

Người làm: Đặng Thị Thương

Zalo: Thương - số đt zalo: 0986573875

Email: thuongdhvk48@gmail.com

**CĐ7: ĐA THỨC**

**Dạng 1. Xác định đa thức**

**Câu 1. (HSG 7 huyện Cẩm Khê năm 2017 - 2018)**

$$f(x) = ax + b \quad g(x) = x^2 - x + 1$$

Cho hai đa thức: ;

$$a, b \quad f(1) = g(2) \quad f(-2) = g(1)$$

Hãy xác định biết: và

**Lời giải**

Ta có:  $f(1) = g(2) \Rightarrow a + b = 3$  (1)

$f(-2) = g(1) \Rightarrow -2a + b = 1$  (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow a = \frac{2}{3}, b = \frac{7}{3}$

**Câu 2. (HSG 7 huyện Trục Ninh năm 2017 - 2018)**

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Cho đa thức :

$$f(0) = 0 \quad f(1) = 2017 \quad f(-1) = 2018. \quad a \quad b \quad c$$

Biết , , Tính , ,

**Lời giải**

$$f(0) = c \Rightarrow c = 0$$

Tính được

$$f(1) = a + b + c \Rightarrow a + b + c = 2017 \Rightarrow a + b = 2017$$

$$f(-1) = a - b + c = 2018 \Rightarrow a - b = 2018$$

$$a = \frac{4035}{2} \quad b = -\frac{1}{2}$$

Từ đó tính được ;

**Câu 3. (HSG 7 trường Sương Bình năm 2017 - 2018)**

**(HSG 7 huyện Tân Lạc năm 2015 - 2016)**

$$f(x) = ax^3 + 4x(x^2 - 1) + 8 \quad g(x) = x^3 - 4x(bx + 1) + c - 3$$

Cho ;

Trong đó  $a, b, c$  là các hằng số. Xác định  $a, b, c$  để  $f(x) = g(x)$

**Lời giải**

Biến đổi:

$$f(x) = (a + 4)x^3 - 4x + 8$$

$$g(x) = x^3 - 4bx^2 - 4x + c - 3$$

$$f(x) = g(x) \Rightarrow \begin{cases} a + 4 = 1 \\ -4b = 0 \\ c - 3 = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 0 \\ c = 11 \end{cases}$$

**Câu 4. (HSG 7 trường Hùng Thư năm 2017 - 2018)**

Cho hai đa thức :

$$A = 5xy^2 + 6x - 3x^2y + 7y^2 + 1$$

$$B = 5x + 13xy^2 + 3y^2 - 6x^2y + 5$$

$$A + B; A - B$$

Tính

**Lời giải:**

$$A + B = 18xy^2 - 9x^2y + 10y^2 + 11x + 6$$

$$A - B = -8xy^2 + 3x^2y + 4y^2 + x - 4$$

**Dạng 2. Tính giá trị của đa thức**

**Câu 1. (HSG 7 huyện Sơn Dương năm 2017 – 2018)**

Cho đa thức  $A(x) = x + x^2 + x^3 + \dots + x^{99} + x^{100}$

a) Chứng minh rằng  $x = -1$  là nghiệm của  $A(x)$

b) Tính giá trị của đa thức  $A(x)$  tại  $x = \frac{1}{2}$

**Lời giải**

$$A(-1) = (-1) + (-1)^2 + (-1)^3 + \dots + (-1)^{99} + (-1)^{100}$$

a)  $= -1 + 1 + (-1) + 1 + (-1) + \dots + (-1) + 1 = 0$  (có 50 số  $-1$  và có 50 số  $1$ )

Suy ra  $x = -1$  là nghiệm của đa thức  $A(x)$

b) Với  $x = \frac{1}{2}$  thì giá trị của đa thức  $A$

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{100}}$$

$$\Rightarrow 2A = 2 \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{100}} \right) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}}$$

$$\Rightarrow 2A = \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{98}} + \frac{1}{2^{99}} + \frac{1}{2^{100}} \right) + 1 - \frac{1}{2^{100}} \Rightarrow 2A = A + 1 - \frac{1}{2^{100}}$$

$$\Rightarrow A = 1 - \frac{1}{2^{100}}$$

**Câu 2. (HSG 7 trường Phan Đình Phùng năm 2017 - 2018)**

Cho đa thức  $A = 2x(x - 3) - x(x - 7) - 3(x - 673)$

- a) Tính giá trị của  $A$  khi  $x = 2$ .  
 b) Tìm  $x$  để  $A = 2019$ .

