**CHỦ ĐỀ 6: TRUNG ĐIỂM CỦA ĐOẠN THẲNG**

**A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ.**

\* Trung điểm M của đoạn thẳng AB là điểm nằm giữa A,B và cách đều hai điểm này( MA = MB)

Cho một đoạn thẳng, yêu cầu tìm trung điểm của đoạn thẳng đó( có thể cho biết số đo hoặc không biết số đo của đoạn thẳng đó).

\* Cách xác định trung điểm của đoạn thẳng: Để xác định trung điểm M của AB thì ta dùng thước đo độ dài đoạn AB rồi xác định vị trí điểm M nằm giữa A , B và chia đoạn AB thành hai ddoanj bằng nhau.

**B. CÁC DẠNG BÀI TẬP.**

**Dạng 1. Tính độ dài đoạn thẳng liên quan tới trung điểm.**

**I/ Phương pháp giải:**

Để tính độ dài đoạn thẳng ta thường sử dụng các nhận xét sau:

- Nếu điểm M nằm giữa hai điểm A,B thì AM + MB = AB

- Nếu M là trung điểm của đoạn thẳng AB thì 

**II/ Các ví dụ.**

**Ví dụ 1.** Vẽ đoạn thẳng .  là điểm nằm giữa  và , .  là trung điểm của . Tính .

**Giải:**



Ta có  nằm giữa  và  nên 

Vì M là trung điểm BC nên 

**Ví dụ 2.** Cho đoạn thẳng .  là điểm nằm giữa  và. Gọi lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng . Tính 

**Giải:**



 là điểm nằm giữa  và  nên 

Mà 

Do đó: 

**III/ Bài tập vận dụng.**

**Bài 1:** Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Tính độ dài hai đoạn thảng AM và MB, biết AB = 4cm.

**Bài 2:** Gọi C là trung điểm của đoạn thẳng AB. Tính độ dài hai đoạn thảng AC và BC, biết AB= 6cm.

**Bài 3:** Cho điểm O thuộc đường thẳng xy. Trên tia Ox lấy điểm M sao cho OM = 4cm. Trên tia Oy lấy điểm N sao cho ON=2cm. Gọi A, B lần lượt là trung điểm của OM và ON.

a) Chứng tỏ O nằm giữa A và B.

b) Tính độ dài đoạn thẳng AB.

**Bài 4:** Cho Ox và Oy là hai tia đối nhau. Trên tia Ox lấy điểm A sao cho OA = 6cm. Trên tia Oy lấy điểm B sao cho OB=3cm. Gọi M vàN lần lượt là trung điểm của OA và OB.

a) Tong ba điểm M,O,N điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại? Vì sao?

b) Tính độ dài các đoạn thẳng OM, ON và MN.

**Bài 5:** Trên Ox lấy hai điểm A,B sao cho OA=2cm, OB =6cm. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳn OB.

a) Tính độ dài đoạn thẳng AB.

b) Chứng tỏ A nằm giữa O và M.

c) Tính đọ dài AM.

**Bài 6:** Trên tia Ox, lấy hai điểm A và B sao cho OA= 4cm, OB = 6cm. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng OB.

a) Tinh độ dài AB.

b) Chứng tỏ M nằm giữa hai điểm O và A.

**Bài 7:** Cho điểm O nằm giữa hai điểm A và B. Gọi M và N theo thứ tự là trung điểm của OA và OB. Tính độ dài MN, biết AB = a

**Bài 8:** Cho đoạn thẳng AB= 6cm. Lấy điểm C thuộc đoạn thẳng AB sao cho AC=4cm. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AC và BC.

a) Tính độ dài MC và NC.

b) Chứng tỏ điểm C nằm giữa hai điểm M và N.

c) Tính độ dài MN.

**Dạng 2: Chứng minh một điểm là trung điểm của một đoạn thằng, chứng minh đẳng thức độ dài có liên quan.**

**I/ Phương pháp giải:**

Để chứng minh M là trung điểm của đoạn thẳng AB, ta thường làm như sau:

Bước 1: Chứng tỏ M nằm giữa A và B.

Bước 2: Chứng tỏ MA = MB

**II/ Các ví dụ.**

**Ví dụ 1.** Trên tia Ox lấy điểm M và N sao cho OM = 3cm, ON = 6cm ( H.30).

1) Chứng tỏ điểm M nằm giữa hai điểm O và N.

