

**PHẦN TRẮC NGHIỆM (6,0 điểm).**

**Câu 1:** Tất cả các giá trị của  $x$  để  $\sqrt{\frac{4-x}{x-3}}$  có nghĩa.

- A.  $3 \leq x \leq 4$ .      B.  $3 \leq x < 4$ .      C.  $3 < x \leq 4$ .      D.  $3 < x < 4$ .

**Câu 2:** Khi  $x < 2$  rút gọn biểu thức  $P = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{6 - 3x}$  ta được kết quả là

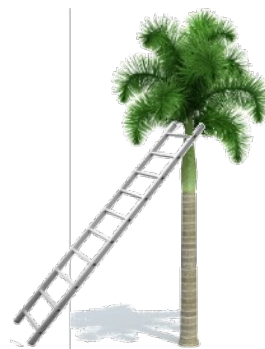
- A.  $P = \frac{1}{3}$ .      B.  $P = 3$ .      C.  $P = 1$ .      D.  $P = -\frac{1}{3}$ .

**Câu 3:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  và có đường trung tuyến  $AM$ , đường cao  $AH = 8\text{cm}$  ( $H, M \in BC$ ) và biết  $CH - 4BH = 0$ . Độ dài đường trung tuyến  $AM$  là

- A. 5 cm.      B. 8 cm      C. 20 cm      D. 10 cm

**Câu 4:** Một cây cau có chiều cao 7m. Để hái một buồng cau xuống, phải đặt thang tre sao cho đầu thang tre đạt độ cao đó, khi đó góc của thang tre với mặt đất là bao nhiêu, biết chiếc thang dài 8m (làm tròn đến phút).

- A.  $61^0$       B.  $61^0 2'$   
C.  $61^0 3'$       D.  $62^0$



**Câu 5:** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $M = \sqrt{x^2 + x + 1} + \sqrt{x^2 - x + 1}$  là

- A.  $M_{\min} = \frac{3}{2}$       B.  $M_{\min} = 0$       C.  $M_{\min} = 1$       D.  $M_{\min} = 2$

**Câu 6:** Cho hai đường thẳng  $(d_1): y = x + 2$  và  $(d_2): y = (2m^2 - m)x + m^2 + m$ . Giá trị của  $m$  để hai đường thẳng  $(d_1)$  và  $d_2$  song song là

- A.  $m = 1; m = -\frac{1}{2}$       B.  $m = 1$       C.  $m = -\frac{1}{2}$       D.  $m = \frac{1}{2}$

**Câu 7:** Cho  $\triangle ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 2AC$ ,  $AH$  là đường cao. Tỉ số  $HB : HC$  là

- A. 2.      B. 4.      C. 3.      D. 9.

**Câu 8:** Số nghiệm của phương trình  $(x^2 - 1)(x^4 - 4x^2 + 4)\sqrt{x^2 - 3} = 0$  là

- A. 2.      B. 6.      C. 3.      D. 4.



**Câu 20.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ . Kẻ  $AH \perp BC$ ,  $HD \perp AB$ ,  $HE \perp AC$  ( $H \in BC, D \in AB, E \in AC$ ). Đẳng thức nào sau đây đúng ?

**A.**  $AD \cdot AB = AE \cdot AC$ .

**B.**  $BD \cdot BA = CE \cdot CA$ .

**C.**  $AD \cdot DB + AE \cdot EC = 2AH^2$ .

**D.**  $BD \cdot BA = AH^2$ .

**PHẦN TỰ LUẬN (14,0 điểm).**

**Câu 21.** (5,0 điểm)

1) Cho biểu thức  $A = \frac{x+9}{x-4}$  và  $B = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}} - \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x+2}} + \frac{2\sqrt{x}}{4-x}$  với  $x > 0; x \neq 4$ .

a) Rút gọn biểu thức  $B$ .

b) Đặt  $P = A:B$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $P$ .

2) Giải phương trình:  $x^2 - 3x - (x-1)\sqrt{2x-5} + 2 = 0$ .

**Câu 22.** (4,0 điểm)

1) Tìm đa thức  $f(x)$  biết:  $f(x)$  chia cho  $x-3$  dư 2,  $f(x)$  chia cho  $x+4$  dư 9 và  $f(x)$  chia cho  $x^2+x-12$  được thương là  $x^2+3$  và còn dư.

2) Tìm các số nguyên  $x, y$  thỏa mãn:  $(y+3)x^{2022} - y^2 - 6y - 8 = 0$ .