**Lời giải**

$$A = 2x^2 - 6x - x^2 + 7x - 3x + 2019 = x^2 - 2x + 2019$$

Ta có:

- a) Tính giá trị của  $A$  khi  $x = 2$ .

Thay  $x = 2$  vào  $A$  ta được:

$$A = 2^2 - 2 \cdot 2 + 2019 = 2019$$

- b) Tìm  $x$  để  $A = 2019$

$$A = 2019 \Rightarrow x^2 - 2x + 2019 = 2019$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy  $A = 2019$  khi  $x = 0$  hoặc  $x = 2$ .

**Câu 3. (HSG 7 huyện Phù Cát năm 2017 - 2018)**

$$f(x) = ax^5 + bx^3 + 2014x + 1, \quad f(2015) = 2, \quad f(-2015)$$

Cho đa thức biết: Hãy tính

**Lời giải**

$$f(x) = ax^5 + bx^3 + 2014x + 2015$$

Ta có:

$$\Rightarrow f(-x) = a(-x)^5 + b(-x)^3 + 2014(-x) + 2015 = -ax^5 - bx^3 - 2014x + 2015$$

$$\Rightarrow f(x) + f(-x) = 2 \Rightarrow f(2015) + f(-2015) = 2$$

$$\Rightarrow f(-2015) = 2 - f(2015) = 2 - 2 = 0$$

$$f(-2015) = 0$$

Vậy

**Câu 4. (HSG 7 huyện Phù Cát, tỉnh, trường năm 2017 - 2018)**

$$P = 3x^3 + 4x^2 - 8x + 1$$

Cho đa thức

- a) Chứng minh rằng  $x = 1$  là nghiệm của đa thức.

- b) Tính giá trị của  $P$  biết  $x^2 + x - 3 = 0$ .

**Lời giải**

$P(1) = 3.1^3 + 4.1^2 - 8.1 + 1 = 0 \Rightarrow x = 1$  nghiệm của đa thức  $P$ . (đpcm)

a) Ta có

$$x^2 + x = 3$$

b) Rút được

$$P = (3x^3 + 3x^2) + (x^2 + x) - 9x + 1$$

$$= 3x(x^2 + x) + (x^2 + x) - 9x + 1$$

$$= 9x + 3 - 9x + 1 = 4$$

**Câu 5. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường Lê Văn Tám năm 2017 - 2018)**

Cho đa thức  $A = 11x^4y^3z^2 + 20x^2yz - (4xy^2z - 10x^2yz + 3x^4y^3z^2) - (2008xyz^2 + 8x^4y^3z^2)$

a) Xác định bậc của  $A$

b) Tính giá trị của  $A$  nếu  $15x - 2y = 1004z$

**Lời giải**

$A = 30x^2yz - 4xy^2z - 2008xyz^2 \Rightarrow A$  có bậc 4

b) Ta có:  $A = 30x^2yz - 4xy^2z - 2008xyz^2 = 2xyz(15x - 2y - 1004z)$

Vì  $15x - 2y = 1004z$  nên  $15x - 2y - 1004z = 0$

Vậy  $A = 0$ .

**Câu 6. (HSG 7 huyện Thiệu Hóa, tỉnh, trường năm 2016 - 2017)**

Cho đa thức  $f(x) = x^{10} - 101x^9 + 101x^8 - 101x^7 + \dots - 101x + 101$ . Tính  $f(100)$

**Lời giải:**

Ta có:

$$f(x) = x^{10} - 101x^9 + 101x^8 - 101x^7 + \dots - 101x + 101$$

$$= x^{10} - 100x^9 - x^9 + 100x^8 + x^8 - 100x^7 - x^7 + \dots - 101x + 101$$

$$= x^9(x - 100) - x^8(x - 100) + x^7(x - 100) - x^6(x - 100) + \dots + x(x - 100) - (x - 101)$$

$$f(100) = 1$$

Suy ra

**Câu 7. (HSG 7 huyện Thiệu Hóa, tỉnh Thanh Hóa, trường năm 2016 - 2017)**

Tính giá trị biểu thức sau:

$$C = 2x - 2y + 13x^3y^2(x - y) + 15(y^2x - x^2y) + \left(\frac{2015}{2016}\right)^0, \text{ biết } x - y = 0$$

**Lời giải:**

$$C = 2x - 2y + 13x^3y^2(x - y) + 15(y^2x - x^2y) + \left(\frac{2015}{2016}\right)^0$$

$$= 2(x - y) + 13x^3y^2(x - y) - 15xy(x - y) + 1 = 1 \quad (x - y = 0)$$

(Vì  $x - y = 0$ ).

