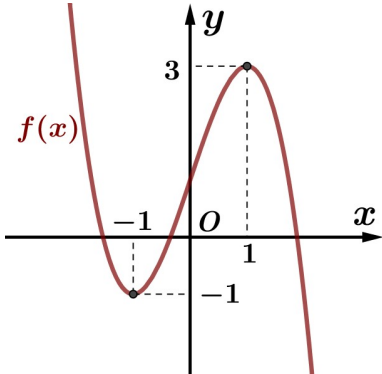


PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 2. Xét hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	-1	0	2	5	
y'	+	0	-	0	+
y	3	4	0	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho đạt GTNN tại $x = -1$ và đạt GTLN tại $x = 5$ trên đoạn $[-1; 5]$.
- B. Hàm số đã cho không tồn tại GTLN trên đoạn $[-1; 5]$.
- C. Hàm số đã cho đạt GTLN tại $x = 0$ trên đoạn $[-1; 5]$.
- D. Hàm số đã cho đạt GTNN tại $x = -1$ và $x = 2$ trên đoạn $[-1; 5]$.

Câu 3. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{5 - 4x}$ trên đoạn $[-1; 1]$ là:

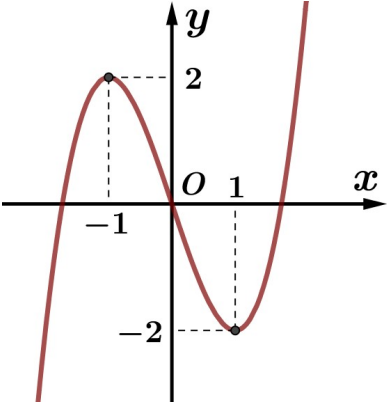
- A. $\max_{[-1; 1]} y = \sqrt{5}$ và $\min_{[-1; 1]} y = 0$.
- B. $\max_{[-1; 1]} y = 3$ và $\min_{[-1; 1]} y = 1$.
- C. $\max_{[-1; 1]} y = 0$ và $\min_{[-1; 1]} y = -\sqrt{5}$.
- D. $\max_{[-1; 1]} y = 1$ và $\min_{[-1; 1]} y = -3$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
- B. Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là $x = 1$ và $x = -1$.
- C. Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$.

D. Đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận ngang.

Câu 5. Đồ thị hình bên là của hàm số nào sau đây?



- A. $y = x^3 + 3x$ B. $y = -x^3 + 2x$ C. $y = x^3 - 3x$ D. $y = -x^3 - 2x$
- Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AC} = \vec{b}$, $\vec{AD} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của đoạn BC . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\vec{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$ B. $\vec{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$
- C. $\vec{DM} = \frac{1}{2}(2\vec{a} + \vec{b} - \vec{c})$ D. $\vec{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$
- Câu 7. Trong không gian Oxyz, cho vector $\vec{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$. Tọa độ của điểm A là:

- A. $(3; -2; 5)$ B. $(-3; -17; 2)$ C. $(3; 17; -2)$ D. $(3; 5; -2)$
- Câu 8. Trong không gian Oxyz, cho $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ và $\vec{v} = (2; -1; 1)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$

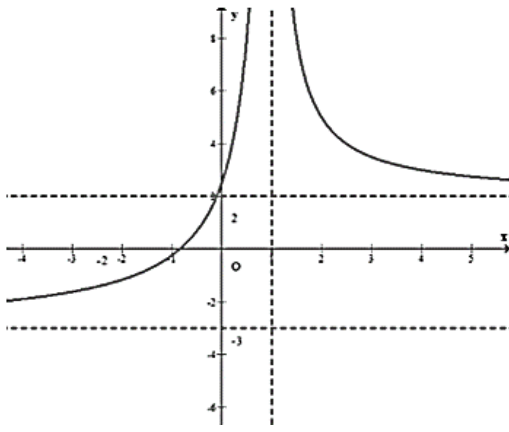
- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2\sqrt{21}$ B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$ C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{2}$ D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -3$
- Câu 9. Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2023 của một số hộ gia đình trong một địa phương được ghi lại ở bảng như sau:

Tổng thu nhập (triệu đồng)	[200; 250)	[250; 300)	[300; 350)	[350; 400)	[400; 450)
Số hộ gia đình	24	62	34	21	9

- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là:
- A. 260,89 B. 338,97 C. 78,08 D. 156,16
- Câu 10. Thống kê lợi nhuận hàng tháng (đơn vị: triệu đồng) trong 20 tháng của một quán ăn được cho ở bảng số liệu ghép nhóm sau:

Lợi nhuận	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Số tháng	2	4	8	4	2

- Độ lệch chuẩn lợi nhuận của mẫu số liệu trên gần với số nào ?
- A. 10 B. 11 C. 10,55 D. 10,95
- Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Phát biểu nào sau đây sai ?