**Câu 23.** (4,0 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  ( $AB < AC$ ), kẻ đường cao  $AH$  của  $\Delta ABC$ . Gọi  $D$  và  $E$  là hình chiếu của  $H$  trên  $AB$  và  $AC$ .

1) Cho  $AB = 6\text{cm}$  và  $HC = 6,4\text{cm}$ . Tính  $BC$  và  $AC$ .

2) Chứng minh:  $DE^3 = BC \cdot BD \cdot CE$ .

3) Đường thẳng qua  $B$  vuông góc với  $BC$  cắt  $HD$  tại  $M$ ; Đường thẳng qua  $C$  vuông góc với  $BC$  cắt  $HE$  tại  $N$ . Chứng minh  $M, A, N$  thẳng hàng.

**Câu 24.** (1,0 điểm) Cho ba số thực  $x, y, z$  thỏa mãn  $x \geq 1; y \geq 4; z \geq 9$ .

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $M = \frac{yz\sqrt{x-1} + zx\sqrt{y-4} + xy\sqrt{z-9}}{xyz}$

-----**Hết**-----

**Cán bộ coi kiểm tra không giải thích gì thêm**

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh:.....

Giám thị 1: .....

Giám thị 2: .....

Bản hướng dẫn chấm có 04 trang

**A- TRẮC NGHIỆM**

CÂU	ĐÁP ÁN	CÂU	ĐÁP ÁN
1	C	11	D
2	A	12	C
3	D	13	B
4	C	14	C
5	D	15	A
6	C	16	D
7	B	17	B
8	A	18	B
9	D	19	C
10	A	20	A

**B - TỰ LUẬN**

Câu	Hướng dẫn giải	Điểm
<b>Câu I</b>		<b>5,0 đ</b>
Phần 1.a (2,0 điểm)	Với $x > 0; x \neq 4$ ta có $B = \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} - 2} - \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} + 2} + \frac{2\sqrt{x}}{4 - x}$ $= \frac{(\sqrt{x} + 2)^2}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} - \frac{(\sqrt{x} - 2)^2}{(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{x} - 2)} - \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$	0,75
	$= \frac{x + 4\sqrt{x} + 4 - x + 4\sqrt{x} - 4}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} - \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)}$	0,5
	$= \frac{8\sqrt{x} - 2\sqrt{x}}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{6\sqrt{x}}{x - 4}$	0,5
	Vậy $B = \frac{6\sqrt{x}}{x - 4}$ với $x > 0; x \neq 4$ .	0,25
Phần 1.b (1,0 điểm)	Với $x > 0; x \neq 4$ ta có $P = A : B = \frac{x + 9}{x - 4} : \frac{6\sqrt{x}}{x - 4} = \frac{x + 9}{6\sqrt{x}}$	0.25
	Ta có $P = \frac{x + 9}{6\sqrt{x}} = \frac{x}{6\sqrt{x}} + \frac{9}{6\sqrt{x}} = \frac{1}{6} \left( \sqrt{x} + \frac{9}{\sqrt{x}} \right) \geq \frac{1}{6} \cdot 2 \sqrt{\sqrt{x} \cdot \frac{9}{\sqrt{x}}} = \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 3 = 1$ (Theo bất đẳng thức Cauchy). Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow \sqrt{x} = \frac{9}{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^2 = 9 \Leftrightarrow x = 9$ (TM)	0.5
	Vậy $\max P = 1$ khi và chỉ khi $x = 9$ .	0.25