**Câu 8. (HSG 7 Đề giao lưu 2017 - 2018)**

Cho  $x$  là số thực tùy ý thỏa mãn  $x + y + z = 0$  và  $-1 \leq x \leq 1$ ;  $-1 \leq y \leq 1$ ;  $-1 \leq z \leq 1$ . Chứng minh rằng đa thức  $x^2 + y^4 + z^6$  có giá trị không lớn hơn 2.

**Lời giải**

Trong 3 số  $x, y, z$  có ít nhất hai số cùng dấu.

Giả sử  $x, y \geq 0 \Rightarrow z = -x - y \leq 0$

$$\text{Vì } -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1, -1 \leq z \leq 1 \Rightarrow x^2 + y^4 + z^6 \leq |x| + |y| + |z|$$

$$\Rightarrow x^2 + y^4 + z^6 \leq x + y - z$$

$$\Rightarrow x^2 + y^4 + z^6 \leq -2z$$

$$-1 \leq z \leq 1, z \leq 0 \Rightarrow x^2 + y^4 + z^6 \leq 2$$

Vậy  $x^2 + y^4 + z^6 \leq 2$ .

**Câu 9. (HSG 7 tỉnh Đà Nẵng, trường Nguyễn Khuyến năm 2016 - 2017)**

a) Tìm giá trị của  $m$  để đa thức sau là đa thức bậc 3 theo biến  $x$

$$f(x) = (m^2 - 25)x^4 + (20 + 4m)x^3 + 7x^2 - 9$$

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của đa thức  $g(x) = 16x^4 - 72x^2 + 90$

**Lời giải:**

a)  $f(x) = (m^2 - 25)x^4 + (20 + 4m)x^3 + 7x^2 - 9$  là đa thức bậc 3 biến  $x$  khi :

$$\begin{cases} m^2 - 25 = 0 \\ 20 + 4m \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = \pm 5 \\ m \neq -5 \Rightarrow m = 5 \end{cases}$$

Vậy  $m = 5$  thì  $f(x)$  là đa thức bậc 3 biến  $x$

$$g(x) = 16x^4 - 72x^2 + 90 = (4x^2)^2 - 2 \cdot 4x^2 \cdot 9 + 9^2 + 9 = (4x^2 - 9)^2 + 9$$

b)

Với mọi giá trị của  $x$  ta có:

$$(4x^2 - 9)^2 \geq 0 \Rightarrow g(x) = (4x^2 - 9)^2 + 9 \geq 9$$

$$\text{Min}_{g(x)} = 9 \Leftrightarrow 4x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{3}{2}$$

**Câu 10. (HSG 7 huyện Tam Dương năm 2017 - 2018)**

Cho đa thức bậc hai  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $x$  là ẩn,  $a, b, c$  hệ số)

Biết rằng :  $f(0) = 2018$ ,  $f(1) = 2019$ ,  $f(-1) = 2017$ ,  $f(-2019)$ . Tính

**Lời giải**

$$x = 0 \quad f(0) = 2018 \Rightarrow c = 2018$$

Xét :

$$x = 1 \quad f(1) = 2019 \Leftrightarrow a + b + c = 2018 \Leftrightarrow a + b = 1 \quad (1)$$

Xét :

$$x = -1 \quad f(-1) = 2017 \Rightarrow a - b + c = 2017 \Leftrightarrow a - b = -1 \quad (2)$$

Xét :

$$\Rightarrow a = 0 \Rightarrow b = 1$$

Cộng (1) và (2) về theo về

$$f(x) = x + 2018$$

Từ đó tìm được

$$f(-2019) = -1$$

Suy ra .

