

Trắc nghiệm đúng sai

Thời gian làm bài: 40 phút (Không kể thời gian giao đề)

Họ tên thí sinh:

Số báo danh:

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?a) Hàm số $f(x)$ có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = 2x - 2$.*b) Hàm số $f(x)$ có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + x + 1$.*c) Hàm số $f(x)$ có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = \frac{(x-1)^3}{3}$.

d) Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(1) = 2$. Khi đó

$$F(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + x + 2$$
Lời giảia) Ta có: $F'(x) = (2x - 2)' = 2 \neq f(x)$ suy ra mệnh đề **sai**

b) Ta có: $F'(x) = \left(\frac{x^3}{3} - x^2 + x + 1 \right)' = x^2 - 2x + 1 = f(x)$ suy ra mệnh đề **đúng**

c) Ta có: $F'(x) = \left(\frac{(x-1)^3}{3} \right)' = (x-1)^2 \cdot (x-1)' = (x-1)^2 = f(x)$ suy ra mệnh đề **đúng**

d) Ta có: $F(x) = \int f(x) dx = \int (x^2 - 2x + 1) dx = \frac{x^3}{3} - x^2 + x + C$

Mặt khác $F(1) = 2 \Leftrightarrow \frac{1^3}{3} - 1^2 + 1 + C = 2 \Leftrightarrow C = \frac{5}{3}$

Vậy $F(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + x + \frac{5}{3}$ suy ra mệnh đề **sai**

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = 2^x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?a) Nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $F(x) = \frac{2^{x+1}}{x+1} + C$.*b) Một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $F(x) = \frac{2^x - 1}{\ln 2}$.*c) Nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + C$.

*d) Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(-2) = 3$. Khi đó

$$F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + 3 - \frac{1}{4 \ln 2}$$
Lời giải

a) Ta có: $F(x) = \int f(x)dx = \int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$ suy ra mệnh đề **sai**

b) Ta có: $F'(x) = \left(\frac{2^x - 1}{\ln 2} \right)' = 2^x = f(x)$ suy ra mệnh đề **đúng**

c) Ta có: $F(x) = \int f(x)dx = \int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$ suy ra mệnh đề **đúng**

d) Ta có: $F(x) = \int f(x)dx = \int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$

Mặt khác $F(-2) = 3 \Leftrightarrow \frac{2^{-2}}{\ln 2} + C = 3 \Leftrightarrow C = 3 - \frac{1}{4 \ln 2}$

Vậy $F(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + 3 - \frac{1}{4 \ln 2}$ suy ra mệnh đề **đúng**

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ xác định trên khoảng $(0; +\infty)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

*a) Hàm số $f(x)$ có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = \ln x$.

b) Hàm số $f(x)$ có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = -\frac{1}{x^2}$.

*c) Hàm số $f(x)$ có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = \ln(e^2 x) - \frac{1}{e}$.

*d) Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(e^3) = 4$. Khi đó $F(x) = \ln x + 1$.

Lời giải

a) Ta có: $F'(x) = (\ln x)' = \frac{1}{x} = f(x)$ suy ra mệnh đề **đúng**

b) Ta có: $F'(x) = \left(-\frac{1}{x^2} \right)' = \frac{2}{x^3} \neq f(x)$ suy ra mệnh đề **sai**

c) Ta có: $F'(x) = \left(\ln(e^2 x) - \frac{1}{e} \right)' = \left(\ln x + 2 - \frac{1}{e} \right)' = \frac{1}{x} = f(x)$ suy ra mệnh đề **đúng**

d) Ta có: $F(x) = \int f(x)dx = \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

Mặt khác $F(e^3) = 4 \Leftrightarrow \ln|e^3| + C = 4 \Leftrightarrow C = 1$

Vậy $F(x) = \ln x + 1$ suy ra mệnh đề **đúng**

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = e^x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ xác định trên khoảng $(0; +\infty)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $f(x)$ có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = \frac{e^{x+1}}{x+1} + \sqrt{x}$.

b) Hàm số $f(x)$ có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = \frac{e^x}{\ln 2} + \sqrt{x} + 1$.

*c) Nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $F(x) = e^x + \sqrt{x} + C$.

d) Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(1)=e-1$. Khi đó $F(x)=e^x+\sqrt{x}+2$.

