

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

D. $x = 1$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	0	$+$
$f(x)$		5	1	$+\infty$

$-2 \nearrow$ $\searrow$ $\nearrow +\infty$

D. $y_{CT} = 2$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$				4				$+\infty$

D. $(0;1)$.

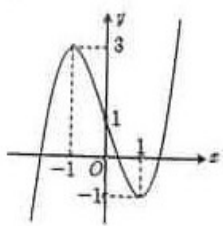
D. $m = -2, M = 2$

x	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$				$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 3 = 0$ là

- A. 4. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 6: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) + 1 = m$ có ba nghiệm phân biệt là:



- A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.

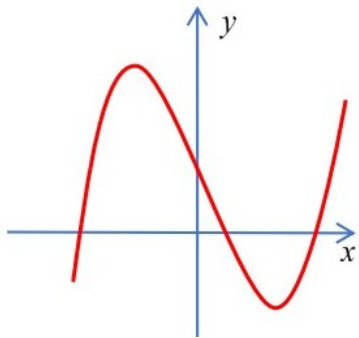
Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+
$f(x)$	0	↗ 1	↘ $-\infty$	↗ 10

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

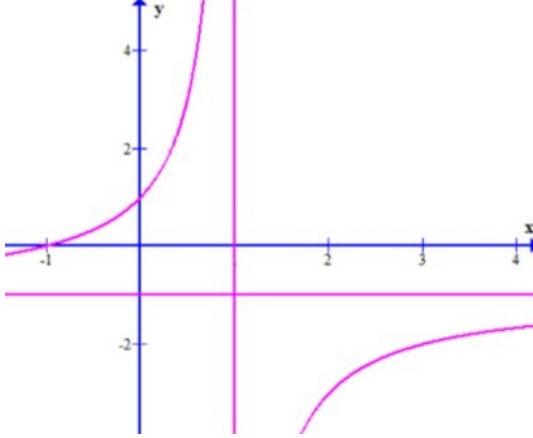
- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 8: Đường cong bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = -x^3 + 12x + 2$ B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ C. $y = x^3 - 3x - 2$ D. $y = x^3 - 12x + 2$

Câu 9: Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong trong hình bên?



- A. $y = \frac{x+1}{x-1}$ B. $y = \frac{-x-1}{x-1}$ C. $y = \frac{x-1}{x+1}$ D. $y = \frac{-x+1}{x+1}$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu như $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 11: Cho hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn điều kiện $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$ và $\vec{a} \cdot \vec{b}=3$. Độ dài vecto $3\vec{a}+5\vec{b}$

- A. $5\sqrt{5}$ B. $\sqrt{24}$ C. 8 D. 124

Câu 12: Cho $\vec{a}, \vec{b}$ có $(\vec{a}+2\vec{b})$ vuông góc với vecto $(5\vec{a}-4\vec{b})$ và $|\vec{a}|=|\vec{b}|$. Khi đó:

- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b})=\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\cos(\vec{a}, \vec{b})=90^0$ C. $\cos(\vec{a}, \vec{b})=\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\cos(\vec{a}, \vec{b})=\frac{1}{2}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý I, II, III, IV ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$

(I) Hàm số không đạt cực tiểu tại điểm $x=2$.

(II) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=-1$.

(III) Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1; 2)$.

(IV) Giá trị cực đại của hàm số là $y=2$.

Câu 2: Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x+2}$.

(I) Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận.

(II) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

(III) Hàm số không có giá trị lớn nhất, không có giá trị nhỏ nhất.

(IV) Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó.

Câu 3: Cho các phát biểu sau:

(I) Đồ thị hàm số $y=x^3$ có tâm đối xứng là gốc tọa độ.

(II) Đồ thị hàm số $y=\frac{x}{x-1}$ có tiệm cận đứng là $y=1$.

(III) Hàm số $y=\log_2 x$ đồng biến trên $[0; +\infty)$.

