

MỤC LỤC

		2
▶ BÀI 3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ.....		2
		Ⓐ. Tóm tắt kiến thức
2		
		Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản
4		
	• Dạng ❶: Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.....	4
	• Dạng ❷: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.....	4
	• Dạng ❸: Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.....	5
	• Dạng ❹: Ứng dụng thực tế.....	5
		Ⓒ. Dạng toán rèn luyện
5		
	• Dạng ❶: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	5
	• Dạng ❷: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	12
	• Dạng ❸: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	19

BÀI 9. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

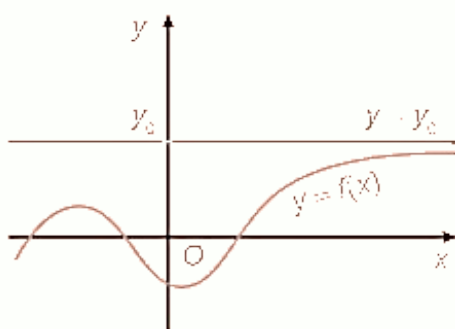
A. Tóm tắt kiến thức

1. ĐƯỜNG TIỆM CẬN NGANG

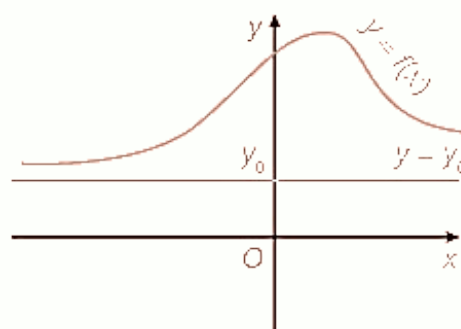
Đường thẳng $y = y_0$ gọi là đường tiệm cận ngang (gọi tắt là tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số

$y = f(x)$ nếu:

✓ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$.



Đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị (khi $x \rightarrow +\infty$).



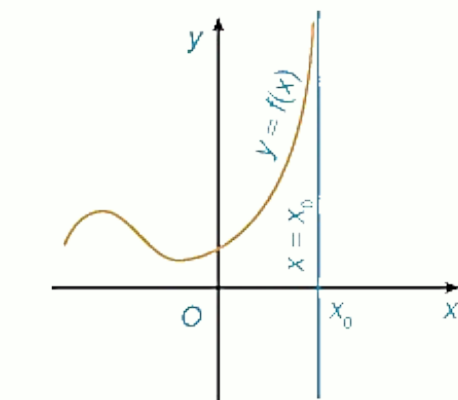
Đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị (khi $x \rightarrow -\infty$).

Hình 1.20

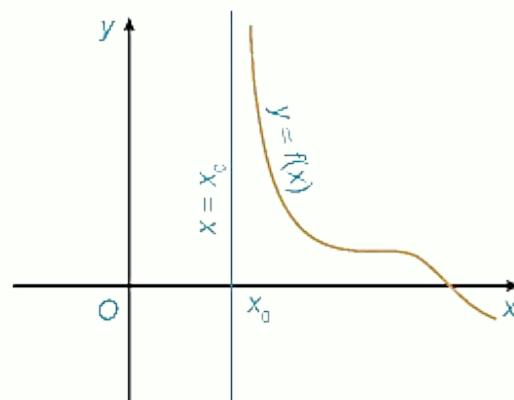
2. ĐƯỜNG TIỆM CẬN ĐỨNG

✍ Đường thẳng $x = x_0$ gọi là đường tiệm cận đứng (gọi tắt là tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

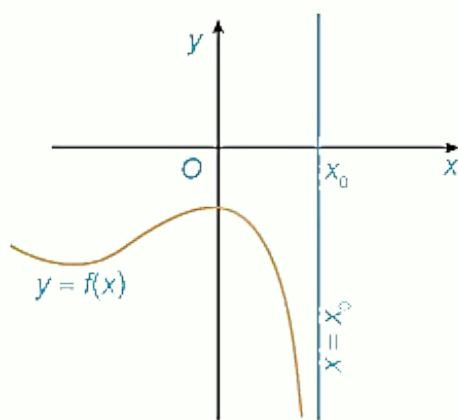
✓ $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$