Lời giải

$$F'(x)=\left(\frac{e^{x+1}}{x+1}+\sqrt{x}\right)'=\frac{xe^{x+1}}{(x+1)^2}+\frac{1}{2\sqrt{x}}\neq f(x)$$

a) Ta có: suy ra mệnh đề **sai**

$$F'(x)=\left(\frac{e^x}{\ln 2}+\sqrt{x}+1\right)'=\frac{e^x}{\ln 2}+\frac{1}{2\sqrt{x}}\neq f(x)$$

b) Ta có: suy ra mệnh đề **sai**

$$F(x)=\int f(x)dx=\int\left(e^x+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)dx=e^x+\sqrt{x}+C$$

c) Ta có: suy ra mệnh đề **đúng**

d) Ta có: $F(1)=e-1\Leftrightarrow e^1+\sqrt{1}+C=e-1\Leftrightarrow C=-2$

Vậy $F(x)=e^x+\sqrt{x}-2$ suy ra mệnh đề **sai**

Câu 5. Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ mặt đất với vận tốc tại thời điểm t ($t=0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên) cho bởi $v(t)=120-9,8t$ (m/s). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Độ cao của viên đạn tại thời điểm t là $h(t)=120t+4,9t^2-3$.

b) Độ cao của viên đạn tại thời điểm $t=2(s)$ là $h(2)=256,6(m)$.

*c) Độ cao của viên đạn tại thời điểm $t=3(s)$ khi đó $h(3)=406,1(m)$.

d) Độ cao của viên đạn khi nó đạt độ cao lớn nhất là $h(t)=2024,1(m)$.

Lời giải

a) Ta có: $h(t)=\int v(t)dt=\int(120-9,8t)dt=120t-4,9t^2+C$

Độ cao của viên đạn tại thời điểm t nên $h(0)=0\Rightarrow C=0$

Vậy $h(t)=120t+4,9t^2$. suy ra mệnh đề **sai**

b) Độ cao của viên đạn tại thời điểm $t=2(s)$ nên $h(2)=259,6(m)$. suy ra mệnh đề **sai**

c) Độ cao của viên đạn tại thời điểm t nên $h(0)=2\Rightarrow C=2$

$\Rightarrow h(t)=120t+4,9t^2+2$. Độ cao của viên đạn tại thời điểm $t=3(s)$ là $h(3)=406,1(m)$

suy ra mệnh đề **đúng**

d) Độ cao của viên đạn khi nó đạt độ cao lớn nhất khi đó vận tốc của viên đạn bằng 0 hay $v(t)=0\Rightarrow 120-9,8t=0\Rightarrow t=\frac{120}{9,8}(s)$

$$h\left(\frac{120}{9,8}\right)=2204,1(m)$$

Vậy suy ra mệnh đề **sai**

Câu 6. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x$ trên $\mathbb{R}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

*a) $F'(x)=f(x), \forall x\in\mathbb{R}$.

b) $F'(x)=1$.

c) $f(x)=\int F'(x)dx$.

*d) $F(x)=\frac{x^2}{2}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x$.

Lời giải

a) Ta có $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy mệnh đề **đúng**.

b) Ta có $F'(x) = f(x) = x$, vậy mệnh đề **sai**.

c) Ta có $\int F'(x)dx = F(x) + C$. Vậy mệnh đề **sai**.

d) Ta có $\int f(x)dx = \int xdx = \frac{x^2}{2} + C$. Chọn $C=0$ nên $F(x) = \frac{x^2}{2}$. Vậy mệnh đề **đúng**.

Câu 7. Một máy bay di chuyển ra đến đường băng và bắt đầu chạy đà để cất cánh. Giả sử vận tốc của máy bay khi chạy đà được cho bởi $v(t) = 5 + 3t \text{ (m/s)}$, với t là thời gian kể từ khi máy bay bắt đầu chạy đà. Sau 30 giây thì máy bay cất cánh trên đường băng. Gọi $s(t)$ là quãng đường máy bay di chuyển được sau t giây kể từ lúc bắt đầu chạy đà. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

*a) $v(t) = s'(t)$.

*b) $s(t) = \frac{3}{2}t^2 + 5t$.

c) $s(1) = \frac{15}{2}$.