2) Chứng tỏ điểm M là trung điểm của đoạn thẳng ON.

**Giải**

1) Điểm M và N cùng thuộc tia Ox, nên tia a

OM và tia ON trùng nhau. Mà OM = 3cm,

ON = 6cm, nên ON > OM

suy ra M phải nằm giữa hai điểm O và N.

2) Vì M nằm giữa hai điểm O và N, nên ta có : ON = OM + MN.

 Thay số ta có : 6 = 3 + MN MN = 6 – 3 = 3(cm).

 Vậy, MN = 3cm.

 Suy ra OM = MN = 3cm.

 Chứng tỏ M là trung điểm của đoạn ON.

**31.** Trên tia  đặt . Chứng tỏ rằng  là trung điểm của đoạn thẳng 

**Giải:**

 nằm giữa  và ; .

**32.** Cho  điểm  sao cho . Chứng tỏ rằng  là trung điểm .

**Giải:**



Nên  nằm giữa  và  (1)

Mà  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  là trung điểm .

**34.** Trên tia  lấy .  là trung điểm của đoạn thẳng . Chứng minh: 

**Giải:**

****

 nằm giữa  và ,  nằm giữa  và , nằm giữa  và 





**35.** Cho đoạn thẳng .  là trung điểm của đoạn thẳng .  là điểm nằm giữa  và . Chứng tỏ: 

**Giải:**





Lại có: AC = BC

Nên 

**37.** Trên đường thẳng xy lần lượt lấy  điểm sao cho .

a) Chứng minh: 

b) Gọi lần lượt là trung điểm  và . Chứng minh 

**Giải:**



a)



Mà 

Nên 

b)



**B/ Bài tập vận dụng**

**Bài 1:** Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho OA=3cm, OB= 6cm.

a, Điểm A nằm giữa hai điểm O và B không? Vì sao?

b, So sánh OA và AB.

c, Điểm A có là trung điểm của đoạn OB không ? Vì sao?

**Bài 2:** Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho OA=4cm, OB= 8cm.

a, Điểm A nằm giữa hai điểm O và B không? Vì sao?

b, So sánh OA và AB.

c, Điểm A có là trung điểm của đoạn OB không ? Vì sao?

**Bài 3:** Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho OA=3cm, OB= 7cm.

a, So sánh OA và AB.

b, Điểm A có là trung điểm của đoạn OB không ? Vì sao?

**Bài 4:** Trên tia Ox lấy hai điểm A và B sao cho OA=4cm, OB= 7cm.

a, So sánh độ dài hai đoạn thẳng OA và AB.

b, Điểm A có là trung điểm của đoạn OB không ? Vì sao?

**Bài 5:** Cho hai tia Ox và Oy đối nhau. Trên tia Ox lấy điểm A sao cho OA=3cm. Trên tia Oy lấy điểm B sao cho OB =6cm. Điểm O có là trung điểm của đoạn thẳng AB không? Vì sao?

**Bài 6:** Cho điểm O thuộc đường thẳng xy . Trên tia Ox lấy điểm A sao cho OA=3cm. Trên tia Oy lấy điểm B sao cho OB=3cm. Điểm O có là trung điểm của đoạn thẳng AB không? Vì sao?

**Bài 7:** Cho đoạn thẳng AB = 8cm, lấy điểm C thuộc đoạn thẳng AB sao cho BC= 5cm.

a, Tính độ dài đoạn thẳng AC.

b, Trên tia đối của tia AB lấy điểm D sao cho AD=3cm. Chứng tỏ A là trung điểm của đoạn thẳng CD.

**Bài 8:**  Cho đoạn thẳng AB = 8cm, lấy điểm C thuộc đoạn thẳng AB sao cho AC= 3cm.

a, Tính độ dài đoạn thẳng BC.

b, Trên tia đối của tia BC lấy điểm D sao cho AD=5cm. Chứng tỏ B là trung điểm của đoạn thẳng CD.

**C/ BÀI TẬP TỔNG HỢP.**

**Bài 1.** Cho đường thẳng xy và điểm O trên đường thẳng xy. Lấy hai điểm A và B trên đường thẳng xy sao cho OA = 6cm , OB = 3cm.

a) trong ba điểm O, A, B điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại?

b) Tính độ dài đoạn thẳng AB.

c) Trường hợp nào thì điểm B là trung điểm của đoạn thẳng OA?