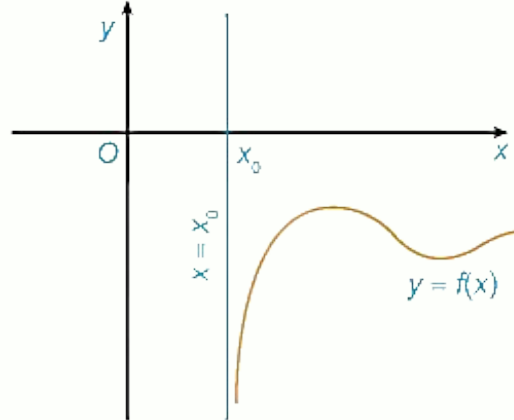
a)



b)



c)



d)

a) và c). Đường thẳng $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị (khi $x \rightarrow x_0$).

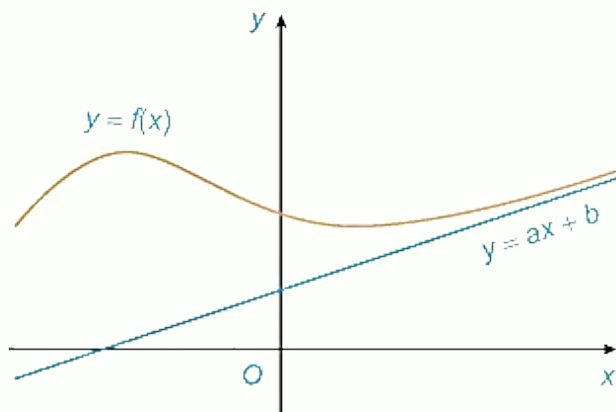
b) và d). Đường thẳng $x = x_0$ là tiệm cận đứng của đồ thị (khi $x \rightarrow x_0$).

Hình 1.23

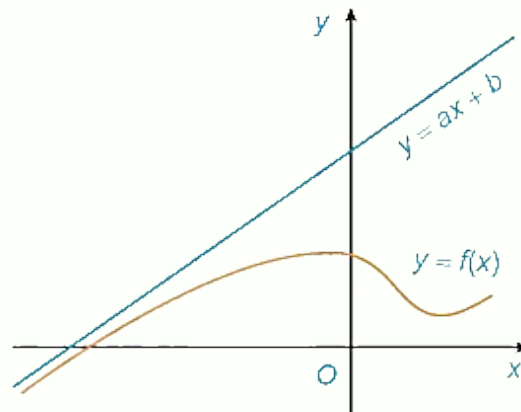
3. ĐƯỜNG TIỆM CẬN XIÊN

✍ Đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) gọi là đường tiệm cận xiên (gọi tắt là tiệm cận xiên) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu:

✓ $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$.



Đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị (khi $x \rightarrow +\infty$).



Đường thẳng $y = ax + b$ là tiệm cận xiên của đồ thị (khi $x \rightarrow -\infty$).

Hình 1.25

B. Phân dạng toán cơ bản

• Dạng ①: Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{3x-2}{x+1}$.

Câu 2: Tìm các tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$.

Câu 3: Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{-2x+1}{x+1}$.

• Dạng ②: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{3-x}{x+2}$.

Câu 2: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2+2}{x}$.

Câu 3: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị các hàm số sau:

a) $y = \frac{x}{x^2 - 1}$; b) $y = \frac{2}{\sqrt{x} - 1}$.

•Dạng ③: Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x + 1}$.

Câu 2: Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{x - 2}$.

Câu 3: Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 2}$.

•Dạng ④: Ứng dụng thực tế

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Để loại bỏ $p\%$ một loài tảo độc khỏi hồ nước, người ta ước tính chi phí bỏ ra là $C(p) = \frac{45p}{100 - p}$ (triệu đồng), với $0 \leq p < 100$. Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $C(p)$ và nêu ý nghĩa của đường tiệm cận này.