*d) Quãng đường máy bay đã di chuyển từ khi bắt đầu chạy đà đến khi rời đường băng là 1500m.

Lời giải

a) Từ ý nghĩa cơ học của đạo hàm, ta có $v(t) = s'(t)$. Vậy mệnh đề **đúng**.

b) ta có $v(t) = s'(t)$. Do đó $s(t)$ là một nguyên hàm của hàm số vận tốc $v(t)$

$s(t) = \int v(t)dt = \int (5 + 3t)dt = \int 5dt + \int 3tdt = \frac{3}{2}t^2 + 5t + C$. Theo đề $s(0) = 0$ nên $C = 0$. Vậy $s(t) = \frac{3}{2}t^2 + 5t$.

Vậy mệnh đề **đúng**.

c) Ta có: $s(t) = \frac{3}{2}t^2 + 5t$

$\Rightarrow s(1) = \frac{3}{2} \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 = \frac{13}{2}$.

Vậy mệnh đề **sai**.

d) Máy bay rời đường băng khi $t=30$ giây nên $s = s(30) = \frac{3}{2} \cdot 30^2 + 5 \cdot 30 = 1500m$.

Quãng đường máy bay đã di chuyển từ khi bắt đầu chạy đà đến khi rời đường băng là 1500m.

Vậy mệnh đề **đúng**.

Câu 8. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+5 & \text{khi } x \geq 1 \\ 4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa $F(0) = 2$ và $F(2) = 15$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

*a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $\mathbb{R}$.

b) $F(3) = 23$.

c) $F(x) = \begin{cases} x^2 + 5x + 10 & \text{khi } x \geq 1 \\ 4x + 3 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

d) $F(-10) + F(10) = 112$.

Lời giải

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$. Vậy mệnh đề **đúng**.

b) Khi $x \geq 1$ thì hàm số $f(x) = 2x + 5$, suy ra $F(x) = \int f(x)dx = \int (2x + 5)dx = x^2 + 5x + C_1$.

Ta có: $F(2) = 15 \Leftrightarrow 2^2 + 5 \cdot 2 + C_1 = 15 \Leftrightarrow C_1 = 1$.

Khi $x \geq 1$, ta có $F(x) = x^2 + 5x + 1 \Rightarrow F(3) = 25$. Vậy mệnh đề **sai**.

c) Khi $x < 1$ thì hàm số $f(x) = 4$, suy ra $F(x) = \int f(x)dx = \int 4dx = 4x + C_2$.

Ta có: $F(0) = 2 \Leftrightarrow 4 \cdot 0 + C_2 = 2 \Leftrightarrow C_2 = 2$

Khi $x < 1$, ta có $F(x) = 4x + 2$

Do đó $F(x) = \begin{cases} x^2 + 5x + 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 4x + 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Vậy mệnh đề **sai**.

d) $F(-10) = 4(-10) + 2 = -38$.

$F(10) = 10^2 + 5 \cdot 10 + 1 = 151$.

$F(-10) + F(10) = 113$. Vậy mệnh đề **sai**.

Câu 9. Cho hai hàm số $f(x) = e^x$ và $g(x) = e^x + 1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

*a) Hàm số $g(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

b) $\int 2f(x)dx = \int 2dx \cdot \int e^x dx$.

*c) $\int (2e^x + 1)dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

d) $\int g(x)dx - \int f(x)dx = 1 + C$.

Lời giải

a) Dễ thấy $g'(x) = (e^x + 1)' = e^x = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $g(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.
Vậy mệnh đề **đúng**.

b)

Ta có: $\int 2f(x)dx = 2 \cdot \int f(x)dx = 2 \int e^x dx$. Vậy mệnh đề **sai**.

c)

Ta có: $\int (2e^x + 1)dx = \int [e^x + (e^x + 1)]dx = \int e^x dx + \int (e^x + 1)dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

Vậy mệnh đề **đúng**.

d)

Ta có: $\int g(x)dx - \int f(x)dx = \int [g(x) - f(x)]dx = \int [(e^x + 1) - e^x]dx = \int dx = x + C$.

Vậy mệnh đề **sai**.