(IV) Hàm số $y=x^2+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

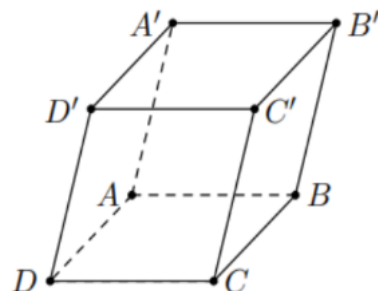
Câu 4: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'

(I) $\vec{AB}+\vec{CC'}=\vec{A'B'}+\vec{BB'}$

(II) $\vec{AB}=\vec{CD}$

(III) $\vec{AB}-\vec{BC'}=\vec{BD'}$

(IV) $\vec{AB}+\vec{AD}+\vec{AA'}=\vec{AC'}$



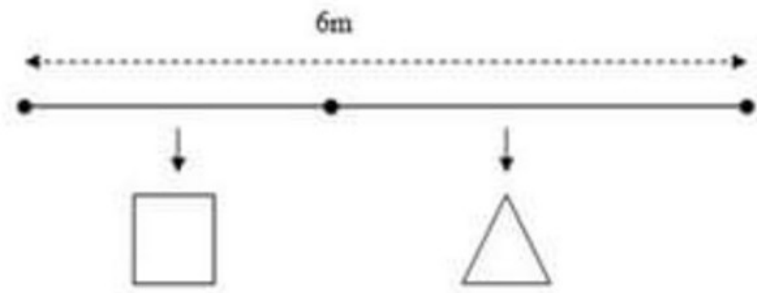
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x^2 - 8|x| + m)$ có 11 điểm cực trị

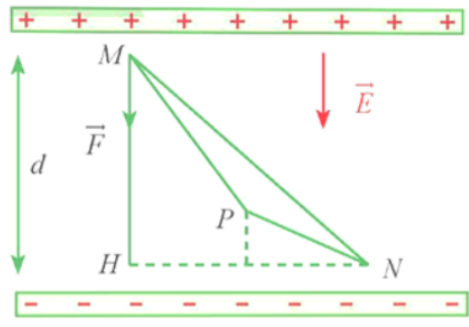
Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = x + m$. Giá trị của tham số m nguyên dương để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = \sqrt{10}$ là:

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) . Giả sử $M(x_M; y_M)$ là điểm thuộc (C) thỏa mãn tổng khoảng cách từ M tới trục hoành và đường tiệm cận đứng của (C) đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của $x_M + y_M$ bằng

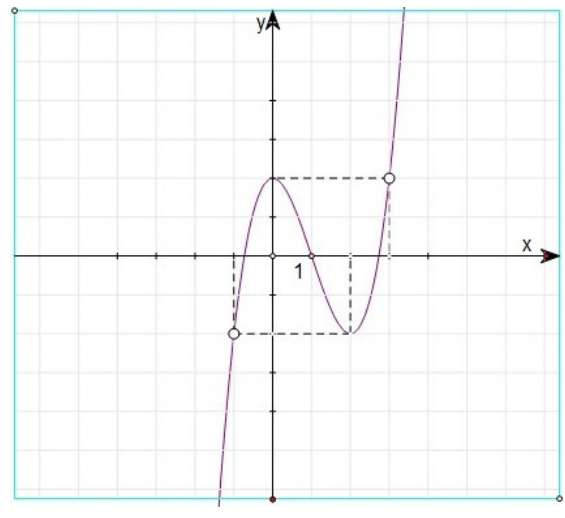
Câu 4: Một sợi dây có chiều dài $6m$, được chia thành hai phần. Phần thứ nhất được uốn thành hình tam giác đều, phần thứ hai uốn thành hình vuông. Độ dài của cạnh hình tam giác đều có dạng $\frac{a}{b+4\sqrt{c}}$ (a, b, c nguyên dương) để tổng diện tích hai hình thu được là nhỏ nhất. Khi đó $a+b+c$



Câu 6: Một lực tĩnh điện $\vec{F}$ tác động lên điện tích điểm M trong điện trường đều làm cho M dịch chuyển theo đường gấp khúc MPN trong hình. Biết $q = 2 \cdot 10^{-12}C$, vectơ điện trường có độ lớn $E = 1,8 \cdot 10^5 N/C$ và $d = MH = 5mm$. Công A sinh bởi lực tĩnh điện $\vec{F}$ có dạng $a \cdot 10^{-10}(J)$. Khi đó giá trị a bằng:



Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x-m) - \frac{1}{2}(x-m-1)^2 + 2019$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5; 6)$. Tổng tất cả các phần tử trong S bằng



-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

-Giám thị không giải thích gì thêm.