Phần 2 (2,0 điểm)	Với điều kiện: $x \geq \frac{5}{2}$ ta có $x^2 - 3x - (x-1)\sqrt{2x-5} + 2 = 0 \Leftrightarrow$ $x^2 - 3x + 2 - (x-1)\sqrt{2x-5} = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2) - (x-1)\sqrt{2x-5} = 0$ $\Leftrightarrow (x-1)(x-2-\sqrt{2x-5}) = 0$	0,25  0,5
	+) $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$ (không thỏa mãn)	0,25
	+) $x-2-\sqrt{2x-5}=0 \Leftrightarrow x-2=\sqrt{2x-5}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 4x + 4 = 2x - 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 6x + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = 3 \end{cases}$ (thỏa mãn)	0,5
	Vậy phương trình có nghiệm $x = 3$ .	0,25
<b>Câu II</b>		<b>(4.0 đ)</b>
Phần 1 2,0 điểm	Do $f(x)$ chia cho $x^2 + x - 12 = (x-3)(x+4)$ được thương là $x^2 + 3$ còn dư nên $f(x)$ có dạng: $f(x) = (x+4)(x-3)(x^2+3) + a.x + b$	0,5
	Cho $x = -4 \Rightarrow f(x) = -4a + b = 9$ Cho $x = 3 \Rightarrow f(x) = 3a + b = 2$	0,5
	Khi đó ta có hệ: $\begin{cases} -4a + b = 9 \\ 3a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 5 \end{cases}$	0,5
	Giải hệ và kết luận $f(x) = (x+4)(x-3)(x^2+3) - x + 5 = x^4 + x^3 - 9x^2 + 2x - 31$	0,5
Phần 2 2,0 điểm	Ta có: $(y+3)x^{2022} - y^2 - 6y - 8 = 0$ (*) $\Leftrightarrow (y+3)x^{2022} = (y+3)^2 - 1$ + Nếu $y+3=0$ thì (*) $\Leftrightarrow 0 \cdot x^{2022} = -1$ (Vô lí). + Nếu $y+3 \neq 0$ thì (*) $\Leftrightarrow x^{2022} = (y+3) - \frac{1}{y+3}$ (**)	1,5
	Do $x, y \in Z$ nên $\begin{cases} x^{2022} \in Z \\ y+3 \in Z \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{y+3} \in Z$ $\Rightarrow \begin{cases} y+3=1 \\ y+3=-1 \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} y=-2 \\ y=-4 \end{cases}$	
	Thay vào (**) ta được: +) $y = -2 \Rightarrow x^{2022} = 0 \Rightarrow x = 0$ . +) $y = -4 \Rightarrow x^{2022} = 0 \Rightarrow x = 0$	0,25
	Vậy $S = \{(0; -2), (0; -4)\}$ .	0,25
<b>Câu</b>		<b>(4.0 đ)</b>

3		)	
Phần 1 1,5 điểm	<p>Trong <math>\Delta ABC</math> vuông tại <math>A</math> có <math>AH</math> là đường cao, theo hệ thức lượng, ta có:</p> $AB^2 = BH \cdot BC \Leftrightarrow AB^2 = (BC - HC) \cdot BC$ <p>thay số ta được:</p> $6^2 = (BC - 6,4) \cdot BC \Leftrightarrow BC^2 - 6,4BC - 36 = 0 \Leftrightarrow BC^2 - 10BC + 3,6BC - 36 = 0$ $\Leftrightarrow (BC - 10)(BC + 3,6) = 0 \Rightarrow BC = 10(\text{cm}) \text{ (vì } BC > 0)$ <p>Áp dụng định lý Pi-ta-go cho <math>\Delta ABC</math> vuông tại <math>A</math>, ta có:</p> $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\text{cm}).$	0,25 0,25 0,5 0,25	
	<p>Vậy <math>BC = 10\text{cm}; AC = 8\text{cm}</math>.</p>		0,25
Phần 2 1,5 điểm	<p>+ Trong <math>\Delta AHB</math> vuông tại <math>H</math> có <math>HD</math> là đường cao, theo hệ thức lượng, ta có:</p> $BH^2 = AB \cdot BD \Rightarrow BD = \frac{BH^2}{AB}.$ <p>+ Trong <math>\Delta AHC</math> vuông tại <math>H</math> có <math>HE</math> là đường cao, theo hệ thức lượng, ta có:</p> $CH^2 = AC \cdot CE \Rightarrow CE = \frac{CH^2}{AC}.$ <p>+ Trong <math>\Delta ABC</math> vuông tại <math>A</math> có <math>AH</math> là đường cao, theo hệ thức lượng, ta có:</p> $AH^2 = BH \cdot CH; AB \cdot AC = AH \cdot BC.$	0,5	
	$\Rightarrow BC \cdot BD \cdot CE = BC \cdot \frac{BH^2}{AB} \cdot \frac{CH^2}{AC} = \frac{BC \cdot AH^4}{BC \cdot AH} = AH^3 \Rightarrow AH^3 = BC \cdot BD \cdot CE.$		0,5
	<p>+ Tứ giác <math>ADHE</math> có <math>\hat{A} = \hat{D} = \hat{E} = 90^\circ (GT) \Rightarrow</math> tứ giác <math>ADHE</math> là hình chữ nhật <math>\Rightarrow DE = AH</math>.</p> <p>Vậy <math>DE^3 = BC \cdot BD \cdot CE</math>.</p>		0,5
Phần 3	<p>Ta có: <math>MB \parallel AH</math> (cùng vuông góc với <math>BC</math>) <math>\Rightarrow \frac{MD}{DH} = \frac{BD}{DA}</math> (hệ quả định lý</p>		