**Bài 2.** Cho đoạn thẳng MN = 8cm và điểm O nằm giữa hai điểm M và N. Gọi E là trung điểm của đoạn thẳng MO, F là trung điểm của đoạn thẳng ON.

a) Tính độ dài đoạn thẳng EF.

b) Điều kiện về điểm O ở trên phải thêm điều kiện gì để điểm O là trung điểm của đoạn thẳng EF? Tại sao?

**Bài 3.** Cho điểm O nằm trên đường thẳng xy. Trên tia Ox lấy điểm M sao cho OM = 1cm. Trên tia Oy lấy điểm N và điểm P sao cho ON = 1cm, OP = 3cm.

a) Tìm trung điểm của đoạn thẳng MP.

b) Trên tia đối của tia My đặt đoạn MQ = 2cm. Tìm trung điểm của các đoạn thẳng : PQ, MN, NQ.

**Bài 4.** Điểm C là trung điểm của đoạn thẳng AB có độ dài 64cm. Trên tia CA lấy điểm D sao cho CD = 15cm.

a) Hãy tìm độ dài của các đoạn thẳng BD và DA.

b) Điểm D là trung điểm của đoạn thẳng nào ?

**Bài 5.** Trên cùng một đường thẳng đặt đoạn AB = 8cm, BC = 4cm ( biết tia BA và BC là hai tia đối nhau ). Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB, AC, BC.

a) Điểm N là trung điểm của đoạn thẳng nào ? Tại sao?

b) Điểm B là trung điểm của đoạn thẳng nào ? Tại sao?

c) Lấy I là trung điểm của đoạn thẳng MN thì điểm I cũng là trung điểm của đoạn thẳng nào ? Tại sao ?

**Bài 6.** Cho điểm O trên đường thẳng xy. Trên đường thẳng đó đặt các đoạn OA = 2cm, OB = 3cm, rồi lấy điểm E và F sao cho A là trung điểm của đoạn thẳng OE ; B là trung điểm của đoạn thẳng OF. Tính độ dài của đoạn EF.

**Bài 7.** Cho hai tia Ox và Ox’ là hia tia đối nhau. Trên tia Ox lấy hai điểm M và N sao cho OM = 2cm, ON = 6cm. Trên tia Ox’ lấy điểm P sao cho OP = 2cm.

a) Trong ba điểm M, N, O điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại ? Tại sao ?

b) Tia MO trùng với tia nào ? Tia MO là tia đối của tia nào ?

c) Chứng tỏ M là trung điểm của đoạn MP. Điểm O là trung điểm của đoạn thẳng nào ? Vì sao?

**Bài 8.** Cho ba điểm M, N, O : biết độ dài của ba đoạn thẳng đó là MN = 5cm, NO = 4cm, MO = 3cm.

a) Điểm O có nằm giữa hai điểm M và N không ? vì sao?

b) Ba điểm M, N, O có thẳng hàng không ? vì sao?

**Bài 9.** Đoạn thẳng AB= 36 cm được chia thành bốn đoạn thẳng có độ dài không bằng nhau là các đoạn thẳng AM, MN, NP và PB. Gọi E, F, H theo thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng AM, MN, NP và PB. Biết độ dài của đoạn thẳng EH = 30cm. Tính độ dài của đoạn thẳng FG.

**Bài 10.** Các điểm A, B, C nằm trên cùng một đường thẳng. Các điểm M và N lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng AB và AC. Chứng tỏ rằng : BC = 2MN. Bài toán có mấy trường hợp, hãy chứng tỏ từng trường hợp đó.

**Bài 11.** Trả lời các câu hỏi sau:

a) Qua hai điểm tùy ý có thể vẽ được bao nhiêu đường thẳng ?

b) Hai đường thẳng tùy ý có thể có bao nhiêu điểm chung?

c) Đoạn thẳng là gì ? Kí hiệu ?

d) Tia là gì ? Kí hiệu ? Cho hai tia bất kì có thể xảy ra những trường hợp nào?

e) Cho hai đoạn thẳng CA = CB, Điểm C có phải là trung điểm của đoạn AB không ? Tại sao ?

f) Muốn cho C là trung điểm của đoạn thẳng AB thì cần thêm điều kiện gì ?

g) Điểm C chia đoạn thẳng AB thành hai đoạn thẳng. Nếu biết độ dài đoạn thẳng AB và CB thì tìm độ dài đoạn thẳng AC bằng cách nào ?

h) Cách so sánh hai đoạn thẳng như thế nào? Những dụng cụ nào thường đo khoảng cách giữa hai điểm đã cho ?

