**CHỦ ĐỀ 5: VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN**

 **TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN.**

**A/ LÝ THUYẾT.**

**Gọi khoảng cách từ tâm O đến đường thẳng là OH**

** **

**1. Đường thẳng cắt đường tròn tại hai điểm phân biệt:**

⬄ đường thẳng có hai điểm chung  với đường tròn  ⬄ OH < R

**2. Đường thẳng  và đường tròn  không giao nhau.**

⬄ Đường thẳng  và đường tròn  không có điểm chung

⬄ 

**3. Đường thẳng tiếp xúc với đường tròn.**

⬄ đường thẳng  chỉ có một điểm chung với đường tròn  ⬄ OH = R.



**4. Tiếp tuyến của đường tròn.**

 là tiếp tuyến của đường tròn  tại điểm H ⬄ ∆ tiếp xúc với đường tròn tại H

Điểm  gọi là tiếp điểm của tiếp tuyến với đường tròn . Ta có 

\* Nếu  là tiếp tuyến của  thì  vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm

\* Nếu hai tiếp tuyến của đường tròn cắt nhau tại một điểm thì

+ Điểm đó cách đều hai tiếp điểm

+ Tia kẻ từ điểm đó đến tâm  là tia phân giác góc tạo bởi 2 tiếp tuyến

+Tia kẻ từ tâm đi qua điểm đó là tia phân giác góc tạo bởi hai bán kính đi qua các tiếp điểm

+ Tia kẻ từ tâm đi qua điểm đó thì vuông góc với đoạn thẳng nối hai tiếp điểm tại trung điểm của đoạn thẳng đó.

**4. Đường tròn nội tiếp tam giác**

+ là đường tròn tiếp xúc với 3 cạnh tam giác là

**+** có tâm là giao điểm 3 đường phân giác trong của tam giác

**5. Đường tròn bàng tiếp tam giác**

 **+** là đường tròn tiếp xúc với một cạnh của tam giác và phần kéo dài hai cạnh kia

+ Đường tròn bàng tiếp tam giác trong góc  có tâm là giao điểm của hai đường phân giác ngoài góc  và góc 

+ Mỗi tam giác có 3 đường tròn bàng tiếp.



**B/ BÀI TẬP VỀ TIẾP TUYẾN**

**I/ Phương pháp: Xét (O, R) và đường thẳng d**

 **\* Bài toán về khoảng cách OH từ tâm O tới đường thẳng d khi d cắt (O) tại hai điểm.**

**Xét .** Theo định lý Pitago ta có: 

Mặt khác ta cũng có: 

=>  



**CÁC KẾT QUẢ THU ĐƯỢC**

+ Nếu  nằm ngoài đoạn  thì 

+ Nếu nằm trong đoạn  thì 

+ Mối liên hệ khoảng cách và dây cung: 

 **\* Để chứng minh một đường thẳng d là tiếp tuyến (tiếp xúc) với đường tròn (O, R):**

**+ Cách 1:** Chứng minh khoảng cách từ O đến d bằng R. Hay nói cách khác ta vẽ OH  d, chứng minh OH = R.

**+ Cách 2:** Nếu biết d và (O) có một giao điểm là A, ta chỉ cần chứng minh OA d.

**+ Cách 3:** Sử dụng phương pháp trùng khít (Cách này sẽ được đề cập trong phần **góc nội tiếp và góc tạo bởi tiếp tuyến và dây)**

**II/ BÀI TẬP MẪU.**

**Ví dụ 1.** Cho hình thang vuông   có  là trung điểm của  và góc . Chứng minh  là tiếp tuyến của đường tròn đường kính 

**Giải**

Kéo dài  cắt  tại  vì  suy ra .

Vì  nên xét ∆vuông và ∆vuông ta có

 chung

.

  =>  => ∆ cân tại .

Kẻ  thì 

mà  hay  thuộc đường tròn .

Do đó  là tiếp tuyến của đường tròn đường kính .

**Ví dụ 2.** Cho hình vuông  có cạnh bằng . Gọi  là hai điểm trên các cạnh  sao cho chu vi tam giác  bằng . Chứng minh đường thẳng  luôn tiếp xúc với  đường tròn cố định

**Giải**

Trên tia đối của  ta lấy điểm  sao cho .

Ta có .

Theo giả thiết ta có:



Suy ra .

Từ đó ta suy ra .

Kẻ  .

Vậy  thuộc đường tròn tâm  bán kính  suy ra  luôn tiếp xúc với đường tròn tâm  bán kính bằng .