Câu 2: Một công ty sản xuất đồ gia dụng ước tính chi phí để sản xuất x (sản phẩm) là $C(x) = 2x + 50$ (triệu đồng). Khi đó, $f(x) = \frac{C(x)}{x}$ là chi phí sản xuất trung bình cho mỗi sản phẩm. Chứng tỏ rằng hàm số $f(x)$ giảm và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. Tính chất này nói lên điều gì?

Câu 3: Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng $144 m^2$.

Biết độ dài một cạnh của mảnh vườn là $x(m)$.

a) Viết biểu thức tính chu vi $P(x)$ (mét) của mảnh vườn.

b) Tìm các tiệm cận của đồ thị hàm số $P(x)$.

©. Dạng toán rèn luyện

•Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	-		-
y	5		$+\infty$
		$-\infty$	2

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** Đồ thị hàm số có hai TCN $y=2$, $y=5$ và có một TCD $x=-1$.
B. Đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận.
C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.
D. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	-3	$+\infty$	$-\infty$	2

- A.** 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	-1	1

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	-	0	+	+
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	$-\infty$

- A.** 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'			+	-
y			$+\infty$	0

Diagram description: A sign chart for a function y=f(x). The x-axis has critical points at -2 and 0. The y-axis has horizontal asymptotes at y=0 and y=+infinity. The region x < -2 is shaded red. Arrows indicate the function goes from -infinity at x=-2 to +infinity at x=0, and then from +infinity at x=0 to 0 as x approaches +infinity.

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$
y'		+	+	+
y	0	$+\infty$	$+\infty$	0

Diagram description: A sign chart for a function y=f(x). The x-axis has critical points at -3 and 3. The y-axis has horizontal asymptotes at y=0 and y=+infinity. Arrows indicate the function goes from 0 at x=-infinity to +infinity at x=-3, then from -infinity at x=-3 to +infinity at x=3, and finally from -infinity at x=3 to 0 as x approaches +infinity.

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 2.

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
y'		-	-	-
y	5	4	$+\infty$	$-\infty$

Diagram description: A sign chart for a function y=f(x). The x-axis has critical points at 2 and 3. The y-axis has horizontal asymptotes at y=5, y=4, and y=+infinity. Arrows indicate the function goes from 5 at x=-infinity to -infinity at x=2, then from 4 at x=2 to -infinity at x=3, and finally from +infinity at x=3 to -infinity as x approaches +infinity.

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho bằng:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. Hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu tiệm cận?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		+	-	+	+
$f(x)$	-3	1	$+\infty$	$+\infty$	3

Diagram description: A sign chart for a function y=f(x). The x-axis has critical points at -1 and 1. The y-axis has horizontal asymptotes at y=1, y=+infinity, and y=3. Arrows indicate the function goes from -3 at x=-infinity to 1 at x=-1, then from +infinity at x=-1 to -2 at x=0, then from +infinity at x=0 to +infinity at x=1, and finally from -infinity at x=1 to 3 as x approaches +infinity.

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	+	0	-
$f(x)$	3	$-\infty$	4	2

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+	+	
y	2	$+\infty$	2

- A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.
 B. Tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng $x = 2$.
 C. Tiệm cận ngang của đồ thị là đường thẳng $x = 1$.
 D. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
y'	-	-	-	
y	5	4	$+\infty$	$-\infty$

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho bằng

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f(x)$	0	$+\infty$	$+\infty$	0

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	1	10	$-\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	
y'		$-$	$-$	0	$+$
y	-1		$+\infty$		1
		$\searrow$	$\searrow$	$\nearrow$	
		$-\infty$	0		

- A. Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.
 B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.
 C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và có giá trị nhỏ nhất bằng 0.
 D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	2	$+\infty$	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 16: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{x+3}$ là

- A. $x = 2$. B. $x = -3$. C. $y = -1$. D. $y = -3$.

Câu 17: Đường thẳng $x = 3$, $y = 2$ lần lượt là tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

- A. $y = \frac{2x-3}{x+3}$. B. $y = \frac{x-3}{x+3}$. C. $y = \frac{3x-1}{x-3}$. D. $y = \frac{2x-3}{x-3}$.