### Dạng 3. Dấu của đa thức.

### Dạng 4. Tìm giá trị của biến (tham số) để phép chia là phép chia hết

### Dạng 5. Nghiệm của đa thức

#### Câu 1. (HSG 7 huyện, tỉnh, trường Nguyễn Trực 2017- 2018)

Chứng minh rằng đa thức  $f(x) = x^8 - x^5 + x^2 - x + 1$  không có nghiệm.

#### Lời giải

Xét từng khoảng

$$x \leq 0 \quad f(x) \geq 1 > 0$$

+ Xét dẫn đến

$$0 < x < 1 \quad f(x) > 0$$

+ Xét lập luận dẫn đến

$$x \geq 1 \quad f(x) > 0$$

+ Xét lập luận dẫn đến

Trong cả ba khoảng trên đều có  $f(x) \neq 0$  nên đa thức  $f(x)$  không có nghiệm.

#### Câu 2. (HSG 7 trường Sương Bình năm 2017 - 2018)

Chứng minh rằng đa thức :  $f(x) = -4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + x - 1$  không có nghiệm nguyên.

#### Lời giải

Nếu đa thức  $f(x) = -4x^4 + 3x^3 - 2x^2 + x - 1$  có nghiệm thì nghiệm đó là ước của

$$-1) = \{\pm 1\}$$

Mặt khác Ư(

$$f(-1) = -11 \neq 0; f(1) = -3 \neq 0$$

Ta có:

Vậy đa thức đã cho không có nghiệm nguyên.

#### Câu 3. (HSG 7 huyện Phù Cát, trường Ngô Gia Tự năm 2017 - 2018)

$$C = x^{10} - x^5 + x^2 - x + 1$$

Chứng minh đa thức sau không có nghiệm:

#### Lời giải:

$$C = x^{10} - x^5 + x^2 - x + 1$$

Xét đa thức :

$$x = 0 \Rightarrow C = 1 > 0$$

Nếu

$$x < 0 \Rightarrow x^{10} + x^2 + 1 > 0 \quad -x^5 - x > 0 \Rightarrow C > 0$$

Nếu

$$0 < x < 1 \Rightarrow C = x^{10} + x^2(1 - x^3) + (1 - x) > 0$$

Nếu

$$x \geq 1 \Rightarrow C = x^5(x^5 - 1) + x(x - 1) + 1 > 0$$

Nếu

$$C > 0$$

Vậy với mọi  $x$  nên đa thức  $C$  không có nghiệm.

**Câu 4. (HSG 7 trường Kim An năm 2017 - 2018)**

$$x^2 + 4x + 10$$

Chứng minh đa thức không có nghiệm.

**Lời giải:**

$$x^2 + 4x + 10 = x^2 + 2x + 2x + 4 + 6$$

Ta có:

$$= (x + 2)^2 + 6 > 0 \quad (\forall x)$$

$$x^2 + 4x + 10$$

Do đó không có nghiệm.

**Câu 5. (HSG 7 huyện Tam Dương, tỉnh, trường Lê Văn Tám năm 2016 - 2017)**

$$f(x) = 2016x^4 - 32(25k + 2)x^2 + k^2 - 100 \quad k$$

Cho đa thức (với  $k$  là số thực dương cho trước). Biết đa

thức  $f(x)$  có đúng ba nghiệm phân biệt  $a, b, c$  ( $a < b < c$ ) với  $a - c$ .

**Lời giải:**

Ta thấy đa thức  $f(x)$  nếu có nghiệm  $x = a$  ( $a$  khác 0) thì  $x = -a$  cũng là một nghiệm của  $f(x)$  nên  $f(x)$  có 2 nghiệm

Mà đa thức  $f(x)$  có đúng ba nghiệm phân biệt nên một trong ba nghiệm sẽ bằng 0.

Thay  $x = 0$  vào đa thức đã cho ta được:

$$k^2 - 100 = 0 \text{ nên } k = 10 \text{ (vì } k \text{ dương)}$$

Với  $k = 10$

$$\text{Ta có } f(x) = 2016x^4 - 8064x^2 = 2016x^2(x^2 - 4) = 0$$

Từ đó  $f(x)$  sẽ có 3 nghiệm phân biệt là  $a = -2$ ;  $b = 0$ ;  $c = 2$  nên  $a - c = -4$ .

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>