|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **HUYỆN NGHĨA HÀNH** | **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN**  **Môn: Toán 9**  *Thời gian làm bài: 150 phút*  Đề gồm 01 trang |

**Bài 1: (6,0 điểm)**

a) Với n là số nguyên dương. Hãy tìm ƯCLN(21n+4 , 14n+3)

b) Cho a, b, c là các số nguyên sao cho 2a + b; 2b + c; 2c + a là các số chính phương, biết rằng trong ba số chính phương nói trên có một số chia hết cho 3.

Chứng minh rằng: (a - b)(b - c)(c - a) chia hết cho 27.

c) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: x2 + y2 = xy + x + y.

**Bài 2: (3,0 điểm)**

a)Tính giá trị của biểu thức P=

b) Giải phương trình: 

**Bài 3: (4,0 điểm)**

a) Cho x > 0, y > 0 và x + y  1. Chứng minh bất đẳng thức .

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức , với .

**Bài 4: (5,0 điểm)**

Cho tam giác đều ABC có độ dài cạnh bằng a. Gọi M là một điểm nằm ở miềm trong của tam giác. MI MP, MQ theo thứ tự là khoảng cách từ M đến các cạnh BC, AB, AC. Gọi O là trung điểm của cạnh BC. Các điểm D và E thứ tự chuyển động trên các cạnh AB và AC sao cho .

a) Chứng minh MI + MP + MQ không đổi

b) Chứng minh rằng đường thẳng DE luôn tiếp xúc với một đường tròn cố định.

c) Xác định vị trí của các điểm D và E để diện tích tam giác DOE đạt giá trị nhỏ nhất và tính giá trị nhỏ nhất đó theo a.

**Bài 5: (2,0 điểm)**

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết rằng AB = CH.

Chứng minh rằng: .

…………………..Hết…………………..

**(Giám thị coi thi không giải thích gì thêm)**

Họ và tên thí sinh:……………………………………… Số báo sanh:…………………….

Giám thị 1:………………………………….. Giám thị 2: ………………………………...

**HƯỚNG DẪN CHẤM THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Bài** | **Câu** | **Đáp án** | **Điểm** |
| **Bài** 1:  (6,0đ) | a)  (2,0đ) | Đặt d = ƯCLN(21n+4 , 14n+3) , với n∈ N\*). Ta có :  (21n + 4) d và (14n + 3) d  ⇒ 2(21n + 4) d và 3(14n + 3) d  ⇒ [3(14n + 3) - 2(21n + 4)] d  ⇒ (42n + 9 - 42n - 9) d ⇒ 1 d ⇒ d = 1 | 0,5đ  0,5đ  0,5đ  0,5đ |
| b) (2,0đ) | Vì 2a + b; 2b + c; 2c + a là các số chính phương nên ta có thể đặt  2a + b = m2; 2b + c = n2; 2c + a = p2 với m, n, p là các số tự nhiên.  Vì trong các số m2; n2; p2 có một số chia hết cho 3 nên không mất tính tổng quát có thể giả sử m2 chia hết cho 3 (1).  Ta lại có m2 + n2 + p2 = 3a + 3b + 3c chia hết cho 3 (2)  Từ (1) và (2) suy ra n2 + p2 chia hết cho 3. Dễ thấy n và p đều chia hết cho 3.  Do đó 2a + b; 2b + c; 2c + a đều chia hết cho 3.  Từ đó suy ra a, b, c đều chia hết cho 3.  Vậy (a - b)(b - c)(c - a) chia hết cho 27. | 0,5 |
| c) (2,0đ) | x2 + y2 = xy + x + y ⇔ (x - y)2 + (x - 1)2 + (y - 1)2 = 2.  Vì x, y∈ Z nên :   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | | x+y | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | -1 | -1 | -1 | -1 | | x-1 | 1 | -1 | 1 | -1 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 | 1 | -1 | | y-1 | 1 | 1 | -1 | -1 | 1 | -1 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 | | (x;y) | (2;2) |  |  | (0;0) |  | (1;0) | (2;1) |  | (1;2) |  |  | (0;1) | | 0,5đ  0,25đ  0,25đ  0,25đ  0,25đ  0,25đ  0,25đ |
| **Bài** 2:  (3,0đ) | a) (1,0đ) | P=    Vậy P = 2014 | 0,25đ  0,25đ  0,25đ  0,25đ |
| b) (2.0đ) | Điều kiện  x2 - 16x + 66 = (x-8)2 + 2 (1)  (2)  (1) và (2)= 2  Khi  (thoả mãn điều kiện)  vậy x = 8 là nghiệm của phương trình | 0,5đ  0,5đ  0,5đ  0,5đ |
| **Bài** 3:  (4,0đ) | a) (2đ) | Áp dụng bất đẳng thức  , với mọi a > 0; b > 0.  Ta có :    =  (vì ).  Đẳng thức xảy ra khi . | 1,0đ  0,5đ  0,5đ |
| b) (2đ) | Ta có : .  Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho 2 số dương ta được: .  Đẳng thức xảy ra khi  (thỏa mãn điều kiện ).  Vậy min khi . | 0,5đ  0,5đ  0,5đ  0,5đ |
| **Bài** 4  (5,0đ) | a) (1,0đ) | Tính được SABC = SMBC + SMAC + SMAB  ⇒ a.MI + a.MP + a.MQ = ah  ⇒ MI + MP + MQ = h (không đổi) | 0,5đ  0,5đ |
| b) (2,0đ) | Vì  nên  (1).  Tam giác BOD có  nên  (2).  Từ (1) và (2) suy ra .  Do đó  ഗ  (g-g).  Suy ra  (vì OB = OC).  Do đó  ഗ  (c-g-c).  .  .Vẽ OH  AB; OK  DE  (ch-gn)  OH = OK.  Mà OH không đổi nên DE luôn tiếp xúc với đường tròn (O;OH)  cố định. | 0,5đ  0,5đ  0,5đ  0,5đ |
| c) (2,0đ) | c) Vẽ OI  AC, dễ thấy DH = DK = x; EK = EI = y (T/c hai tiếp tuyến cắt nhau).  Do đó DE = x + y; BD = ; CE  (Dễ thấy BH = CI = ).  Vì  ഗ  (g-g) . | 0,5đ  0,5đ  0,5đ  0,5đ |
| **Bài** 5:  (2,0đ) | (2,0đ) | .  Vì tam giác ABC vuông tại A có đường cao AH.  Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:  (vì AB = CH).  Chia hai vế cho BC2 ta được:  .  Tam giác ABC vuông tại A nên ta có  (đpcm). | 0,5đ  0,5đ  0,5đ  0,5đ |