**SỞ GD&ĐT
TRƯỜNG THPT**

ĐỀ THAM KHẢO

(Đề có 4 trang)

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ I. NĂM HỌC 2024-2025

Môn: TOÁN 12

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ SỐ 13

Câu 1: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+5}{x+1}$ là:

*A. $y=2$

B. $y=3$

C. $y=-1$

D. $x=1$

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 2 \Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$		5		1		$+\infty$
	-2					

Giá trị cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ bằng

A. $y_{CT}=5$

B. $y_{CT}=-2$

*C. $y_{CT}=1$

D. $y_{CT}=2$

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			4				$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$

*B. $(-1; 0)$

C. $(-1; 1)$

D. $(0; 1)$

Lời giải

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.



Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$				$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 3 = 0$ là

A. 4. B. 0. C. 3. *D. 2.

Lời giải

$$f(x) - 3 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 3.$$

Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=3$ cắt nhau tại 2 điểm phân biệt nên phương trình $f(x)-3=0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 6: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) + 1 = m$ có ba nghiệm phân biệt là:

A. 4. B. 5. C. 2. *D. 3.

Lời giải

Ta có phương trình tương đương: $f(x) = m - 1$.

Dựa vào đồ thị phương trình có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

$$-1 < m - 1 < 3 \Leftrightarrow 0 < m < 4 \Leftrightarrow m \in \{1; 2; 3\}.$$

Vậy có ba giá trị nguyên.

Câu 7: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$					
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$ $	$+$				
$f(x)$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$	$ $	$\nearrow$	-1	10

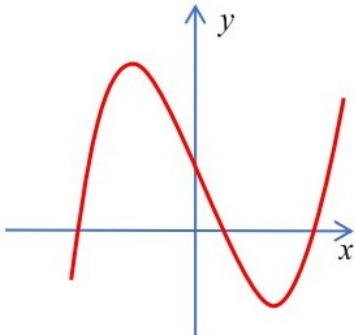
Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- *A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Lời giải

- Ta có tiệm cận ngang: $y=0$ và $y=10$
- Tiệm cận đứng: $x=1$
- Tổng có 3 đường tiệm cận.

Câu 8: Đường cong bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = -x^3 + 12x + 2$ B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ C. $y = x^3 - 3x - 2$ *D. $y = x^3 - 12x + 2$

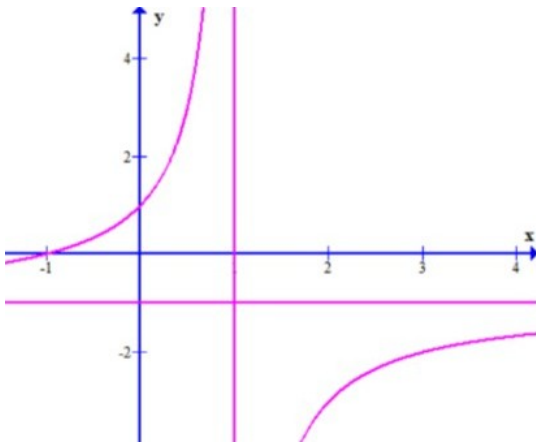
Lời giải

Đồ thị đã cho là đồ thị hàm bậc 3 có hệ số $a > 0$

(do $\lim_{x \rightarrow +\infty} (ax^3 + bx^2 + cx + d) = +\infty$ nếu $a > 0$). Loại A, B.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên chọn D.

Câu 9: Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong trong hình bên?



- A. $y = \frac{x+1}{x-1}$ *B. $y = \frac{-x-1}{x-1}$ C. $y = \frac{x-1}{x+1}$ D. $y = \frac{-x+1}{x+1}$

Lời giải

- Dựa vào đồ thị ta thấy tiệm cận đứng $x=1 \Rightarrow$ loại đáp án C và D
- Tiệm cận ngang $y=-1 \Rightarrow$ loại đáp án A
- Chọn: đáp án B

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu như $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị

- *A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Lời giải

Theo BBT thì hàm số đổi dấu hai lần nên có hai điểm cực trị.