Câu 18: Đồ thị hàm số $y = \frac{1-3x}{x+2}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là:

- A. $x = -2$ và $y = -3$. B. $x = -2$ và $y = 1$.
 C. $x = -2$ và $y = 3$. D. $x = 2$ và $y = 1$.

Câu 19: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2}{-x+3}$ có phương trình là

- A. $y = 0$. B. $y = -2$. C. $x = 3$. D. $x = -2$.

Câu 20: Tìm tọa độ giao điểm của đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+2}$.

- A. $(2; 1)$. B. $(-2; 2)$. C. $(-2; -2)$. D. $(-2; 1)$.

Câu 21: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{6x-3}$ là

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 22: Cho hàm số $y = \frac{3}{x-2}$. Số tiệm cận của đồ thị hàm số là

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 23: Số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x-2}+1}{x^2-3x+2} \text{ là}$$

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 24: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2+3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 25: Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x^2-2}$ là

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 3.

Câu 26: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-3x-4}$ là

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Câu 27: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2+2}}{x-3}$.

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 28: Cho hàm số $y = \frac{x}{x^2-2}$ có đồ thị là đường cong (C). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. (C) có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

B. (C) có hai tiệm cận đứng và không tiệm cận ngang.

C. (C) có hai tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

D. (C) có hai tiệm cận đứng và hai tiệm cận ngang.

Câu 29: Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x-4}}{x-1} \text{ là}$$

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Câu 30: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{x^2-3x+2}{4-x^2} \text{ là}$$

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{3x-9}{x+m}$ có tiệm cận đứng

A. $m \neq -3$.B. $m \neq 3$.C. $m = 3$.D. $m = -3$.

Câu 32: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx-8}{x+2}$ có tiệm cận đứng:

A. $m = 4$.B. $m^1 - 4$.C. $m = -4$.D. $m^1 4$.

Câu 33: Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận đứng là $x=2$ và tiệm cận ngang là $y=3$

Hiệu $a-2b$ có giá trị là

- A. 4. B. 0. C. 1. D. 5.

Câu 34: Tìm m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx-2}{x^2-4}$ có đúng hai đường tiệm cận?

- A. $m=0$. B. $m=1$. C. $m=-1$. D. $m=\pm 1$.

Câu 35: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{x^2+m}$ có hai tiệm cận đứng

- A. $m < 0; m \neq 1$. B. $m < 0$. C. $m > 0; m \neq 1$. D. $m < -1$.

Câu 36: Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ có tiệm cận đứng là $x=2$ và tiệm cận ngang là $y=3$. Giá trị của $a+b$ bằng

- A. 5. B. 4. C. 0. D. 1.

Câu 37: Cho hàm số $y = \frac{mx+1}{x-2m}$ với tham số $m \neq 0$. Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số thuộc đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

- A. $2x+y=0$. B. $y=2x$. C. $x-2y=0$. D. $x+2y=0$.

Câu 38: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số

$y = \frac{mx^3-2}{x^2-3x+2}$ có hai đường tiệm cận đứng.

- A. $\begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq \frac{1}{4} \end{cases}$. B. $m \neq 0$. C. $\begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq \frac{1}{4} \end{cases}$.

Câu 39: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số

$y = \frac{x^2-mx-2m^2}{x-2}$ có đường tiệm cận đứng.

- A. $\begin{cases} m \neq -2 \\ m \neq 1 \end{cases}$. B. Không có m thỏa mãn.

- C. $\begin{cases} m \neq -2 \\ m \neq 1 \end{cases}$. D. $m \in \mathbb{R}$.

Câu 40: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số

$y = \frac{5x-3}{x^2-2mx+1}$ không có tiệm cận đứng.

- A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$. B. $-1 < m < 1$. C. $m = -1$. D. $m = 1$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số

$y = \frac{x^2-3x+2}{x^2-mx-m+5}$

không có đường tiệm cận đứng?

A. 8.

B. 10.

C. 11.

D. 9.

Câu 42: Biết rằng đồ thị của hàm số $y = \frac{(n-3)x+n-2023}{x+m+3}$ (m, n là tham số) nhận trục hoành làm tiệm cận ngang và trục tung làm tiệm cận đứng. Tính tổng $m - 2n$.