1,0 điểm	<p>Ta-let),</p> $\text{mà } DH = AE; AD = HE \Rightarrow \frac{MD}{AE} = \frac{BD}{HE} \quad (1);$ <p>+) <math>DH \parallel AC</math> (cùng vuông góc với <math>AB</math>)</p> $\Rightarrow \triangle BDH \sim \triangle HEC (g.g) \Rightarrow \frac{BD}{HE} = \frac{DH}{EC} \Leftrightarrow \frac{BD}{HE} = \frac{AE}{EC} \quad (2);$ <p>+ Ta có: <math>CN \parallel AH</math> (cùng vuông góc với <math>BC</math>)</p> $\Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{HE}{EN} \text{ (hệ quả định lý Ta-let),}$ <p>mà <math>DH = AE; AD = HE \Rightarrow \frac{AE}{EC} = \frac{AD}{EN} \quad (3);</math></p> <p>Từ (1), (2) và (3) ta có <math>\frac{MD}{AE} = \frac{AD}{EN}</math> hay <math>\frac{MD}{AD} = \frac{AE}{EN}</math>.</p>	0,5
	<p>Xét <math>\triangle MDA</math> và <math>\triangle AEN</math> có:</p> $\hat{M}DA = \hat{A}EN (=90^\circ); \frac{MD}{AD} = \frac{AE}{EN} \text{ (chứng minh trên)}$ $\Rightarrow \triangle MDA \sim \triangle AEN (c.g.c)$ $\Rightarrow \hat{M}AD = \hat{E}NA \Rightarrow \hat{M}AD + \hat{E}AN = \hat{E}NA + \hat{E}AN = 90^\circ$ $\Rightarrow \hat{M}AN = \hat{M}AD + \hat{E}AN + \hat{D}AE = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ $\Rightarrow A, M, N \text{ thẳng hàng.}$	0,5
<b>Câu 4</b>		<b>(1.0 đ)</b>
1.0 điểm	<p>Với <math>x \geq 1; y \geq 4; z \geq 9</math>, áp dụng bất đẳng thức AM – GM, ta có:</p> <p>+) <math>(x - 1) + 1 \geq 2\sqrt{x - 1} \Leftrightarrow \frac{x}{2} \geq \sqrt{x - 1} \Rightarrow yz\sqrt{x - 1} \leq \frac{xyz}{2}</math>.</p> <p>+) <math>(y - 4) + 4 \geq 2\sqrt{4 \cdot (y - 4)} \Leftrightarrow \frac{y}{4} \geq \sqrt{y - 4} \Leftrightarrow xz\sqrt{y - 4} \leq \frac{xyz}{4}</math>.</p> <p>+) <math>z - 9 + 9 \geq 2\sqrt{9(z - 9)} \Leftrightarrow \frac{z}{6} \geq \sqrt{z - 9} \Leftrightarrow xy\sqrt{z - 9} \leq \frac{xyz}{6}</math>.</p> $\Rightarrow yz\sqrt{x - 1} + xz\sqrt{y - 4} + xy\sqrt{z - 9} \leq \frac{xyz}{2} + \frac{xyz}{4} + \frac{xyz}{6} = \frac{11xyz}{12}$ $\Leftrightarrow \frac{yz\sqrt{x - 1} + xz\sqrt{y - 4} + xy\sqrt{z - 9}}{xyz} \leq \frac{11}{12}$ <p>Vậy <math>\text{Max } M = \frac{11}{12}</math> khi <math>\begin{cases} x - 1 = 1 \\ y - 4 = 4 \\ z - 9 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 8 \\ z = 18 \end{cases}</math>.</p>	0.5
<b>Tổng</b>	<b>Điểm toàn bài</b>	<b>20 đ</b>

**Lưu ý khi chấm bài:**

- Trên đây chỉ là sơ lược các bước giải, lời giải của học sinh cần lập luận chặt chẽ, hợp logic. Nếu học sinh trình bày cách làm khác mà đúng thì cho điểm các phần theo thang điểm tương ứng.
- Với bài 3, nếu học sinh vẽ hình sai hoặc không vẽ hình thì không chấm