Câu 11: Cho hai vecto $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn điều kiện $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$ và $\vec{a}.\vec{b}=3$. Độ dài vecto $3\vec{a}+5\vec{b}$

- A. $5\sqrt{5}$ B. $\sqrt{24}$ C. 8 D. 124

Hướng dẫn giải

$$(3\vec{a}+5\vec{b})^2=9\vec{a}^2+30\vec{a}.\vec{b}+25\vec{b}^2=9+90+25=124$$

$$\Rightarrow |3\vec{a}+5\vec{b}|=\sqrt{124}$$

Câu 12: Cho $\vec{a}, \vec{b}$ có $(\vec{a}+2\vec{b})$ vuông góc với vecto $(5\vec{a}-4\vec{b})$ và $|\vec{a}|=|\vec{b}|$. Khi đó:

- A. $\cos(\vec{a}, \vec{b})=\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\cos(\vec{a}, \vec{b})=90^0$ C. $\cos(\vec{a}, \vec{b})=\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\cos(\vec{a}, \vec{b})=\frac{1}{2}$

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$

(I) Hàm số không đạt cực tiểu tại điểm $x=2$.

(II) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=-1$.

(III) Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1;2)$.

(IV) Giá trị cực đại của hàm số là $y=2$.

Hướng dẫn giải

(I) S (II) Đ (III) Đ (IV) Đ

(I) Dựa vào BBT ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 2: Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x+2}$.

(I) Đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận.

(II) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

(III) Hàm số không có giá trị lớn nhất, không có giá trị nhỏ nhất.

(IV) Hàm số đồng biến trên tập xác định của nó.

Hướng dẫn giải

Hàm số đã cho có:

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Đạo hàm $y'=\frac{5}{(x+2)^2}>0, \forall x\neq -2$.

Nên hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó và hàm số không có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất.

Tiệm cận đứng $x=-2$, tiệm cận ngang $y=2$.

Đối chiếu với các phương án ta thấy (I) đúng, (II) đúng, (III) đúng, (IV) sai.

Câu 3: Cho các phát biểu sau:

(I) Đồ thị hàm số $y=x^3$ có tâm đối xứng là gốc tọa độ.

(II) Đồ thị hàm số $y=\frac{x}{x-1}$ có tiệm cận đứng là $y=1$.

(III) Hàm số $y=\log_2 x$ đồng biến trên $[0;+\infty)$.

(IV) Hàm số $y=x^2+1$ đồng biến trên R

Hướng dẫn giải

(I) Đ (II) S (III) S (IV) Đ

Xét hàm số $y = x^3$, $y' = 3x^2 \Rightarrow y'' = 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \Rightarrow y = 0$.

Khi đó tâm đối xứng có tọa độ $(0;0)$.

(II) Tiệm cận đứng $x=1$

(IV) $y' > 0$ trên $\mathbb{R} \rightarrow$ hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

Câu 4: Cho hình hộp ABCD.A'B'C'D'

(I) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{BB'}$

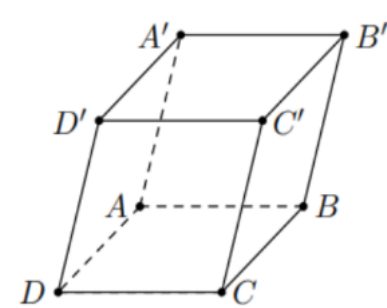
(II) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$

(III) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BD'}$

(IV) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$

Hướng dẫn giải

(I) Đ (II) S (III) S (IV) Đ



(I) ĐÚNG Vì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'}$ và $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{BB'}$

(II) SAI Vì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

(III) SAI Vì $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AD'} \rightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD'} = \overrightarrow{D'B}$

(IV) ĐÚNG Vì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$ (Quy tắc hình hộp)

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x - 1)^2 (x^2 - 2x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao

nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x^2 - 8|x| + m)$ có 11 điểm cực trị

Lời giải

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow y = f(x)$ có hai điểm cực trị $x = 0$ và $x = 2$ ($x = 1$ là nghiệm kép).

Đặt $g(x) = f(x^2 - 8|x| + m)$.