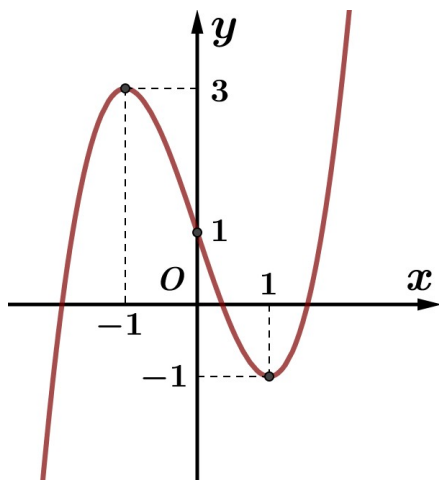
A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên

B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$

C. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$

D. Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $y = -x^3 + 3x + 1$.

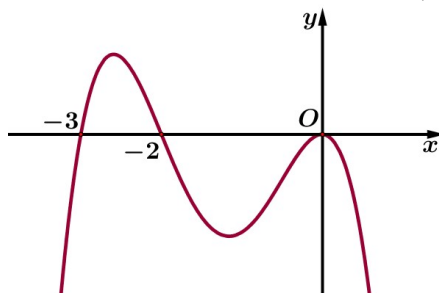
B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

C. $y = x^3 - 3x + 1$.

D. $y = -x^3 + 3x + 1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

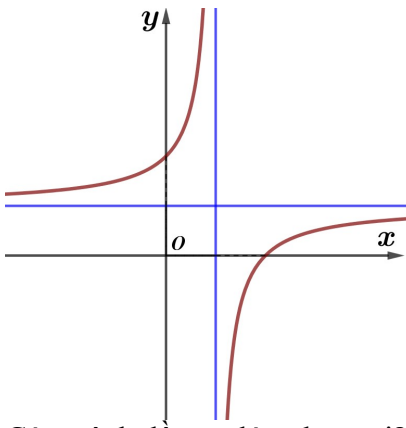
a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; -2)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

c) Hàm số $y = f(x)$ có 3 cực trị

d) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

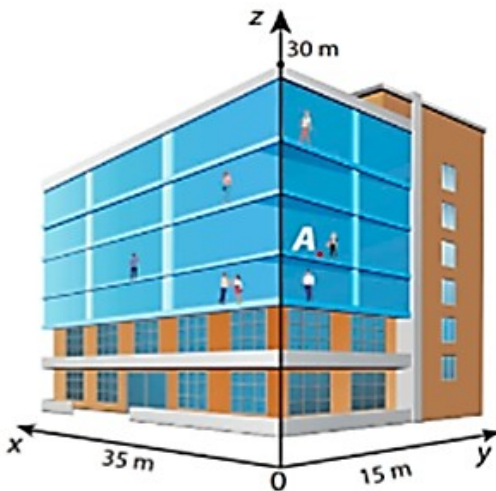
a) $a > 1$

c) $a < -1$

b) $y \in \mathbb{R} \quad \forall x \in \mathbb{R}$

d) $y \in \mathbb{R} \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Câu 3. Một tòa nhà 6 tầng có dạng hình hộp chữ nhật với kích thước chiều dài 35m, chiều rộng 15m, chiều cao 30m. Tất cả các tầng đều cao 5m (đã tính độ dày sàn nhà của các tầng). Người ta định vị các vị trí trong tòa nhà dựa vào một hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ. Tòa nhà có hai cột phát wifi: vị trí $A(0; 7; 15)$, vị trí $B(35; 7; 15)$. Mỗi wifi có thể phát sóng bán kính phạm vi 25 mét. Cho biết các nhân viên: chị Hương ở tầng 1 tọa độ $(17; 0; 1)$, chị Lan ở tầng 6 tọa độ $(0; 15; 26)$, anh Ninh ở tầng 6 tọa độ $(17; 15; 26)$. Mỗi nhân viên đều sử dụng thiết bị kết nối với wifi. Mỗi kết luận sau đúng hay sai?



a) Tất cả ba nhân viên trên đều kết nối được với wifi ở vị trí A .

b) Chị Hương kết nối được với wifi của cả hai vị trí A và B .

c) Anh Ninh không kết nối được với wifi của vị trí B .

d) Chị Lan không kết nối được với wifi của vị trí B .

Câu 4. Nhà máy đường kiểm tra khối lượng các gói đường do một máy đóng gói tự động thực hiện để kết luận máy vận hành tốt hay không. Kết quả kiểm tra được biểu diễn trong bảng dưới đây:

Khối lượng (g)	Số gói
[494; 496)	2
[496; 498)	6
[498; 500)	8
[500; 502)	32
[502; 504)	28
[504; 506)	15
[506; 508)	7
[508; 510)	2
	n=100

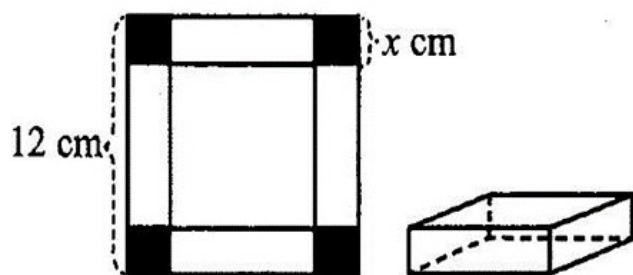
Biết rằng tiêu chuẩn mong muốn của nhà máy là khối lượng trung bình các gói đường nằm trong khoảng 500 – 504 gam và độ lệch chuẩn nhỏ hơn 3 gam thì xem như máy vận hành tốt. Mỗi kết luận sau đúng hay sai?