**Ví dụ 3.** Cho tam giác  cân tại  đường cao . Trên nửa mặt phẳng chứa  bờ  vẽ  cắt đường tròn tâm  bán kính  tại . Chứng minh  là tiếp tuyến của 

**Giải**

Vì tam giác  cân tại  nên ta có: .

Vì .

Mặt khác ta cũng có .

Hai tam giác  và  có  chung, , 

suy ra  suy ra .

Nói cách khác  là tiếp tuyến của đường tròn 

**Ví dụ 4.** Cho tam giác  vuông tại   đường cao . Gọi  là điểm đối xứng với  qua . Đường tròn tâm  đường kính cắt  tại . Chứng minh  là tiếp tuyến của đường tròn 

**Giải**

****Vì tam giác  có một cạnh  là đường kính của  nên .

Kẻ  suy ra  từ đó ta có tam giác  cân tại .

Do đó  (cùng phụ với góc hai góc bằng nhau là )

Mặt khác ta cũng có:  (do tam giác  cân tại ).

Mà  suy ra  hay  là tiếp tuyến của .

**Ví dụ 5.** Cho tam giác vuông tại đường cao . Vẽ đường tròn tâm  bán kính  kẻ các tiếp tuyến  với  ( là các tiếp điểm khác ). Chứng minh  tiếp xúc với đường tròn đường kính 

**Giải**

 Tính chất của hai tiếp tuyến cắt nhu có: .

Suy ra 

hay thẳng hàng.

Gọi  là trung điểm của  thì  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác .

Mặt khác  nên  là đường trung bình của hình thang vuông 

Suy ra  tại . Nói cách khác  là tiếp tuyến của đường tròn . Đường kính 

**III/ LUYỆN TẬP.**

**Bài 1:** Cho đường tròn (O) đường kính AB. C là một điểm thay đổi trên đường tròn (O) . Tiếp tuyến của (O) tại C cắt AB tại D.Qua O vẽ đường thẳng vuông góc với phân giác góc ODC, đường này cắt CD tại M. Chứng minh rằng đường thẳng d qua M song song với AB luôn tiếp xúc với (O) khi C thay đổi.

**Bài 2:** Cho tam giác ABC nhọn. Vẽ đường tròn tâm O đường kính BC cắt AB, AC lần lượt tại E và F. BF và CE cắt nhau tại I. Gọi M là trung điểm AI. Chứng minh: MF là tiếp tuyến của (O).

**Bài 3:** Cho đường tròn (O;R) có đường kính BC, lấy điểm A thuộc (O) sao cho AB = R

a. Chứng minh tam giác ABC vuông và tính độ dài BC theo R.

b. Tiếp tuyến tại A của (O) cắt đường thẳng BC tại M. Trên (O) lấy điểm D sao cho MD = MA (D khác A). Chứng minh MD là tiếp tuyến của (O).

**Bài 4:** Cho tam giác ABC đều nội tiếp đường tròn (O), AB = 4. Đường kính AD cắt BC tại H. Đường thẳng BO cắt tiếp tuyến tại A của đường tròn (O) ở điểm E.

a. Chứng minh AH vuông góc với BC, tính độ dài AH và bán kính của đường tròn (O).

b. Chứng minh EC là tiếp tuyến của (O) và tứ giác ABCE là hình thoi.

**Bài 5:** Cho nửa đường tròn tâm O đường kính AB = 2R. Trên nửa đường tròn lấy điểm C (C khác A và B). Gọi D là giao điểm của đường thẳng BC với tiếp tuyến tại A của nửa đường tròn tâm O và I là trung điểm AD.

a. Chứng minh BC.BD = 4R2

b. Chứng minh IC là tiếp tuyến của nửa đường tròn tâm O.

**Bài 6.** Cho tam giác ABC nhọn, đường cao BD và CE cắt nhai tại H. Gọi I là trung điểm của BC. Chứng minh rằng ID, IE là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác ADE.

**Bài 7:** Cho đường tròn (O) đường kính AB. Ax, By là 2 tia tiếp tuyến của (O) (Ax, By cùng nửa mặt phẳng bở là đường thẳng AB). Trên Ax lấy điểm C, trên By lấy điểm D sao cho góc COD bằng 90^0 . Chứng minh rằng: CD tiếp xúc với đường tròn (O).

**Bài 8.** Cho đường tròn tâm O đường kính AB. Một nửa đường thẳng qua A cắt đường kính CD vuông góc với AB tại M và cắt (O) tại N.

a. Chứng minh AM.AN = AC2

b. Chứng minh đường tròn ngoại tiếp tam giác CMN tiếp xúc với AC tại C.