** Bài 12.** Xem hình vẽ bên cho biết :

a) Hình đó có mấy tia gốc O ? Là những tia nào

b) Những cặp tia nào đối nhau ?

c) Những cặp tia nào trùng nhau ?

d) Có mấy đoạn thẳng ? là những đoạn

thẳng nào ?

**Bài 13.** Cho đoạn thẳng MN = 8cm và điểm O nằm giữa hai điểm M và N.

a) Nếu O là trung điểm của đoạn MN, tính độ dài đoạn OM, ON.

b) Nếu đoạn OM lớn hơn đoạn ON là 2cm, tính độ dài đoạn OM, ON.

**Bài 14.** Cho ba điểm O, M, N thẳng hàng và điểm O nằm giữa hai điểm M và N. trong ba đoạn thẳng OM, ON và MN cần biết số đo của mấy đoạn thẳng để tính được đoạn thẳng còn lại ? Vì sao?

**Bài 15.** Điểm A và B cùng thuộc một đường thẳng a; điểm C nằm giữa hai điểm A và B; điểm D nằm giữa hai điểm C và B.

a) Tìm trên hình vẽ những tia gốc C đối nhau. Tìm trên hình vẽ những tia gốc C trùng nhau.

b) Hãy chứng tỏ điểm C nằm giữa hai điểm A và D.

**Bài 16.** các điểm A, B, C nằm trên một đoạn thẳng. Biết rằng AB= 12cm, BC = 13,5cm. Độ dài đoạn thẳng AC có thể bằng bao nhiêu? Chỉ rõ từng trường hợp.

**Bài 17.** Trên đường thẳng xy cho trước lấy các điểm O, A và B sao cho OA = 12cm, OB = 9cm. Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm M và N là trung điểm của đoạn OA và OB nếu:

a) Điểm O nằm trên đoạn AB.

b) Điểm O nằm ngoài đoạn AB.

**Bài 18.** Đoạn thẳng AB có độ dài 28cm. Được chia thành ba đoạn thẳng không bằng nhau theo thứ tự AC, CD và DB. E và F là trung điểm của đoạn thẳng AC và DB. Biết độ dài đoạn EF = 16cm. Tìm độ dài đoạn CD.

**Bài 19.** Cho đoạn thẳng AB = 4cm. Trên tia đối của tia BA lấy điểm C sao cho BC = 5cm . Trên tia đối của tia CB lấy điểm D sao cho CD = 4cm

a) Hãy chứng tỏ bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng.

b) So sánh độ dài đoạn thẳng AC và BD.

c) Nếu I là trung điểm của đoạn thẳng BC thì I có phải là trung điểm của đoạn thẳng AD không ? Tại sao?

**Bài 20.** Cho đoạn thẳng AB= 6cm. Trên tia đối của tia AB lấy điểm C. Biết E là trung điểm của đoạn thẳng CA, F là trung điểm của đoạn thẳng CB.

a) Chứng tỏ rằng độ dài đoạn CB lớn hơn độ dài đoạn CA.

b) Tìm độ dài đoạn EF.

**Bài 21.** Buổi họp mặt của một nhóm học sinh gồm 6 bạn. Mỗi bạn đều bắt tay bạn khác một lần. Hỏi tất cả có bao nhiêu cái bắt tay?

**Bài 22.** Cho các điểm bất kì : M, N, P, Q, E, F, O trên cùng một mặt phẳng, trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm xác định được một đoạn thẳng. Hỏi vẽ được tất cả bao nhiêu đoạn thẳng?

**Bài 23.** Đoạn thẳng AB có độ dài bằng a được chia thành hai đoạn thẳng bởi một điểm chia bất kì. Tính khoảng cách giữa hai trung điểm của hai đoạn thẳng đã được chia.

