

**Câu 1. (6 điểm)** Tính:

a)  $1152 - (374 + 1152) + (374 - 65)$

b)  $\frac{7}{12} + \frac{5}{6} + \frac{1}{4} - \frac{3}{7} - \frac{5}{12}$

c)  $\frac{11 \cdot 3^{22} \cdot 3^7 - 9^{15}}{(2 \cdot 3^{14})^2}$

d)  $\frac{3}{2^2} \cdot \frac{8}{3^2} \cdot \frac{15}{4^2} \cdots \frac{899}{30^2}$

**Câu 2. (3 điểm)**

a) Tìm  $x$  biết:  $\left( \frac{2}{11 \cdot 13} + \frac{2}{13 \cdot 15} + \cdots + \frac{2}{19 \cdot 21} \right) - x + \frac{221}{231} = \frac{4}{3}$

b) Tìm các số nguyên  $x$  biết:  $\frac{1}{3} + \frac{3}{35} < \frac{x}{210} < \frac{4}{7} + \frac{3}{5} + \frac{1}{3}$

**Câu 3. (3 điểm)**

Tìm số tự nhiên  $a$  nhỏ nhất sao cho  $a$  chia cho 3, cho 5, cho 7 được số dư thứ tự là 2; 4; 6.

**Câu 4. (6 điểm)**

a) Cho  $\angle Oy = 100^\circ$  và  $\angle Oz = 60^\circ$ . Tính số đo  $\angle Om$ , biết  $Om$  là tia phân giác của  $\angle Oz$

b) Cho tam giác  $ABC$  và một đường thẳng  $d$  không đi qua bất kỳ đỉnh nào của tam giác và cắt cạnh  $BC$  của tam giác. Hãy chứng tỏ rằng đường thẳng  $d$  cắt một và chỉ một trong hai cạnh  $AB$  và  $AC$  của tam giác  $ABC$

**Câu 5. (2 điểm)**

$$A = \frac{1}{31} + \frac{1}{32} + \frac{1}{33} + \dots + \frac{1}{59} + \frac{1}{60}$$

Cho

$$A < \frac{4}{5}$$

Chứng tỏ rằng:

## ĐÁP ÁN

### Bài 1.

$$\begin{aligned} a) & 1152 - (374 + 1152) + (374 - 65) \\ & = 1152 - 374 - 1152 + 374 - 65 \\ & = (1152 - 1152) + (374 - 374) + (-65) \\ & = -65 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) & \frac{7}{12} + \frac{5}{6} + \frac{1}{4} - \frac{3}{7} - \frac{5}{12} \\ & = \frac{7}{12} - \frac{5}{12} + \frac{5}{6} + \frac{1}{4} - \frac{3}{7} \\ & = \frac{1}{6} + \frac{5}{6} + \frac{1}{4} - \frac{3}{7} \\ & = 1 + \frac{1}{4} - \frac{3}{7} = \frac{5}{4} - \frac{3}{7} = \frac{23}{28} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c) & \frac{11 \cdot 3^{22} \cdot 3^7 - 9^{15}}{(2 \cdot 3^{14})^2} = \frac{11 \cdot 3^{29} - 3^{30}}{2^2 \cdot 3^{28}} \\ & = \frac{3^{29} \cdot (11 - 3)}{2^2 \cdot 3^{28}} = \frac{3^{29} \cdot 2^3}{2^2 \cdot 3^{28}} = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d) & \frac{3}{2^2} \cdot \frac{8}{3^2} \cdot \frac{15}{4^2} \cdot \dots \cdot \frac{899}{30^2} \\ & = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 2} \cdot \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 3} \cdot \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 4} \cdot \dots \cdot \frac{29 \cdot 31}{30 \cdot 30} \\ & = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 29}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 30} \cdot \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 31}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 30} \\ & = \frac{1}{30} \cdot \frac{31}{2} = \frac{31}{60} \end{aligned}$$

### Bài 2.

$$a) \left( \frac{2}{11 \cdot 13} + \frac{2}{13 \cdot 15} + \dots + \frac{2}{19 \cdot 21} \right) - x + \frac{221}{231} = \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow \left( \frac{1}{11} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15} + \dots + \frac{1}{19} - \frac{1}{21} \right) - x + \frac{221}{231} = \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow \left( \frac{1}{11} - \frac{1}{21} \right) - x + \frac{221}{231} = \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{10}{231} + \frac{221}{231} - x = \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow 1 - x = \frac{4}{3} \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$$

$$b) \frac{1}{3} + \frac{3}{35} = \frac{44}{105} = \frac{88}{210}$$

$$\frac{4}{7} + \frac{3}{5} + \frac{1}{3} = \frac{158}{105} = \frac{316}{210}$$

$$\frac{88}{210} < \frac{x}{210} < \frac{316}{210}$$

$$\Leftrightarrow 88 < x < 316, \text{ mà } x \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow x \in \{89; 90; \dots; 315\}$$