A. 0.

B. -3.

C. -9.

D. 6.

Câu 43: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{mx^2-2x+3}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 44: Cho hàm số $y = \frac{x+3}{x^2-6x+m}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang?

A. 0.

B. 9.

C. -27.

D. 9 hoặc -27.

Câu 45: Đồ thị hàm số $y = \frac{1-\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3}$ có số đường tiệm cận đứng là m và số đường tiệm cận ngang là n . Giá trị của $m+n$ là:

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0

•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{2x-1}$ có đồ thị (C). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đường thẳng $y = -3$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C).

b) Đường thẳng $y = \frac{3}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C).

c) Đường thẳng $x = \frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C).

d). Đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C).

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-3}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị có đường tiệm cận đứng $x=3$, tiệm cận ngang $y=3$.

b) Đồ thị có đường tiệm cận đứng $x=2$, tiệm cận ngang $y=2$.

c) Đồ thị có đường tiệm cận đứng $x=2$, tiệm cận ngang $y=3$.

d) Đồ thị có đường tiệm cận đứng $x=3$, tiệm cận ngang $y=2$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.
- Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.
- Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang 1.
- Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận đứng là $x = 3$.
- Đồ thị hàm số có duy nhất một đường tiệm cận ngang.
- Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là $x = 3$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(-5; -1)$ và có $\lim_{x \rightarrow (-5)^+} f(x) = 5$ $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đồ thị hàm số $f(x)$ không có tiệm cận đứng.
- Đồ thị hàm số $f(x)$ có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.
- Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai đường tiệm cận ngang.
- Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = -5$ và $x = -1$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 2$.
- Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 2$.
- Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 0$.
- Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 2$.

Câu 7: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x+1}$ là $y = 3$

b) Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ là $y = 2$

c) Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-1}$ là $x = -2$

d) Đồ thị của hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là $x = -1$

Câu 8: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có đường tiệm cận ngang là $y = 1$

b) Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+x-2}{x-2}$ là $x = 2$

c) Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+2}$ là $x = 3$

d) Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{3x+2}$. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 3$.

Câu 9: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$-$	$-$
$f(x)$	$0 \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow -\infty$	$+\infty \rightarrow -\infty$	$-\infty$

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 3

b) Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-6}{x+1}$ là $y = 2$

c) Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{3-x}$. Vậy kết quả là: $y = \frac{2}{3}$

d) Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x+1} - \frac{3x}{2x-1}$. Vậy kết quả là: $y = -\frac{3}{2}$

Câu 10: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+5}{-3x-1}$ là $y = -\frac{2}{3}$

b) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ là $x = 1$

c) Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sin x}{x}$ là 0

d) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{-3x+2}$ là $y = -\frac{1}{3}$

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

- b) Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
 c) Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là hai đường thẳng $x=2$ và $x=-2$.
 d) Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là hai đường thẳng $y=2$ và $y=-2$.

Câu 12: Cho bảng biến thiên hàm số $y=f(x)$,

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	-		-
y	2	$+\infty$	2

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.
 b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=-1$.
 c) Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
 d) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=2$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)=1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)=-1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
 b) Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
 c) Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.
 d) Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây, trong đó $m \in \mathbb{R}$.

x	$-\infty$	1	2	4	$+\infty$		
y'	-		+	0	-		+
y	$m-1$	$-\infty$	-5	-2	-5	$-\infty$	$3-m$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.
 b) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$.
 c) Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

d) Đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.
- Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây, trong đó $m \in \mathbb{R}$.

x	$-\infty$	1	2	4	$+\infty$		
y'	-		+	0	-		+
y	$m-1$			-2			$3-m$
		$-\infty$	-5		-5	$-\infty$	

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 1 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.
- Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R} \setminus [2]$.
- Đồ thị hàm số có đúng 2 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.
- Đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng và 2 đường tiệm cận ngang với mọi $m \in \mathbb{R}$.

Câu 17: Cho hàm số $y = \frac{x-3}{x^2-9}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là $x = 3$; $x = -3$.
- Đồ thị hàm số chỉ có một tiệm cận đứng là $x = -3$.
- Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.
- Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1$.