**Bài 24.** Đoạn thẳng AB có độ dài bằng a được chia thành ba đoạn thẳng bởi hai điểm chia P, Q theo thứ tự là đoạn AP, PQ và QB sao cho AP = 2PQ = 2 QB. Tìm khoảng cách giữa

 a) Điểm A và điểm I là trung điểm của QB

 b) Điểm E là trung điểm của đoạn AP và điểm I

**HƯỚNG DẪN**

**Bài 1.**

a) Xảy ra hai trường hợp :

- Trường hợp 1: Hai điểm A và B thuộc hai tia đối nhau ( A ∈ Ox, B ∈ Oy) và ngược lại. khi đó, điểm O nằm giữa hai điểm A và B ( H.a).

- Trường hợp 1: Hai điểm A và B thuộc cùng một tia ( hoặc Ox, hoặc Oy) . Mà OB < OA ( 3cm < 6cm), nên điểm B nằm giữa hai điểm O và A ( H.b).



b)

– Trường hợp 1: AB = 9cm.

 – Trường hợp 2: AB = 3cm.

c) Xét trường hợp 2:

Theo câu a, điểm B nẳm giữa hai điểm O và A, mà OB = 3cm ( đầu bài), BA = 3cm( câu b), nên OB = BA.

Điểm B thỏa mãn hai điều kiện của trung điểm , nên điểm B là trung điểm của đoạn thẳng OA.

** Bài 2.**

a) E là trung điểm của MO, nên E ∈ MO và ME = EO.

Vậy,  (1)

F là trung điểm của ON, nên F ∈ ON và OF = FN, Vậy  (2)

Hai điểm E và F thuộc hai tia đối nhau là OM và ON, nên điểm O nằm giữa hai điểm E và F.

Vậy, ta có : EF = EO + OF (3)

Thay (1), (2) vào (3) ta có : 

Vậy. 

b) Muốn cho O là trung điểm của EF thì phải có thêm điểu kiện OE = OF.

Từ (1) và (2) suy ra :  hay OM = ON. Tức là, O phải là trung điểm của đoạn MN ( không phải là điểm bất kì ).

*Chú ý :*

- Từ kết quả của câu a, ta có thể khái quát : Độ dài của đoạn thẳng EF không phụ thuộc vào vị trí khi chọn điểm O mà luôn luôn bằng nửa đoạn MN.

- Trường hợp câu b là trường hợp đặc biệt : Nếu O là trung điểm của đoạn MN thì O cũng là trung điểm của đoạn EF.

**Bài 3.**a) Hai điểm N và P đều thuộc tia Oy ( đầu bài ) , mà ON < OP ( 1cm < 3cm), nên điểm N nằm giữa hai điểm O và P.



Ta có : OP = ON + NP.

Thay số vào ta có : 3 = 1+ NP → NP = 2 (cm).

Hai điểm M và N thuộc hai tia đối Ox và Oy ( đầu bài ).

Vậy, điểm O nằm giữa hai điểm M và N. ta có :

MN = MO + ON → MN = 1 + 1 → MN = 2 (cm).

Ba điểm M, N, P cùng thuộc đường thẳng xy.

Điểm N nằm giữa hai điểm M và P, lại có MN = NP = 2cm.

Vậy, điểm N là trung điểm của đoạn thẳng MP.

b) Tương tự như trên , hãy chứng tỏ :

- Điểm O là trung điểm của đoạn MN và PQ.

- Điểm M là trung điểm của đoạn thẳng QN.

**Bài 4.**

a) Điểm C là trung điểm của đoạn AB ( đầu bài), nên ta có:





- Điểm D thuộc tia CA, mà CD < CA ( 15cm < 32cm), nên điểm D nằm giữa hai điểm A và C.

Ta có : AC = AD + DC.

Thay số vào ta có: 

- Điểm D thuộc tia CA, là tia đối của tia CB, nên điểm C nằm giữa hai điểm D và B.

Ta có : DB = DC + CB => DB = 15 + 32 = 47 cm.

b) Điểm D không phải là trung điểm của đoạn thẳng nào trong hình vẽ. Vì :

- D nằm giữa A và C, mà DC = 15(cm) ≠;

- D nằm giữa A và B, mà AD = 17(cm) ≠.

**Bài 5.**

a) Điểm N là trung điểm của đoạn thẳng MB và AC.

b) Điểm B là trung điểm của đoạn thẳng NP và MC.

c) Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AP.

**Bài 6.** Khi vẽ ta có hai trường hợp:

-Trường hợp 1 : Hai điểm A và B thuộc hai tia đối nhau ( A ∈ Ox, B ∈ Oy hoặc ngược lại).