- a) Khối lượng trung bình các gói đường của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 502,22 gam.
- b) Độ lệch chuẩn của khối lượng các gói đường làm tròn đến hàng phần mười là 3,1.
- c) Sau khi kiểm tra nhà máy kết luận máy vận hành không tốt.
- d) Khoảng tứ phân vị làm tròn đến hàng phần mười là 3,4.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Biết hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$. Tính giá trị $a + 3b$?

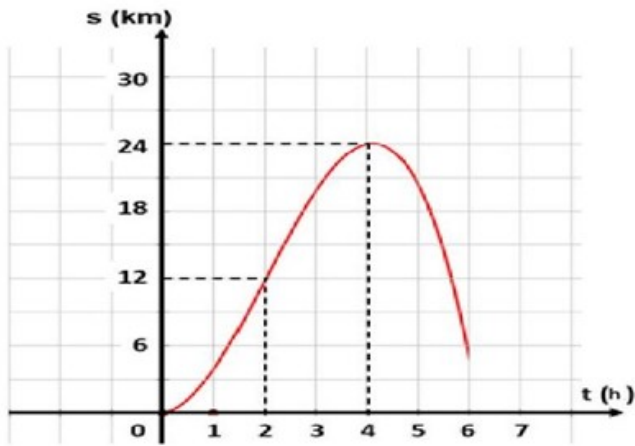
Câu 2. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm, người ta cắt ở bốn góc bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp. Giá trị của x bằng bao nhiêu cm để thể tích của khối hộp đó là lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Câu 3. Giả sử số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 2000 được mô tả bởi hàm số

$$N(t) = \frac{20t + 15}{t + 4}, t \geq 0,$$
 trong đó $N(t)$ được tính bằng nghìn người. Để quy hoạch đô thị, nhà quy hoạch biết rằng số dân của thị trấn không vượt quá k nghìn người. Tìm k ?

Câu 4. Bạn Tuấn tham gia giải đi bộ năm 2024, quãng đường Tuấn đi được biểu diễn bằng hàm số $s(t) = at^3 + bt^2$ (với $a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. (trong đó t là thời gian tính bằng giờ, s là quãng đường tính bằng km). Khi đó, vận tốc tối đa của Tuấn đạt được là bao nhiêu?

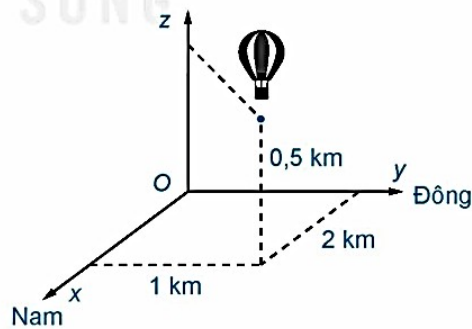


Câu 5. Cho biết công A (đơn vị: J) sinh bởi lực $\vec{F}$ tác dụng lên một vật được tính bằng công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$, trong đó $\vec{d}$ là vector biểu thị độ dịch chuyển của vật (đơn vị của $|\vec{d}|$ là m) khi chịu tác dụng của lực $\vec{F}$.

Một chiếc xe có khối lượng $1,5$ tấn đang đi xuống trên một đoạn đường dốc có góc nghiêng 5° so với phương ngang. Tính công sinh bởi trọng lực $\vec{P}$ khi xe đi hết đoạn đường dốc dài $5m$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị), biết rằng trọng lực $\vec{P}$ được xác định bởi công thức $\vec{P} = mg$, với m (đơn vị: kg) là khối lượng của vật và g là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9,8m/s^2$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 6. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát $2km$ về phía nam và $1km$ về phía đông, đồng thời cách mặt đất $0,5km$. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát $1km$ về phía bắc và $1,5km$ về phía tây, đồng thời cách mặt đất $0,8km$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét. Xác định khoảng cách giữa hai khinh khí cầu (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	B	B	A	C	A	B	D	C	D	C	C

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

- Đúng 1 ý được 0,1 điểm; đúng 2 ý được 0,25 điểm; đúng 3 ý được 0,5 điểm; đúng 4 ý được 1 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)Đ - b)Đ - c)S - d)S	a)S - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)S - d)Đ

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn - tự luận

- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

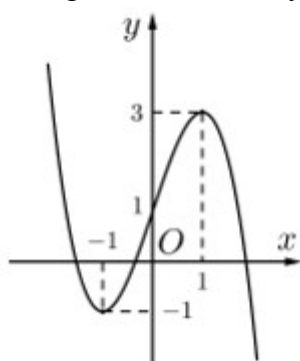
Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
3	2	20	9	6406	3,92

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Khẳng định nào sau đây đúng?



- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 3)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có

$y = f(x)$ đồng biến (đồ thị đi lên) trên các khoảng $(-1; 1)$.

$y = f(x)$ nghịch biến (đồ thị đi xuống) trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 2. Xét hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	-1	0	2	5	
y'	+	0	-	0	+
y	3	4	0	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho đạt GTNN tại $x = -1$ và đạt GTLN tại $x = 5$ trên đoạn $[-1; 5]$.

B. Hàm số đã cho không tồn tại GTLN trên đoạn $[-1; 5]$.

C. Hàm số đã cho đạt GTNN tại $x = -1$ và $x = 2$ trên đoạn $[-1; 5]$.

D. Hàm số đã cho đạt GTLN tại $x = 0$ trên đoạn $[-1; 5]$.

Lời giải

Chọn B

Giá trị lớn nhất được định nghĩa là một con số.

Câu 3. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{5-4x}$ trên đoạn $[-1; 1]$ là:

A. $\max_{[-1;1]} y = \sqrt{5}$ và $\min_{[-1;1]} y = 0$.

B. $\max_{[-1;1]} y = 1$ và $\min_{[-1;1]} y = -3$.

C. $\max_{[-1;1]} y = 3$ và $\min_{[-1;1]} y = 1$.

D. $\max_{[-1;1]} y = 0$ và $\min_{[-1;1]} y = -\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \left\{ x \in \mathbb{R} ; \frac{5-4x}{4} \geq 0 \right\}$ và ta chỉ xét trên $[-1; 1]$.

Ta có $y' = \frac{-4}{2\sqrt{5-4x}} < 0, \forall x \in [-1; 1]$, suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $[-1; 1]$.

Do đó $y_{\max} = f(-1) = 3$ tại $x = -1$ và $y_{\min} = f(1) = 1$ tại $x = 1$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$.

D. Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là $x = 1$ và $x = -1$.

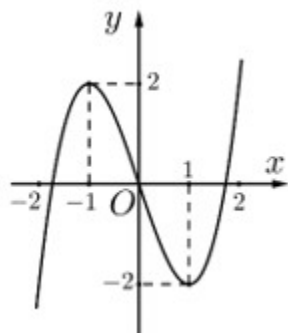
Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$, suy ra tiệm cận ngang $y = 1$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$, suy ra tiệm cận ngang $y = -1$.

Câu 5. Đồ thị hình bên là của hàm số nào?



- A. $y = x^3 + 3x$ B. $y = x^3 - 3x$ C. $y = -x^3 + 2x$ D. $y = -x^3 - 2x$

Lời giải

Chọn B

Đây là đồ thị hàm số bậc 3.

Đồ thị bên phải đi lên, nên hệ số $a > 0$, suy ra các đáp án A, B đúng.

Đồ thị có 2 cực trị, nên hệ số y' có hai nghiệm đơn, suy ra các đáp án B đúng.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{AC} = \vec{b}$, $\vec{AD} = \vec{c}$. Gọi M là trung điểm của đoạn BC . Đẳng thức nào dưới đây đúng?

A. $\vec{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$ B. $\vec{DM} = \frac{1}{2}(2\vec{a} + \vec{b} - \vec{c})$

C. $\vec{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c})$ D. $\vec{DM} = \frac{1}{2}(\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c})$

Lời giải

Chọn A

Theo hệ thức trung tuyến

Ta có $\vec{DM} = \frac{1}{2}(\vec{DB} + \vec{DC}) = \frac{1}{2}(\vec{DA} + \vec{AB} + \vec{DA} + \vec{AC}) = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC} - 2\vec{AD}) = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} - 2\vec{c})$

Câu 7. Trong không gian Oxyz, cho vector $\vec{AO} = 3\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k} + 5\vec{j}$. Tọa độ của điểm A là:

- A. $(3; -2; 5)$ B. $(-3; -17; 2)$ C. $(3; 17; -2)$ D. $(3; 5; -2)$

Lời giải

Chọn B

$\vec{AO} = 3\vec{i} + 17\vec{j} - 2\vec{k}$ $\vec{OA} = -3\vec{i} - 17\vec{j} + 2\vec{k}$ $A(-3; -17; 2)$

Câu 8. Trong không gian Oxyz, cho $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ và $\vec{v} = (2; -1; 1)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$

A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -3$

B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2\sqrt{21}$

C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 2$

D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn A

$\vec{u} = (1; 3; -2)$, $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1.2 + 3.(-1) + (-2).1 = -3$

Câu 9. Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2023 của một số hộ gia đình trong một địa phương được ghi lại ở bảng như sau:

Tổng thu nhập (triệu đồng)	[200; 250)	[250; 300)	[300; 350)	[350; 400)	[400; 450)
Số hộ gia đình	24	62	34	21	9

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là:

A. 260,89

B. 338,97

C. 78,08

D. 156,16

Lời giải

Chọn C

Cỡ mẫu $n = 150$

$$Q_i = u_m + \frac{\frac{in}{4} - C}{n_m} \cdot (u_{m+1} - u_m)$$

Ta có: nên

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là x_{38} thuộc nhóm [250; 300)

$$Q_1 = 250 + \frac{\frac{150}{4} - 24}{62} \cdot (300 - 250) \approx 260,89$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là x_{113} thuộc nhóm [300; 350)

$$Q_3 = 300 + \frac{\frac{3 \cdot 150}{4} - (24 + 62)}{34} \cdot (350 - 300) \approx 338,97$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $D_Q = Q_3 - Q_1 = 338,97 - 260,89 \approx 78,08$

Câu 10. Thống kê lợi nhuận hàng tháng (đơn vị: triệu đồng) trong 20 tháng của một quán ăn được cho ở bảng số liệu ghép nhóm sau:

Lợi nhuận	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)
Số tháng	2	4	8	4	2

Độ lệch chuẩn lợi nhuận của mẫu số liệu trên gần với số nào ?

A. 10

B. 10,55

C. 10,95

D. 11

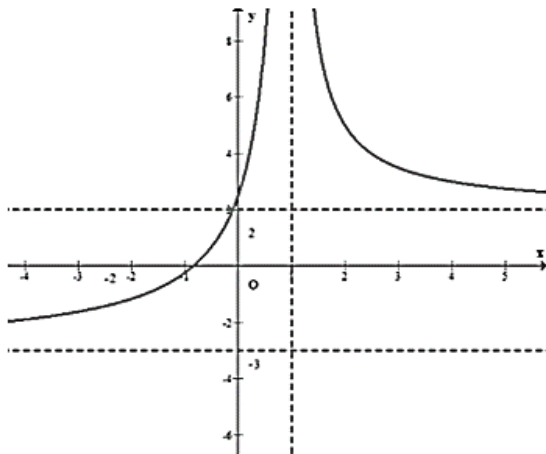
Lời giải

Chọn C

Lợi nhuận trung bình một tháng của quán ăn là: $\bar{x}_A = \frac{1}{20} (2 \times 5 + \frac{1}{4} + 2 \times 5) = 35$ (triệu đồng)

Độ lệch chuẩn của lợi nhuận hàng tháng là: $s_A = \sqrt{\frac{1}{20} (2 \times 5^2 + \frac{1}{4} + 2 \times 5^2) - (35)^2} \approx 10,95$

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Phát biểu nào sau đây **sai** ?



A. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$

B. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$

C. Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

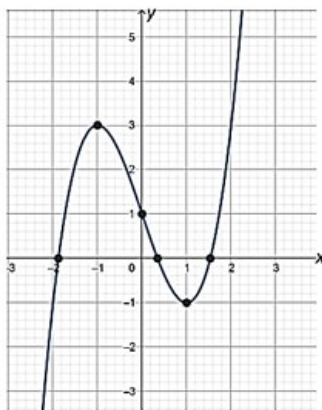
D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên

Lời giải

Chọn B

Do $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $y = -x^3 + 3x + 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

C. $y = x^3 - 3x + 1$.

D. $y = -x^3 + 3x + 1$.

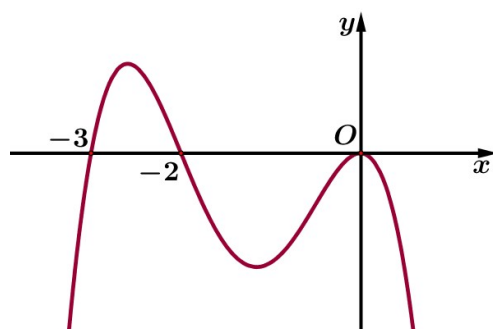
Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy $a > 0$ và đồ thị hàm số đi qua $(0;1)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

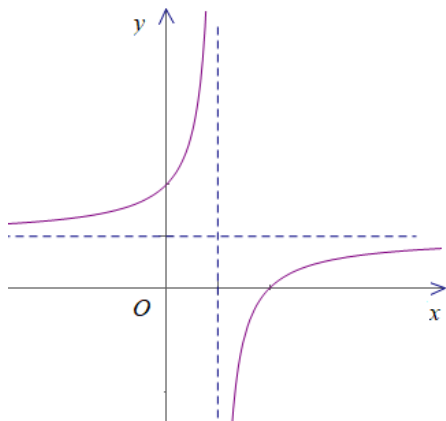
- a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ có 3 cực trị
- c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.
- d) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; -2)$.