Câu 10. Tại một lễ hội dân gian, tốc độ thay đổi lượng khách tham dự được biểu diễn bằng hàm số $B'(t) = 20t^3 - 300t^2 + 1000t$, trong đó t là tính bằng giờ, $B'(t)$ tính bằng khách/ giờ. Sau một giờ, 500 người đã có mặt tại lễ hội. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $B(t) = 5t^4 - 100t^3 + 500t^2$, biểu diễn số lượng khách tham dự lễ hội, với $0 \leq t \leq 15$.

*b) Sau 3 giờ có 2300 khách tham dự lễ hội.

c) Số lượng khách tham dự lớn nhất là 28230 khách.

*d) Tại thời điểm $t = 15$ giờ thì tốc độ thay đổi lượng khách tham dự lễ hội là lớn nhất.

Lời giải

a) $B(t) = \int B'(t)dt = \int (20t^3 - 300t^2 + 1000t)dt = 5t^4 - 100t^3 + 500t^2 + C$.

$B(1) = 500 \Leftrightarrow 5 \cdot 1^4 - 100 \cdot 1^3 + 500 \cdot 1^2 + C = 500 \Leftrightarrow C = 95$.

$B(t) = 5t^4 - 100t^3 + 500t^2 + 95$.

Vậy mệnh đề **sai**.

b)

Ta có: $B(t) = 5t^4 - 100t^3 + 500t^2 + 95$.

$$B(3) = 5.3^4 - 100.3^3 + 500.3^2 + 95 = 2300$$

Vậy sau 3 giờ có 2300 khách tham dự.

Vậy mệnh đề **đúng**.

c) Ta có: $B(t) = 5t^4 - 100t^3 + 500t^2 + 95$.

Bài toán dẫn tới tìm GTLN của hàm số $B(t)$ với $0 \leq t \leq 15$

$$B'(t) = 0 \Leftrightarrow 20t^3 - 300t^2 + 1000t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 5 \\ t = 10 \end{cases}$$

Ta có: $B(0) = 95, B(5) = 3220, B(10) = 95, B(15) = 28220$.

$$\max_{[0;15]} B(x) = 28220$$

Vậy mệnh đề **sai**.

d)

Bài toán dẫn tới tìm GTLN của hàm số $B'(t)$ với $0 \leq t \leq 15$

$$B''(t) = 60t^2 - 600t + 1000$$

$$B''(t) = 0 \Leftrightarrow 60t^2 - 600t + 1000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{15 - 5\sqrt{3}}{3} \\ t_2 = \frac{15 + 5\sqrt{3}}{3} \end{cases}$$

Ta có:

$$B'(0) = 1000, B'(t_1) = 962,25, B'(t_2) = -962,25, B'(15) = 15000$$

$$\max_{[0;15]} B'(x) = 15000 \text{ khi } t = 15.$$

Vậy mệnh đề **đúng**.

Câu 11. Cho hàm số $f(x) = e^x + x + 1$

a) Hàm số $F(x)$ được gọi là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi x thuộc K .

*b) $\int (e^x + x + 1) dx = e^x + x^2 + x + C$

c) $F(x) = e^x + \frac{1}{2}x^2 + x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

*d) Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x + 1$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Khi đó $F(2) = e^2 + 6$.

Lời giải

a) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên tập K . Hàm số $F(x)$ được gọi là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi x thuộc K . Mệnh đề **a đúng**.

b) $\int (e^x + x + 1) dx = e^x + \frac{1}{2}x^2 + x + C$ nên **b sai**.

c) $F'(x) = e^x + x + 1$ do đó $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nên **c đúng**.

d) $F(x) = \int f(x) dx = \int (e^x + x + 1) dx = e^x + \frac{1}{2}x^2 + x + C$

$$F(0) = 2 \Leftrightarrow C = 1 \Rightarrow F(x) = e^x + \frac{1}{2}x^2 + x + 1 \Rightarrow F(2) = e^2 + 5 \text{ nên d sai.}$$

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = 2^x \cdot 3^x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

a) $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx (\forall k \in \mathbb{R})$

b) $\int 2^x \cdot 3^x dx = \int 2^x dx \cdot \int 3^x dx$

*c) $\int 2^x \cdot 3^x dx = \int 6^x dx$

d) $F(x)$ một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=0$. Khi đó $F(1)=0$