Ta tính được EF = 10 cm.

-Trường hợp 2 : Hai điểm A và B cùng thuộc một tia Oy ( hoặc tia Ox).

Ta tính được EF = 2cm.

**Bài 7.**

a) Hai điểm M và N cùng nằm trên tia Ox, mà OM < ON ( 2cm < 6 cm).

Vậy, điểm M nằm giữa hai điểm O và N.



b) Tia MO trùng với tia MP và tia Mx’. Tia MO là tia đối của tia MN và tia Mx.

c) Muốn chứng tỏ M là trung điểm của đoạn thẳng NP ta phải chứng tỏ điểm M nằm giữa hai điểm N và P, và NM = MP. Thật vậy :

- Theo câu a, điểm M nằm giữa hai điểm O và N. theo đầu bài, điểm N và P thuộc hai tia Ox và Ox’ đối nhau. Vậy, điểm M phải nằm giữa hai điểm N và P.

- Từ câu a ta có : ON = NM + MO.

Thay số vào ta có :  (1)

 - Theo đầu bài M ∈ Ox, P ∈ Ox’. Vậy, điểm O nằm giữa hai điểm M và P.

Ta có : MP = MO + OP.

Thay số vào ta có :  (2)

- Từ (1) và (2) có NM = MP = 4(cm). Điểm M thỏa mãn hai điều kiện của trung điểm. Vậy, M là trung điểm của đoạn thẳng NP.

**Bài 8.**

a) Giả sử điểm O nằm giữa hai điểm M và N, ta có : MN = MO + ON.

Thay số vào ta có : 5 = 3 + 4 => vô lí.

Vậy, O không thể nằm giữa hai điểm M và N.

b) Giả sử điểm M nằm giữa hai điểm O và N, ta có : ON = OM + MN.

Thay số vào ta có 4 = 3 + 5 vô lí.

Giả sử điểm N nằm giữa hai điểm còn lại là O và M, ta có :

OM = ON + NM.

Thay số vào ta có 3 = 4 + 5 vô lí.

Vậy, theo câu a : O không thể nằm giữa hai điểm M và N; theo câu b: M không thể nằm giữa hai điểm O và N; và N không thể nằm giữa hai điểm O và M.

Ta không chỉ ra được một điểm nào nằm giữa hai điểm còn lại. Vậy, ba điểm O, M, N với ba khoảng cách trên không thể thẳng hàng được.

**Bài 9.**

-Theo đầu bài : AB = 36 cm, EH = 30 cm.

Vậy AE + HB = 36 – 30 = 6(cm).

Mà  (1) ;  (2) (E và H là trung điểm của AM và PB)



Từ (1) và (2) ta có :



Mà AE + HB = 6(cm) , nên 

Vậy, MP = AB – ( AM +PB ) = 36 – 12 →MP = 24 (cm).

-Theo đầu bài : F là trung điểm của MN, nên  (3)

Và G là trung điểm của NP, nên  (4)

Từ (3) và (4) suy ra :

 (5)

Theo thứ tự lấy các điểm chia và thứ tự lấy trung điểm các đoạn thẳng, thì N là điểm nằm giữa hai điểm F và G; N là điểm nằm giữa hai điểm M và P.

Vậy FN + NG = FG và MN + NP = MP.

Thay vào (5) ta có : .

Vậy độ dài đoạn thẳng FG là 12 cm.

**Bài 10.** Khi vẽ hình có hai trường hợp:

- Trường hợp 1( H.a) : Hai điểm B và C ở cùng phía với A, tức là hai tia AB và AC trùng nhau.

Trường hợp này có thể chia làm hai trường hợp nhỏ là : AB > AC, AC > AB ( hai trường hợp chứng minh tương tự ).

Ta chứng tỏ AB < AC:

N là trung điểm của AC, nên :  (1)

M là trung điểm của AB, nên :  (2)

Từ (1) và (2) ta có :

 (3)

Ta xét AB < AC, nêm điểm B nằm giữa hai điểm A và C.

Ta có : AC = AB + BC => BC = AC - AB (4)

AB < AC => AM < AN nên điểm M nằm giữa hai điểm A và N.

Ta có AN = AM + MN => MN = AN - AM (5)

Thay (4) và (5) vào (3), ta có: MN = BC/2 hay BC = 2MN



- Trường hợp 2 ( H.b) : Hai điểm B và C thuộc hai tia đối AB và AC. Suy ra hai trung điểm cũng thuộc hai tia đối nhau.