Lời giải

Ý	a)	b)	c)	d)
Kết quả	Đ	S	S	Đ

- a) $y' \leq 0 \quad \forall x \in (-2; +\infty) \Rightarrow$ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- b) $y' = 0$ có 2 nghiệm đơn nên Hàm số $y = f(x)$ có 2 cực trị
- c) $y' \leq 0 \quad \forall x \in (-\infty; -3) \Rightarrow$ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -3)$.
- d) $y' \geq 0 \quad \forall x \in (-3; -2) \Rightarrow$ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; -2)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $a > 1$
- b) $y' > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
- c) $a < -1$
- d) $y' > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Lời giải

Ý	a)	b)	c)	d)
Kết quả	S	S	Đ	Đ

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

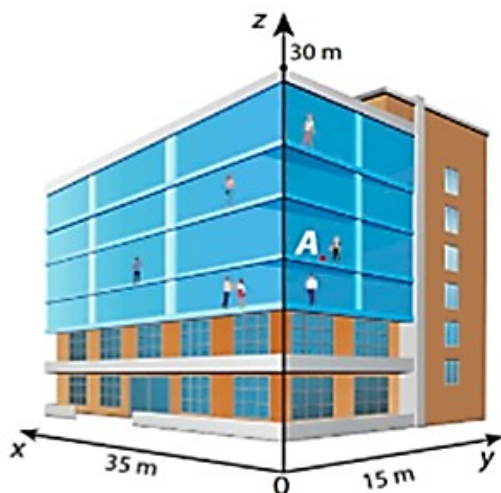
Đồ thị hàm số tăng nên $y' > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$

đường tiệm cận ngang: $y = 1$

Giao 0y $(0; -a) \Rightarrow -a > 1 \vee a < -1$

Câu 3. Một tòa nhà 6 tầng có dạng hình hộp chữ nhật với kích thước chiều dài 35m, chiều rộng 15m, chiều cao 30m. Tất cả các tầng đều cao 5m (đã tính độ dày sàn nhà của các tầng). Người ta định vị các vị trí trong tòa nhà dựa vào một hệ trục tọa độ Oxyz như hình vẽ. Tòa nhà có hai cột phát wifi: vị trí $A(0; 7; 15)$, vị trí $B(35; 7; 15)$. Mỗi wifi có thể phát sóng bán kính phạm vi 25 mét. Cho biết các nhân viên: chị Hương ở tầng 1 tọa độ

$(17;0;1)$, chị Lan ở tầng 6 tọa độ $(0;15;26)$, anh Ninh ở tầng 6 tọa độ $(17;15;26)$. Mỗi nhân viên đều sử dụng thiết bị kết nối với wifi. Mỗi kết luận sau đúng hay sai?



- a) Tất cả ba nhân viên trên đều kết nối được với wifi ở vị trí A .
- b) Anh Ninh không kết nối được với wifi của vị trí B .
- c) Chị Lan không kết nối được với wifi của vị trí B .
- d) Chị Hương kết nối được với wifi của cả hai vị trí A và B .

Lời giải

Ý	a)	b)	c)	d)
Kết quả	Đ	S	Đ	Đ

a) gọi tọa độ của chị Hương là $H(17;0;1)$, Lan là $L(0;15;26)$, Ninh là $N(17;15;26)$

$$\overline{AH}(-17;-15;-25) \quad AH = \sqrt{534} \approx 23,1$$

$$\overline{AL}(-17;-15;-25) \quad AL = \sqrt{185} \approx 13,6$$

$$\overline{AN}(-17;-15;-25) \quad AN = \sqrt{474} \approx 21,8$$

Tất cả khoảng cách đều nhỏ hơn 25m nên a) đúng.

b) $\overline{BN}(-17;-15;-25) \quad BN = \sqrt{509} \approx 22,6$ nhỏ hơn 25m nên b) sai.

c) $\overline{BL}(-17;-15;-25) \quad BL = \sqrt{1410} \approx 37,5$ lớn hơn 25m nên đúng.

d) $\overline{BH}(-17;-15;-25) \quad BH = \sqrt{569} \approx 23,9$ nhỏ hơn 25m nên d) đúng.

Câu 4. Nhà máy đường kiểm tra khối lượng các gói đường do một máy đóng gói tự động thực hiện để kết luận máy vận hành tốt hay không. Kết quả kiểm tra được biểu diễn trong bảng dưới đây:

Khối lượng (g)	Số gói
[494; 496)	2
[496; 498)	6
[498; 500)	8
[500; 502)	32
[502; 504)	28
[504; 506)	15
[506; 508)	7
[508; 510)	2
	n=100

Biết rằng tiêu chuẩn mong muốn của nhà máy là khối lượng trung bình các gói đường nằm trong khoảng 500 – 504 gam và độ lệch chuẩn nhỏ hơn 3 gam thì xem như máy vận hành tốt. Mỗi kết luận sau đúng hay sai?

- a) Khối lượng trung bình các gói đường của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 502,22 gam.
- b) Khoảng tứ phân vị làm tròn đến hàng phần mười là 3,4.
- c) Độ lệch chuẩn của khối lượng các gói đường làm tròn đến hàng phần mười là 3,1.
- d) Sau khi kiểm tra nhà máy kết luận máy vận hành không tốt.