Lời giải

a) Hàm số $f(x)$ liên tục trên K . $\int kf(x)dx = k \int f(x)dx (k \neq 0)$ nên **a sai**.

b) $\int f(x) \cdot g(x)dx \neq \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$ nên **b sai**.

c) $\int 2^x \cdot 3^x dx = \int 6^x dx$. Vậy **c đúng**.

d) $\int 2^x \cdot 3^x dx = \int 6^x dx = \frac{6^x}{\ln 6} + C$

$F(0)=1 \Rightarrow \frac{1}{\ln 6} + C = 0 \Rightarrow C = -\frac{1}{\ln 6} \Rightarrow F(x) = \frac{6^x}{\ln 6} - \frac{1}{\ln 6} \Rightarrow F(1) = \frac{5}{\ln 6}$ nên **d sai**.

Câu 13. Cho hàm số $f(x) = \tan^2 x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

*a) $\int f'(x)dx = f(x) + C$

b) $\int \tan^2 x dx = \int \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} dx = \frac{\int \sin^2 x dx}{\int \cos^2 x dx}$

c) $F(x) = \frac{1}{3} \tan^3 x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

d) $\int \tan^2 x dx = x - \tan x + C$

Lời giải

a) Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên K . $\int f'(x)dx = f(x) + C$ nên **a đúng**.

b) $\int \frac{f(x)}{g(x)} dx \neq \frac{\int f(x)dx}{\int g(x)dx}$ nên **b sai**.

c) $F'(x) = 3 \cdot \tan^2 x \cdot (\tan x)' = 3 \tan^2 x \cdot \frac{1}{\cos^2 x} \neq f(x)$ nên $F(x)$ không là nguyên hàm của $f(x)$ do đó **c sai**.

d) $\int \tan^2 x dx = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx = \tan x - x + C$ nên **d sai**.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 6}{2x}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.

*a) Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K thì $F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

b) $\int \frac{x^3 - 3x^2 + 6}{2x} dx = \frac{\int (x^3 - 3x^2 + 6) dx}{\int 2x dx}$

*c) $\int \frac{x^3 - 3x^2 + 6}{2x} dx = \frac{1}{2} \int \frac{x^3 - 3x^2 + 6}{x} dx$

$$d) \int \frac{x^3 - 3x^2 + 6}{2x} dx = \frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 3\ln x + C$$

Lời giải

a) Nếu hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K thì $F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nên **a đúng**.

$$b) \int \frac{f(x)}{g(x)} dx \neq \frac{\int f(x) dx}{\int g(x) dx} \text{ nên b sai.}$$

$$c) \int \frac{x^3 - 3x^2 + 6}{2x} dx = \int \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3 - 3x^2 + 6}{x} dx = \frac{1}{2} \int \frac{x^3 - 3x^2 + 6}{x} dx \text{ nên c đúng}$$

$$d) \int \frac{x^3 - 3x^2 + 6}{2x} dx = \int \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{3}{x} \right) dx = \frac{1}{6}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + 3\ln|x| + C \text{ nên d sai}$$

Câu 15. Một vật chuyển động với gia tốc được cho bởi hàm số $a(t) = 3\cos t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Lúc bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc 3 m/s . Gọi $v = v(t)$ là phương trình vận tốc của vật theo thời gian t . Xét tính đúng – sai của các mệnh đề sau.

$$*a) \int v'(t) dt = v(t) + C \text{ (C là hằng số).}$$

$$*b) \int a(t) dt = v(t) + C \text{ (C là hằng số)}$$

$$c) \text{ Nếu } s = s(t) \text{ là phương trình quãng đường của vật theo thời gian } t \text{ thì } \int v(t) dt = s(t).$$

$$*d) \text{ Phương trình vận tốc của vật là } v(t) = 3\sin t + 3.$$

Lời giải

$$a) \text{ Theo tính chất của nguyên hàm } \int v'(t) dt = v(t) + C \text{ nên a đúng.}$$

$$b) \text{ Vì } v'(t) = a(t) \text{ nên } \int a(t) dt = v(t) + C \text{ do đó b đúng.}$$

$$c) \text{ Vì } s'(t) = v(t) \text{ nên } \int v(t) dt = s(t) + C \text{ do đó c sai.}$$

$$d) v(t) = \int a(t) dt = \int 3\cos t dt = 3\sin t + C$$

Tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc 3 m/s suy ra với $t = 0$ thì $v(t) = 3$ thay vào ta có $C = 3$.