M là trung điểm của AB, nên :  (6)

N là trung điểm của AC, nên :  (7)

Từ ( 6) và (7) có :

 (8)

Mà AB và AC là hai tia đối nhau, nên điểm A nằm giữa hai điểm B và C.

Ta có : BC = BA + AC (9)

M ∈ AB và N∈ AC là hai tia đối, nên điểm A nằm giữa hai điểm M và N và ta có :

MN = AM + AN (10)

Thay (9) và (10) vào (8), ta có :  hay BC = 2MN.

**Bài 11**. Học sinh tự làm.

**Bài 12**.

a) Có 6 tia chung gốc O là các tia OA, Ox, OB, Oy, OC và Oz.

b)

- Tại gốc A có tia Ax là tia đối của các tia Ay, AO và AB.

– Tại gốc O có tia Ox là tia đối của các tia OB và Oy.

– Tại gốc B có tia By là tia đối của các tia Bx, BA và BO.

– Tại gốc C có tia Cz là tia đối của tia CO.

c)

– Tại gốc O có tia OA trùng với tia Ox, tia OB trùng với tia Oy và tia OC trùng với tia Oz.

– Tại gốc A có tia AO trùng với các tia AB và Ay.

– Tại gốc B có tia BO trùng với các tia BA và Bx.

d) Có 4 đoạn thẳng là các đoạn OA, OB, OC và AB.

**Bài 13.**

a) Nếu O là trung điểm của đoạn thẳng MN thì ta có : .

b) O nằm giữa hai điểm M và N, nên : MN = MO + ON. (1)

mà MO = ON +2, thay vào (1) ta có :

8 = ON + 2 + ON  8 = 2ON + 2  ON = 3(cm).

Vậy OM = 3 + 2 = 5 (cm).

**Bài 14.** Vì O nằm giữa hai điểm M và N, nên ta có : MN = MO + ON

Trong phép tính trên, nếu biết hai số hạng thì tính được số thứ ba. Vậy cần biết độ dài hai đoạn thẳng thì tính được đoạn thẳng còn lại.

**Bài 15.**

1) Tia CA và CD là hai tia đối nhau, tia CA và CB là hai tia đối nhau.

Những tia gốc C trùng nhau là tia CB trùng với tia CD.

2)

– Theo đầu bài, D nằm giữa hai điểm C và B. Vậy, hai tia CD và CB trùng nhau.

– Theo đầu bài, C nằm giữa hai điểm A và B.

Vậy, hai tia CA và CB là hai tia đối nhau.

– Tia CA đối với tia CB, mà tia CB trùng với tia CD.

Vậy, tia CA cũng là tia đối của tia CD.

Suy ra điểm C nằm giữa hai điểm A và D.

**Bài 16.** Xét hai trường hợp :

– Trường hợp 1 ( H.a) : Hai điểm B và C ở hai tia đối nhau AB và AC.

Vậy, điểm A nằm giữa hai điểm B và C.

Ta có: BC = BA + AC.

Thay số vào ta được : 13,5 = 12 + AC.

Vậy AC = 1,5 ( cm).



– Trường hợp 2 ( H.b) : Hai điểm B và C ở cùng phía với điểm A. Vì BC > BA ( 13,5 cm > 12cm), nên không thể xảy ra trường hợp điểm C nằm giữa hai điểm A và B.

Chỉ có thể xảy ra điểm B nằm giữa hai điểm A và C.

Ta có : AC = AB + BC AC = 12 + 13,5 = 25,5 (cm).

Vậy AC = 25,5 (cm).

**Bài 17.** Chia làm hai trường hợp :

- Trường hợp 1: Điểm O nằm giữa hai điểm A và B. Ta có : AB = 21cm.

- Trường hợp 2: Điểm A và B cùng phía với điểm O. Ta có : AB = 3 cm.

**Bài 18.** Đoạn AB được chia thành ba đoạn theo thứ tự AC, CD, DB. Vậy, hai điểm C và D nằm giữa hai điểm A và B, hay đoạn thẳng CD nằm giữa hai đoạn thẳng AC và DB.



E là trung điểm của AC nên  (1)

F là trung điểm của DB nên  (2)

Từ (1) và (2) có : 

Trong đó AE + FB = AB – EF.