Câu 18: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{-x-1} (C)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đồ thị hàm số có hai tiệm cận.
- Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 2$.
- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$.
- Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -2$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-		-	
y	2			$+\infty$	2

$\nearrow$ $-\infty$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $x=1$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $y=2$.
- Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận.
- Đồ thị hàm số không có đường tiệm cận.
- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-		+	0	-	
y	$+\infty$				2		$-\infty$

$\searrow$ -1 $\nearrow$ $-\infty$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang.
- Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.
- Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng.
- Đồ thị hàm số không có tiệm đứng và tiệm cận ngang.

Câu 21: Cho hàm số $y = \frac{2x+1+\sqrt{1+x}}{\sqrt{x^2+x-2}}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.
- Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.
- Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-2$.
- Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là hai đường thẳng $y=-2$ và $y=2$.

Câu 22: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{1-x^2}}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số có tập xác định $D = (-1; 1)$.
- b) Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$.
- c) Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và $x = -1$.
- d) Hàm số có một cực trị.

Câu 23: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2-4}}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
- b) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $y = 1$, $y = -1$ và hai đường tiệm cận ngang là $x = 2$, $x = -2$.
- c) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y = 1$, $y = -1$ và hai đường tiệm cận đứng là $x = 2$, $x = -2$.
- d) Đồ thị hàm số có **đúng** một đường tiệm cận ngang là $y = 1$, hai đường tiệm cận đứng là $x = 2$, $x = -2$.

Câu 24: Cho hàm số $y = \frac{5x-3}{x^2+4x-m}$ với m là tham số thực. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Nếu $m > -4$ đồ thị hàm số có ít nhất một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.
- b) Nếu $m = -4$ đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng.
- c) Với mọi m hàm số luôn có hai tiệm cận đứng.
- d) Nếu $m < -4$ đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang.

Câu 25: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$. M và N là hai điểm thuộc đồ thị của hàm số sao cho hai tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M và N song song với nhau. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hai điểm M và N đối xứng với nhau qua gốc tọa độ.
- b) Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đi qua trung điểm của đoạn thẳng MN .
- c) Hai điểm M và N đối xứng với nhau qua giao điểm của hai đường tiệm cận.
- d) Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua trung điểm của đoạn thẳng MN .

• **Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ đồ thị là (C) . Giao điểm của hai tiệm cận của (C) có tọa độ là:

Trả lời:.....

Câu 2: Tọa độ giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-7}{x+2}$ là

Trả lời:.....

Câu 3: Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng

Trả lời:.....

Câu 4: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x+2}{x^2-1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

Trả lời:.....

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	0 ↘ -4	$+\infty$ ↘ -3	↗ 3	

Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị đã cho bằng

Trả lời:.....

Câu 6: Đường thẳng $y = \frac{1}{3}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Trả lời:.....

Câu 7: Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số?

Trả lời:.....

Câu 8: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-5}{4x-8}$ là

Trả lời:.....

Câu 9: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3}{2x-1}$ là

Trả lời:.....

Câu 10: Tìm phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$.

Trả lời:.....

Câu 11: Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{9-6x}{3x+12}$

Trả lời:.....

Câu 12: Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x+3}$.

Trả lời:.....

Câu 13: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+3x}{x-5}$.

Trả lời:.....

Câu 14: Tìm tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{-2x+1}{x+1}$.

Trả lời:.....

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x) = x + \frac{1}{x+2}$. Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)$.

Trả lời:.....

Câu 16: Tìm tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=f(x)=\frac{x^2-x+2}{x+1}$.

Trả lời:.....

Câu 17: Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)=\frac{x+1}{x-2}$.

Trả lời:.....

Câu 18: Tìm tiệm cận đứng, ngang, xiên (nếu có) của đồ thị mỗi hàm số sau:

a) $y=\frac{x}{2-x}$ b) $y=\frac{2x^2-3x+2}{x-1}$ c) $y=x-3+\frac{1}{x^2}$

Trả lời:.....

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$		3		0	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y=\frac{1}{f(3-x)-2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng

Trả lời:.....