Vậy phương trình vận tốc của vật là $v(t) = 3\sin t + 3$ nên **d đúng**.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{x^2 - 1}$, $f(-2) + f(2) = 0$ và $f\left(-\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

$$*a) \text{ Có } f(x) = \int f'(x) dx$$

$$*b) \text{ Ta có } f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{2}{x^2 - 1} dx = \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C$$

$$*c) \int x f'(x) dx = \ln|x^2 - 1| + C$$

$$*d) f(-3) + f(0) + f(4) = \ln \frac{6}{5} + 1$$

Lời giải

a) Ta có: $f(x) = \int f'(x) dx$ suy ra mệnh đề **đúng**

b) Ta có: Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{2}{x^2 - 1} dx = \int \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) dx = \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + C$
suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Theo đề bài ta có $\int x f'(x) dx = \int \frac{2x}{x^2 - 1} dx = \int \frac{1}{x^2 - 1} d(x^2 - 1) = \ln |x^2 - 1| + C$,
suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int \frac{2}{x^2 - 1} dx = \int \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) dx = \begin{cases} \ln \left(\frac{x-1}{x+1} \right) + C_1 & \text{khi } x < -1 \\ \ln \left(-\frac{x-1}{x+1} \right) + C_2 & \text{khi } -1 < x < 1 \\ \ln \left(\frac{x-1}{x+1} \right) + C_3 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} f(-2) + f(2) = 0 \\ f\left(-\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \ln 3 + C_1 + \ln \frac{1}{3} + C_3 = 0 \\ \ln 3 + C_2 + \ln \frac{1}{3} + C_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 + C_3 = 0 \\ C_2 = 1 \end{cases}$$

Khi đó

$$f(-3) + f(0) + f(4) = \ln 2 + C_1 + C_2 + \ln \frac{3}{5} + C_3 = \ln \frac{6}{5} + 1$$

Do đó

Suy ra mệnh đề **đúng**

Câu 17. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$. Biết $F\left(\frac{\pi}{4} + k\pi\right) = k$ với mọi $k \in \mathbb{Z}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

*a) Có $\int f(x) dx = F(x) + C$

*b) $F'(x) = f(x)$

*c) $F(x) = \tan x + C$

d) $F(0) + F(\pi) + F(2\pi) + \dots + F(10\pi) = 10$

Lời giải

a) Ta có: $\int f(x) dx = F(x) + C$ suy ra mệnh đề **đúng**

b) Ta có: $F'(x) = f(x)$ suy ra mệnh đề **đúng**

c) Theo đề bài ta có $F(x) = \int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$ suy ra mệnh đề **đúng**.

d) Ta có $\int f(x) dx = \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$

$$F(x) = \begin{cases} \tan x + C_0, & x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \\ \tan x + C_1, & x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right) \\ \tan x + C_2, & x \in \left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right) \\ \dots \\ \tan x + C_9, & x \in \left(\frac{17\pi}{2}; \frac{19\pi}{2}\right) \\ \tan x + C_{10}, & x \in \left(\frac{19\pi}{2}; \frac{21\pi}{2}\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F\left(\frac{\pi}{4} + 0\pi\right) = 1 + C_0 = 0 \Rightarrow C_0 = -1 \\ F\left(\frac{\pi}{4} + \pi\right) = 1 + C_1 = 1 \Rightarrow C_1 = 0 \\ F\left(\frac{\pi}{4} + 2\pi\right) = 1 + C_2 = 2 \Rightarrow C_2 = 1 \\ \dots \\ F\left(\frac{\pi}{4} + 9\pi\right) = 1 + C_9 = 9 \Rightarrow C_9 = 8 \\ F\left(\frac{\pi}{4} + 10\pi\right) = 1 + C_{10} = 10 \Rightarrow C_{10} = 9. \end{cases}$$

Suy ra

Vậy $F(0) + F(\pi) + F(2\pi) + \dots + F(10\pi) = \tan 0 - 1 + \tan \pi + \tan 2\pi + 1 + \dots + \tan 10\pi + 9 = 44$.

Suy ra mệnh đề **sai**.

---HẾT---