Lời giải

Ý	a)	b)	c)	d)
Kết quả	Đ	Đ	S	S

Khối lượng (g)	Số gói	Tần số tích lũy
[494; 496)	2	2
[496; 498)	6	8
[498; 500)	8	16
[500; 502)	32	48
[502; 504)	28	76
[504; 506)	15	91
[506; 508)	7	98
[508; 510)	2	100
	n=100	

- a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$\bar{x} = \frac{2.495 + 6.497 + 8.499 + 32.501 + 28.503 + 15.505 + 7.507 + 2.509}{100} = 502,22 \quad (\text{gam})$$

b) Số phần tử của mẫu là $n = 100$. Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{100}{4} = 25$ mà $16 < 25 < 48$. Suy ra nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 25. Xét nhóm 4 có $r = 500$; $d = 2$; $n_4 = 32$ và nhóm 3 có $cf_3 = 16$.

Tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = 500 + \frac{25 - 16}{32} \cdot 2 = \frac{8009}{16} \quad (\text{gam}).$

Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 100}{4} = 75$ mà $48 < 75 < 76$. Suy ra nhóm 5 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 75. Xét nhóm 3 có $r = 502$; $d = 2$; $n_5 = 28$ và nhóm 4 có $cf_4 = 48$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu đó là: $Q_3 = 502 + \frac{75 - 48}{28} \cdot 2 = \frac{7055}{14} \quad (\text{gam}).$

Khoảng tứ phân vị là $D_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{377}{112} \approx 3,4$

c) Độ lệch chuẩn khối lượng các gói đường là

$$S^2 = \frac{1}{100} (2.495^2 + 6.497^2 + 8.499^2 + 32.501^2 + 28.503^2 + 15.505^2 + 7.507^2 + 2.509^2) - 502,22^2 = 7,8316$$

$$S = \sqrt{S^2} \approx 2,8$$

d) Vì các tiêu chuẩn mong muốn đều đạt được nên máy vận hành tốt.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Biết hàm số $y = \sqrt{2x - x^2}$ đồng biến trên khoảng $(a; b)$. Tính giá trị $a + 3b$?

Lời giải

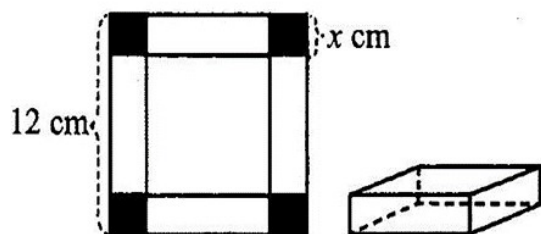
ĐÁP SỐ: 3

$$D = [0; 2]$$

Ta có $y' = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$ $y' > 0$ khi $0 < x < 1$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$, suy ra $a + 3b = 3$

Câu 2. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm, người ta cắt ở bốn góc bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình để được một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp. Giá trị của x bằng bao nhiêu cm để thể tích của khối hộp đó là lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Lời giải

ĐÁP SỐ: 2

Ta thấy độ dài $x(\text{cm})$ của cạnh hình vuông bị cắt phải thỏa mãn điều kiện $0 < x < 6$.

Khi đó thể tích của khối hộp là:

$$V(x) = x(12 - 2x)^2 = 4(x^3 - 12x^2 + 36x) \quad \text{với } 0 < x < 6$$

$$V'(x) = 4(3x^2 - 24x + 36)$$

Ta có

$$V'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \quad \text{hoặc} \quad x = 6$$

Bảng biến thiên của hàm số $V(x)$ như sau:

x	0	2	6
$V'(x)$	+	0	-
$V(x)$	0	128	0

Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy trên khoảng $(0; 6)$ hàm số $V(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 128 tại $x = 2$.

Vậy để khối hộp tạo thành có thể tích lớn nhất thì

Câu 3. Giả sử số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 2000 được mô tả bởi hàm số

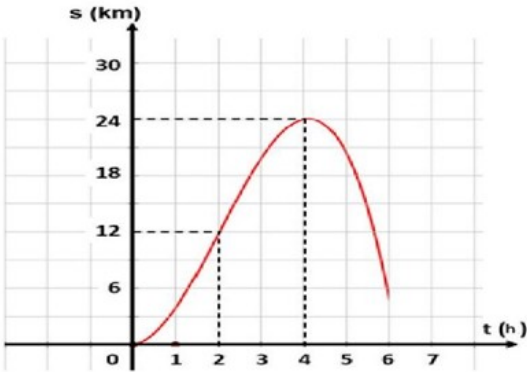
$N(t) = \frac{20t + 15}{t + 4}, t \geq 0$, trong đó $N(t)$ được tính bằng nghìn người. Để quy hoạch đô thị, nhà quy hoạch biết rằng số dân của thị trấn không vượt quá k nghìn người. Tìm k ?

Lời giải

ĐÁP SỐ: 20

Ta có: $\lim_{t \rightarrow +\infty} N(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{20t + 15}{t + 4} = 20$ nên dân số không vượt quá 20 nghìn người.

Câu 4. . Bạn Tuấn tham gia giải đi bộ năm 2024, quãng đường Tuấn đi được biểu diễn bằng hàm số $s(t) = at^3 + bt^2$ (với $a \neq 0$) có đồ thị như hình bên. (trong đó t là thời gian tính bằng giờ, s là quãng đường tính bằng km). Khi đó, vận tốc tối đa của Tuấn đạt được là bao nhiêu?