### Bài 3.

$$a \text{ chia cho 3 dư 2} \Rightarrow a = 3k + 2 \Rightarrow a + 1 \in B(3)$$

$$a \text{ chia cho 5 dư 4} \Rightarrow a = 5p + 4 \Rightarrow a + 1 \in B(5)$$

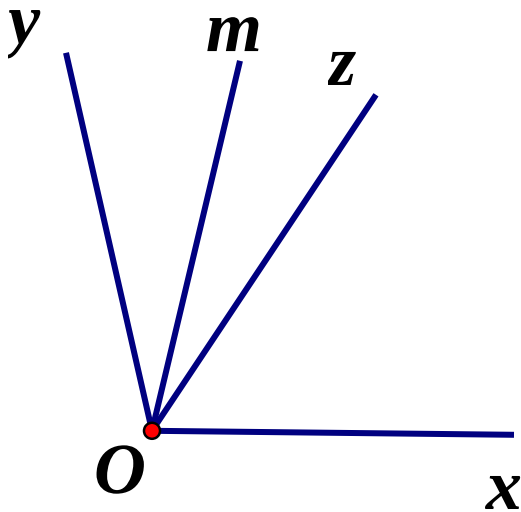
$$a \text{ chia cho 7 dư 6} \Rightarrow a = 7q + 6 \Rightarrow a + 1 \in B(7)$$

$$\Rightarrow a + 1 \in BC(3;5;7), \text{ mà } a \text{ nhỏ nhất nên } a + 1 \text{ là} \\ BCNN(3,5,7) = 105 \Rightarrow a + 1 = 105 \Rightarrow a = 104$$

### Bài 4.

\*Học sinh vẽ hình đúng 2 trường hợp cho 0,5 điểm

a) Trường hợp 1: Tia  $Oy$ , tia  $Oz$  cùng nằm trên một nửa mặt phẳng bờ chứa tia  $Ox$



$$\angle xOz < \angle xOy (60^\circ < 100^\circ) \Rightarrow \text{Tia } Oz \text{ nằm giữa hai tia } Ox, Oy$$

$$\Rightarrow \angle xOz + \angle zOy = \angle xOy \Leftrightarrow 60^\circ + \angle zOy = 100^\circ \Rightarrow \angle yOz = 40^\circ$$

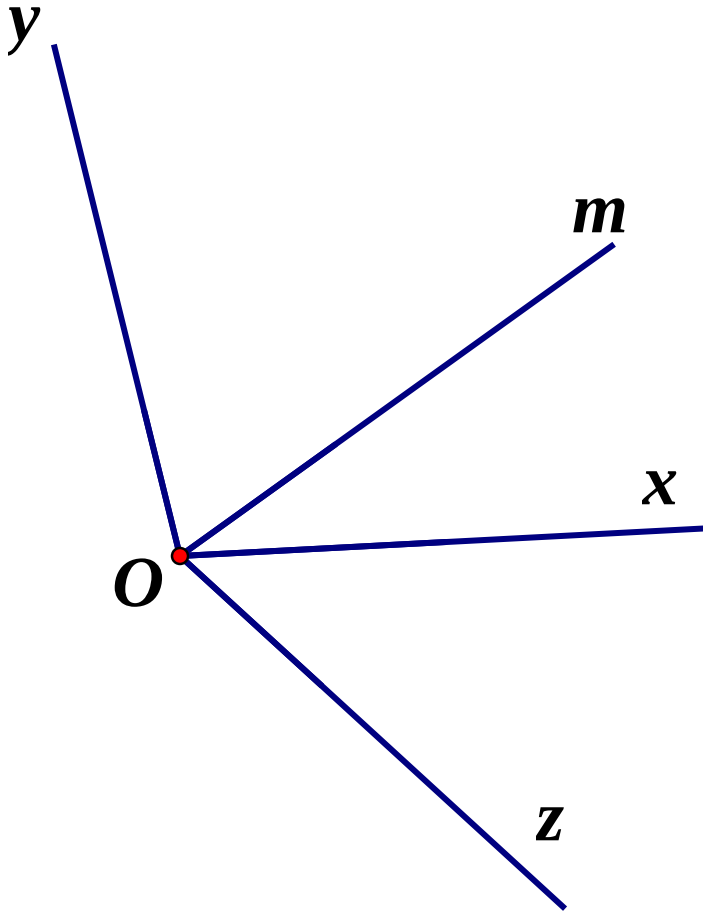
$$\angle yOz \Rightarrow \angle yOm = \angle mOz = \frac{\angle yOz}{2} = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$$