Vậy, 

Suy ra: AC + BD = 24 (cm).

Vậy đoạn CD = AB – ( AC + BD ) = 28 – 24 = 4 (cm).

**Bài 19.**

a) Tia BC là tia đối của tia BA, nên ba điểm A, B, C thẳng hàng (cùng nằm trên đường thẳng đi qua B và C).

Tia CB là tia đối của tia CD nên ba điểm B, C, D thẳng hàng (cùng nằm trên đường thẳng đi qua B và C).

Vậy A và D cũng nằm trên đường thẳng qua B và C, nên bốn điểm A, B, C, D thẳng hàng.

b) Tia BC là tia đối của tia BA, nên điểm B nằm giữa hai điểm A và C.

Ta có : AC = AB + BC.

Thay số ta có : AC = 4 + 3 = 7 (cm).

Tia CB là tia đối của tia CD, nêm điểm C nằm giữa hai điểm B và D.

Ta có : BD = BC + CD.

Thay số ta có : BD = 3+4 = 7 (cm).

Vậy AC = BD = 7 cm.

c) I là trung điểm của BC, suy ra :

.

Từ đó ta tính được độ dài đoạn AI và ID để suy ra AI = Id và kết luận I cũng là trung điểm của đoạn AD.

**Bài 20.**

a) Điểm C thuộc tia đối của tia AB, nên điểm A nằm giữa hai điểm B và C.

Vậy ta có : BC = BA + AC.

Độ lớn của các đoạn BC, BA, BC là các số dương, nên tổng hai số phải lớn hơn một số hạng.

Vậy, BC phải lớn hơn AC.

b) F là trung điểm của đoạn CB, nên :  (1)

E là trung điểm của đoạn CA, nên :  (2)

Mà CA < Cb ( câu a), nên CE < CF, chứng tỏ điểm E nằm giữa hai điểm C và F.

Suy ra : CF = CE + EF

EF = CF – CE (3)

Thay (1) và (2) vào (3), ta có : .

Vậy EF = 3 cm.

**Bài 21.** Có thể biểu thị 6cm đó bằng 6 chữ cái khác nhau. Coi mỗi cái bắt tay của hai em là đường thẳng nối hai điểm.

Theo cách giải thứ 2 bài 12 ( chủ đề 2 – Dạng 2), ta có :  ( cái bắt tay).

**Bài 22.** Giải tương tự bài 51.

Ta có số đoạn thẳng vẽ được là  ( đoạn thẳng).

**Bài 23.** Gọi điểm chia đoạn thẳng AB thành hai đoạn là C, thì điểm C phải nằm giữa hai điểm A và B.

 

Ta có : AB = AC + CB.

I là trung điểm của AC, nên :  (1)

Q là trung điểm của CB, nên : CQ = CB / 2 (2)

Tia CA và CB là hai tia đối nhau, mà I ∈ AC, Q ∈ CB, nên C phải nằm giữa I và Q.

Ta có : IQ = IC + CQ (3)

Thay (1), (2) vào (3) có :

 hay 

( a là độ dài đoạn AB).

**Bài 24.**



a) Đoạn AB được chia thành ba đoạn theo thứ tự AP, PQ, QB.

Vậy AB = AP + PQ + QB.

Mà AP = 2 PQ (1)

  (2)

Vậy AB = 2QB + BQ + QB AB = 4QB (3)

I là trung điểm của QB, nên :  (4)

I là trung điểm của QB, mà Q nằm giữa hai điểm A và B, nên I cũng nằm giữa hai điểm A và B.

Vậy ta có : AB = AI + IB (5)

Từ (3) ta có :

.

Vậy  (6)

Thay (6) vào (5) có :



( a là độ dài đoạn AB ).

b) Theo (3) : AB = 4QB.

Theo (1) : 2QB = AP.

Vậy ta suy ra : 

Mà E là trung điểm của AP, nên . (7)

Theo (6) : 

Suy ra QB = , mà PQ + QB, vậy : PQ = . (8)

Theo (6) : .

Mà I là trung điểm của QB, nên .

Thay , có  (9)

Theo đầu bài, đoạn AB được chia thành ba đoạn thẳng theo thứ tự AP, PQ, QB nên

EI = EP + PQ + QI (10)

Thay (7), (8), (9) vào (10) có: EI = + + 

, ( a là độ dài đoạn AB).