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau. Hỏi đồ thị hàm số đó có mấy tiệm cận.

x	$-\infty$	2		$+\infty$
y'		$-$		$-$
y	2		$+\infty$	-2

Trả lời:.....

Câu 21: Cho hàm số $y=\sqrt{4x-x^2}$, tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số là

Trả lời:.....

Câu 22: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x^2-3x+2}$ là

Trả lời:.....

Câu 23: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} \text{ là}$$

Trả lời:.....

Câu 24: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số

$$y = \frac{x-1}{x^2-2mx+4} \text{ có 3 đường tiệm cận.}$$

Trả lời:.....

Câu 25: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng.

Trả lời:.....

Câu 26: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x}}{x^2-4}$ là

Trả lời:.....

Câu 27: Đường thẳng nào dưới đây là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$$y = \frac{1-4x}{2x-1} ?$$

Trả lời:.....

Câu 28: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị của hàm số $y = \frac{3x-9}{x+m}$ có tiệm cận đứng

Trả lời:.....

Câu 29: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x^2+1}$.

Trả lời:.....

$$y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}$$

Câu 30: Đồ thị hàm số có các đường tiệm cận ngang là

Trả lời:.....

$$y = 1 + \frac{2x + 1}{x + 2}$$

Câu 31: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình là:

Trả lời:.....

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

Trả lời:.....

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và ngang?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	$-$	$-$	0	$+$
y	3	$+\infty$	-2	5

Trả lời:.....

$$y = \frac{x - 3}{\sqrt{x^2 - 9}}$$

Câu 34: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là:

Trả lời:.....

$$y = \frac{mx + \sqrt{x^2 - 2x + 3}}{2x - 1}$$

Câu 35: Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là: $y = 2$.

Trả lời:.....

$$y = \frac{2x + 1}{x + m}$$

Câu 36: Giá trị của m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đi qua $M(2; 3)$ là

Trả lời:.....

$$y = \frac{2x + 1}{x - 3}$$

Câu 37: Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng

Trả lời:.....

$$y = \frac{x - 1}{x^2 + 2(m - 1)x + m^2 - 2}$$

Câu 38: Xác định m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận đứng.

Trả lời:.....

$$y = x + \sqrt{mx^2 + 1}$$

Câu 39: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số có tiệm cận ngang.

Trả lời:.....

Câu 40: Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số

$$y = \frac{x - 1}{mx^2 - 3x + 4}$$

có đúng một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang. Số phần tử của S bằng:

Trả lời:.....

$$y = \frac{5x + 1 - \sqrt{x + 1}}{x^2 + 2x}$$

Câu 41: Đồ thị hàm số có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

Trả lời:.....

Câu 42: Đồ thị hàm số $y = \frac{1 - \sqrt{4 - x^2}}{x^2 - 2x - 3}$ có số đường tiệm cận đứng là m và số đường tiệm cận ngang là n . Giá trị của $m + n$ là

Trả lời:.....

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{mx^2 - 1}{x^2 - 3x + 2}$ có đúng hai đường tiệm cận?

Trả lời:.....

Câu 44: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-10; 10]$ để đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{mx^2 - 4}}{x - 1}$ có ba đường tiệm cận?

Trả lời:.....

Câu 45: Gọi S là tập các giá trị của m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{x - 1}{x^2 - 2mx + m^2 - 2m - 6}$ có đúng hai đường tiệm cận. Số phần tử của S là:

Trả lời:.....

Câu 46: Cho hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ (C). Biết rằng $M_1(x_1; y_1)$ và $M_2(x_2; y_2)$ là hai điểm trên đồ thị (C) có tổng khoảng cách đến hai đường tiệm cận của (C) nhỏ nhất. Tính giá trị $P = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$.

Trả lời:.....

Câu 47: Cho hàm số $y = \frac{2x + 1}{x - 1}$ (C). Tính tổng tung độ các điểm M thỏa mãn M thuộc đồ thị (C) đồng thời khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng của đồ thị (C) bằng khoảng cách từ M đến trục Ox .

Trả lời:.....