+) Tia  $Om$  là tia phân giác của

$\angle yOm < \angle yOx (20^\circ < 100^\circ) \Rightarrow$   
 +) Tia  $Om$  nằm giữa hai tia  $Oy, Ox$

$$\Rightarrow \angle yOm + \angle mOx = \angle xOy \Leftrightarrow 20^\circ + \angle mOx = 100^\circ \Leftrightarrow \angle mOx = 80^\circ$$

-Trường hợp 2: Tia  $Oz, Oy$  nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ chứa tia  $Ox$



+Ta có :  $\angle xOy + \angle xOz = 160^\circ < 180^\circ$  nên tia  $Ox$  nằm giữa hai tia  $Oy, Oz$

$$\Rightarrow \angle yOz = \angle zOx + \angle xOy = 100^\circ + 60^\circ = 160^\circ$$

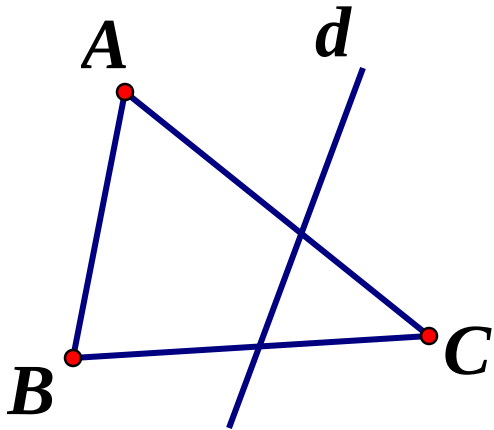
Tia  $Om$  là tia phân giác  $\angle yOz$  nên  $\angle yOm = \frac{160^\circ}{2} = 80^\circ$

$\angle yOm < \angle yOx (80^\circ < 100^\circ)$   
 nên tia  $Om$  nằm giữa hai tia  $Oy, Ox$

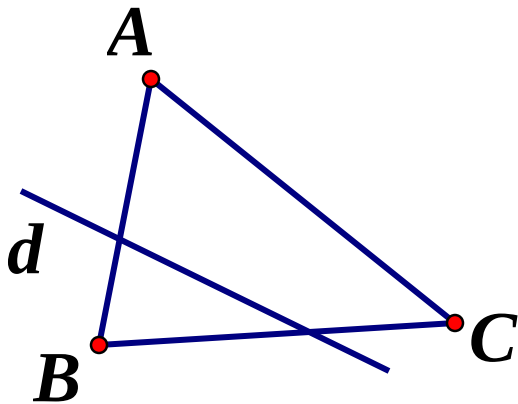
$$\Rightarrow \sphericalangle Om + \sphericalangle mOx = \sphericalangle yOx \Rightarrow 80^\circ + \sphericalangle mOx = 100^\circ \Rightarrow \sphericalangle mOx = 20^\circ$$

b) Đường thẳng  $d$  cắt cạnh  $BC$  và  $B, C \notin d$  nên  $B$  và  $C$  nằm trên hai nửa mặt phẳng đối nhau bờ là đường thẳng  $d$

TH1: Nếu  $A$  thuộc nửa mặt phẳng chứa điểm  $B$  thì  $d$  cắt cạnh  $AC$  mà không cắt cạnh  $AB$



Th2: Nếu  $A$  thuộc nửa mặt phẳng chứa  $C$  thì  $d$  cắt cạnh  $AB$  mà không cắt cạnh  $AC$



Bài 5.

$$\begin{aligned} A &= \left( \frac{1}{31} + \frac{1}{32} + \dots + \frac{1}{40} \right) + \left( \frac{1}{41} + \frac{1}{42} + \dots + \frac{1}{50} \right) + \left( \frac{1}{51} + \dots + \frac{1}{60} \right) \\ &< \left( \frac{1}{30} + \dots + \frac{1}{30} \right) + \left( \frac{1}{40} + \dots + \frac{1}{40} \right) + \left( \frac{1}{50} + \dots + \frac{1}{50} \right) = \frac{10}{30} + \frac{10}{40} + \frac{10}{50} \\ &= \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{47}{60} < \frac{48}{60} = \frac{4}{5} \end{aligned}$$