cũng đã dạy cho các em biết cách suy nghĩ tìm ra con đường hợp lý để giải một bài toán, điều đó có ý nghĩa to lớn trong việc vun đắp lòng say mê học toán của các em.

Mặc dù đã rất cố gắng khi thực hiện đề tài này nhưng tôi cảm thấy vẫn còn thiếu sót. Vậy tôi mong được sự trao đổi, góp ý của các đồng nghiệp, các giáo viên có kinh nghiệm của trường THCS Tam Sơn và Phòng giáo dục - đào tạo Thị Xã Từ Sơn, Sở giáo dục – đào tạo Bắc Ninh để đề tài được hoàn thiện hơn và đạt hiệu quả cao hơn.

Tôi cam kết không sao chép hoặc vi phạm bản quyền, các biện pháp đã triển khai thực hiện và minh chứng về sự tiến bộ của học sinh là trung thực.

Tôi xin trân trọng cảm ơn./.

Tam Sơn, ngày 28 tháng 11 năm 2020

Giáo viên

Nguyễn Thị Tinh