Ta có $g'(x) = (2x - 8 \cdot \frac{x}{|x|}) \cdot f'(x^2 - 8|x| + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4 \\ f'(x^2 - 8|x| + m) = 0 (*) \end{cases}$

Tại $x = 0$ thì $g'(x)$ không xác định. Để hàm $g(x)$ có 11 điểm cực trị thì phương trình $(*)$ phải có 8 nghiệm bội lẻ phân biệt khác $-4, 4$ và 0 .

$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 8|x| + m = 0 \\ x^2 - 8|x| + m = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 8|x| + m = 0 \\ x^2 - 8|x| + m - 2 = 0 \end{cases}$. Đặt $t = |x|, t \geq 0$, suy ra $\begin{cases} t^2 - 8t + m = 0 & (1) \\ t^2 - 8t + m - 2 = 0 & (2) \end{cases}$

Khi đó, yêu cầu bài toán tương đương mỗi phương trình (1) và (2) có hai nghiệm dương phân biệt khác 4

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_1 = 16 - m > 0 \\ \Delta_2 = 16 - m + 2 > 0 \\ m > 0 \\ m - 2 > 0 \\ 16 - 32 + m \neq 0 \\ 16 - 32 + m - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 16 \\ m < 18 \\ m > 0 \\ m > 2 \\ m \neq 16 \\ m \neq 18 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m < 16.$

Vì $m \in \mathbb{N}^* \Rightarrow m \in \{3, 4, 5, \dots, 15\}$.

Vậy có 13 giá trị của m .

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y = x + m$. Giá trị của tham số m nguyên dương để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = \sqrt{10}$ là:

Lời giải

Lập phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng d :

$$\frac{2x+1}{x+1} = x + m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x^2 + (m-1)x + m-1 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

Khi đó d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m-1)^2 - 4(m-1) > 0 \\ (-1)^2 - (m-1) + m-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1 \vee m > 5 \quad (*)$$

Khi đó ta lại có: $A(x_1; x_1 + m), B(x_2; x_2 + m) \Rightarrow AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{2} |x_2 - x_1|$,

và $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - m \\ x_1 x_2 = m - 1 \end{cases}$.

Từ đây ta có: $AB = \sqrt{10} \Leftrightarrow |x_2 - x_1| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (x_2 + x_1)^2 - 4x_1 x_2 = 5$

$$\Leftrightarrow (1 - m)^2 - 4(m - 1) = 5 \Leftrightarrow m^2 - 6m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 6 \end{cases} \quad (\text{thỏa } (*))$$

Vậy chọn $m = 0 \vee m = 6$. Mà m nguyên dương $\rightarrow m = 6$

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{2x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) . Giả sử $M(x_M; y_M)$ là điểm thuộc (C) thỏa mãn tổng khoảng cách từ M tới trục hoành và đường tiệm cận đứng của (C) đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của $x_M + y_M$ bằng

Lời giải

Đồ thị (C) có đường tiệm cận đứng $x = 1$. Ta có $M \in (C)$ nên $y_M = \frac{2x_M + 2}{x_M - 1}$.

Khoảng cách từ M tới đường tiệm cận đứng: $d_1 = |x_M - 1|$.

Khoảng cách từ M tới trục hoành: $d_2 = |y_M| = \left| \frac{2x_M + 2}{x_M - 1} \right|$.

Tổng khoảng cách từ M tới tiệm cận đứng và trục hoành: $d = d_1 + d_2 = |x_M - 1| + \left| \frac{2x_M + 2}{x_M - 1} \right|$

Nếu $x_M > 1$, ta có $d = |x_M - 1| + \frac{2|x_M + 1|}{|x_M - 1|} \geq 2\sqrt{2|x_M + 1|} > 2\sqrt{2 \cdot 2} = 4$

Nếu $-1 \leq x_M < 1$, ta có

$$\begin{aligned} d &= 1 - x_M + \frac{2x_M + 2}{1 - x_M} = 2 + (-1 - x_M) + \frac{2x_M + 2}{1 - x_M} \\ &= 2 + \frac{(-1 - x_M)(1 - x_M) + 2x_M + 2}{1 - x_M} = 2 + \frac{x_M^2 - 1 + 2x_M + 2}{1 - x_M} = 2 + \frac{(x_M + 1)^2}{1 - x_M} \geq 2. \end{aligned}$$