Lời giải

ĐÁP SỐ: 9

$$O(0;0), A(2;12), B(4;24)$$

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số đi qua các điểm:

$$s(t) = at^3 + bt^2 \Rightarrow s'(t) = 3at^2 + 2bt$$

Ta có:

$$\begin{cases} s(0) = 0 \\ s(2) = 12 \\ s(4) = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8a + 4b = 12 \\ 64a + 16b = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{4} \\ b = \frac{9}{2} \end{cases}$$

Ta có hệ sau:

$$s(t) = -\frac{3}{4}t^3 + \frac{9}{2}t^2 \Rightarrow v(t) = s'(t) = -\frac{9}{4}t^2 + 9t$$

Nên:

$$v(t) = 0 \Rightarrow -\frac{9}{4}t^2 + 9t = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 4 \end{cases}$$

Tuấn dừng đi bộ khi

$$v(t) \in [0; 4]$$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của $v(t)$ trên $[0; 4]$.

$$v'(t) = -\frac{9}{2}t + 9 \Rightarrow v'(t) = 0 \Rightarrow t = 2$$

Ta có:

$$v(0) = 0, v(2) = 9, v(4) = 0$$

Khi đó:

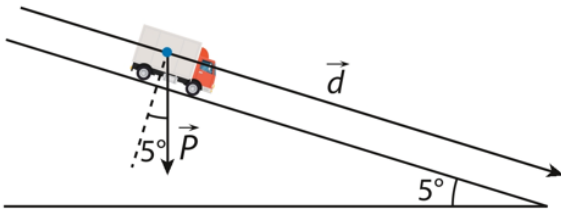
Vậy vận tốc lớn nhất mà Tuấn đạt được là 9 km/h tại thời điểm $t = 2$.

Câu 5. Cho biết công A (đơn vị: J) sinh bởi lực $\vec{F}$ tác dụng lên một vật được tính bằng công thức $A = \vec{F} \cdot \vec{d}$, trong đó $\vec{d}$ là vector biểu thị độ dịch chuyển của vật (đơn vị của $|\vec{d}|$ là m) khi chịu tác dụng của lực $\vec{F}$.

Một chiếc xe có khối lượng $1,5$ tấn đang đi xuống trên một đoạn đường dốc có góc nghiêng 5° so với phương ngang. Tính công sinh bởi trọng lực $\vec{P}$ khi xe đi hết đoạn đường dốc dài $5m$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị), biết rằng trọng lực $\vec{P}$ được xác định bởi công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, với m (đơn vị: kg) là khối lượng của vật và $\vec{g}$ là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9,8m/s^2$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Lời giải

ĐÁP SỐ: 6406



Ta có $1,5 \text{ tấn} = 1500 \text{ kg}$.

Độ lớn của trọng lực tác dụng lên chiếc xe là: $|\vec{P}| = m|\vec{g}| = 1500 \cdot 9,8 = 14700 \text{ (N)}$.

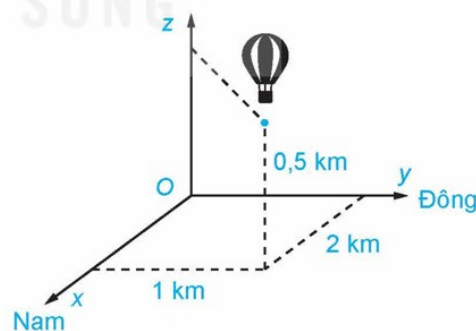
Vector $\vec{d}$ biểu thị độ dịch chuyển của xe có độ dài là $|\vec{d}| = 5(m)$ và $(\vec{P}, \vec{d}) = 90^\circ - 5^\circ = 85^\circ$.

Công sinh ra bởi trọng lực $\vec{P}$ khi xe đi hết đoạn đường dốc dài $30m$ là:

$$A = \vec{P} \cdot \vec{d} = |\vec{P}| |\vec{d}| \cos(\vec{P}, \vec{d}) = 14700 \cdot 5 \cos 85^\circ \approx 6406(J)$$

Câu 6. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát $2km$ về phía nam và $1km$ về phía đông, đồng thời cách mặt đất $0,5km$. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát $1km$ về phía bắc và $1,5km$ về phía tây, đồng thời cách mặt đất $0,8km$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét. Xác định khoảng cách giữa hai khinh khí cầu (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



Lời giải

ĐÁP SỐ: 3,92

Chiếc khinh khí cầu thứ nhất và thứ hai có tọa độ lần lượt là $A(2; 1; 0,5)$ và $B(-1; -1,5; 0,8)$.

Khoảng cách giữa hai chiếc khinh khí cầu là

$$AB = \sqrt{(-1-2)^2 + (-1,5-1)^2 + (0,8-0,5)^2} = \sqrt{15,34} \approx 3,92(km).$$