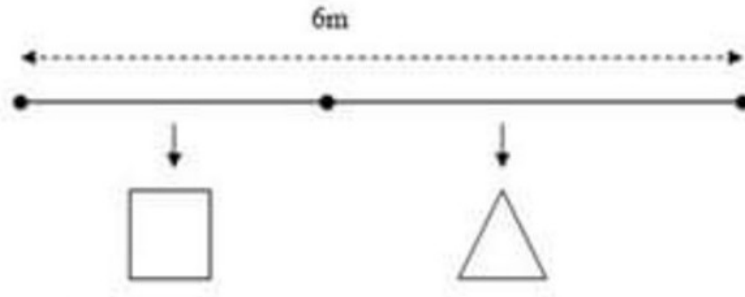
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x_M = -1$.

$$d = 1 - x_M + \left| \frac{2x_M + 2}{x_M - 1} \right| > 1 - x_M > 2$$

Nếu $x_M < -1$, ta có

Vậy $d \geq 2$, dấu bằng chỉ xảy ra khi $x_M = -1$, do đó $M(-1; 0)$.

Câu 4: Một sợi dây có chiều dài 6 m , được chia thành hai phần. Phần thứ nhất được uốn thành hình tam giác đều, phần thứ hai uốn thành hình vuông. Độ dài của cạnh hình tam giác đều có dạng $\frac{a}{b+4\sqrt{c}}$ (a, b, c nguyên dương) để tổng diện tích hai hình thu được là nhỏ nhất. Khi đó $a+b+c$



Lời giải

Gọi độ dài hai phần lần lượt là $x, y\text{ (m)}$; $x, y \in (0; 6)$.

Theo đề bài ta có $x + y = 6 \Rightarrow x = 6 - y$.

Suy ra độ dài cạnh hình vuông là $\frac{x}{4}$; độ dài cạnh tam giác là $\frac{y}{3}$.

Diện tích hình vuông là $S_1 = \frac{x^2}{16}\text{ (m}^2\text{)}$. Diện tích hình tam giác đều là $S_2 = \frac{y^2\sqrt{3}}{36}\text{ (m}^2\text{)}$.

Tổng diện tích của hai hình là $S = S_1 + S_2 = \frac{x^2}{16} + \frac{y^2\sqrt{3}}{36} = \frac{(6-y)^2}{16} + \frac{y^2\sqrt{3}}{36}$.

Xét hàm số $f(y) = \frac{(6-y)^2}{16} + \frac{y^2\sqrt{3}}{36}$; $0 < y < 6$.

Ta có $f'(y) = \frac{y-6}{8} + \frac{y\sqrt{3}}{18}$; $f'(y) = 0 \Leftrightarrow y = \frac{54}{9+4\sqrt{3}}$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(y)$ trên khoảng $(0; 6)$

		$\frac{54}{9+4\sqrt{3}}$				
y	$-\infty$	0		6	$+\infty$	
$f'(y)$			$-$	0	$+$	
$f(y)$			↘ ↗			

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $S(y)_{\min} = f\left(\frac{54}{9+4\sqrt{3}}\right)$.

Suy ra độ dài cạnh tam giác là $\frac{y}{3} = \frac{18}{9+4\sqrt{3}}\text{ (m)}$.

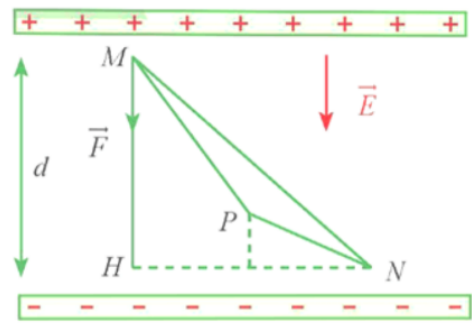
Câu 5: Một lực tĩnh điện $\vec{F}$ tác động lên điện tích điểm M trong điện trường đều làm cho M dịch chuyển theo đường gấp khúc MPN trong hình. Biết $q=2 \cdot 10^{-12}\text{ C}$, vectơ điện trường có độ lớn $E=1,8 \cdot 10^5\text{ N/C}$ và $d=MH=5\text{ mm}$. Công A sinh bởi lực tĩnh điện $\vec{F}$ có dạng $a \cdot 10^{-10}\text{ (J)}$. Khi đó giá trị a bằng:

Hướng dẫn giải

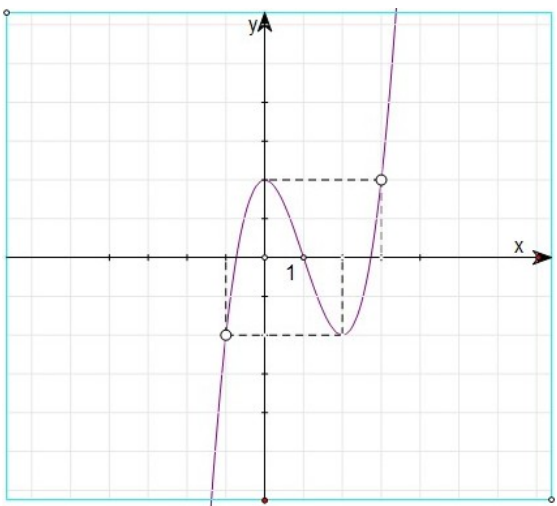
ĐÁP ÁN 18

Đổi 5mm=5.10⁻³m

Công A sinh bởi lực tĩnh điện $\vec{F}$ là A=qEd=18.10⁻¹⁰(J) $\rightarrow a=18$



Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $g(x) = f(x - m) - \frac{1}{2}(x - m - 1)^2 + 2019$, với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5; 6)$. Tổng tất cả các phần tử trong S bằng



Lời giải

Xét hàm số $g(x) = f(x - m) - \frac{1}{2}(x - m - 1)^2 + 2019$

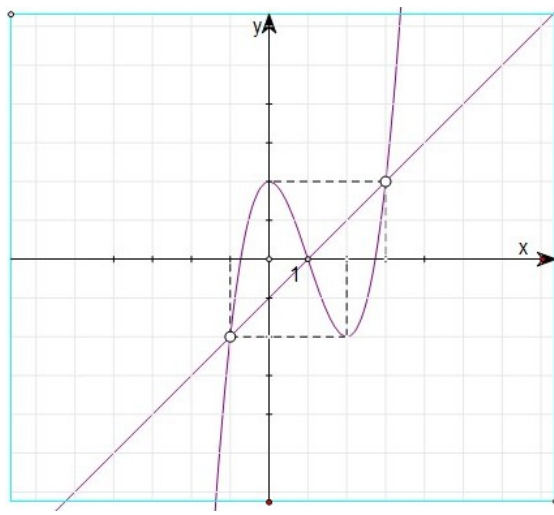
$g'(x) = f'(x - m) - (x - m - 1)$

Xét phương trình $g'(x) = 0$ (1)

Đặt $x - m = t$, phương trình (1) trở thành $f'(t) - (t - 1) = 0 \Leftrightarrow f'(t) = t - 1$ (2)

Nghiệm của phương trình (2) là hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và $y = t - 1$

Ta có đồ thị các hàm số $y = f'(t)$ và $y = t - 1$ như sau:



Căn cứ đồ thị các hàm số ta có phương trình (2) có nghiệm là:

$$\begin{cases} t = -1 \\ t = 1 \\ t = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = m - 1 \\ x = m + 1 \\ x = m + 3 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của $y = g(x)$

x	$-\infty$	$m - 1$	$m + 1$	$m + 3$	$+\infty$
y'	-	0	+	0	+
y	$+\infty$				$+\infty$

$\swarrow \quad \nearrow \quad \searrow \quad \nearrow$

Để hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên khoảng $(5; 6)$ cần

$$\begin{cases} m - 1 \leq 5 \\ m + 1 \geq 6 \\ m + 3 \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 \leq m \leq 6 \\ m \leq 2 \end{cases}$$

Vì $m \in \mathbb{N}^* \Rightarrow m$ nhận các giá trị $1; 2; 5; 6 \Rightarrow S = 14$.