|  |  |
| --- | --- |
| **UBND HUYỆN YÊN LẠC**  **PHÒNG GD & ĐT**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI GIAO LƯU HSG LỚP 8 CẤP HUYỆN**  **NĂM HỌC 2014-2015**  **MÔN: TOÁN 8**  Thời gian : 120 phút |

**Câu 1. (2,5 điểm)**

Cho biểu thức 

a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn 

b) Với thì  không nhận những giá trị nào ?

c) Tìm các giá trị nguyên của để có giá trị nguyên.

**Câu 2. (2 điểm)**

Cho biểu thức 

Chứng minh rằng:

a) Nếu là độ dài ba cạnh của một tam giác thì 

b) Nếu thì hai trong ba phân thức đã cho của biểu thức bằng 1, phân thức còn lại bằng 

**Câu 3. (2 điểm)**

1. Cho n là tổng của hai số chính phương. cũng là tổng của hai số chính phương
2. Cho đa thức . Xác định hệ số  biết rằng khi chia A cho , chia A cho đều có cùng một số dư

**Câu 4. (2,5 điểm)**

a) Cho hình chữ nhật ABCD. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên BD; I và J thứ tự là trung điểm của các đoạn thẳng và Tính số đo của góc 

b) Cho tam giác ABC nhọn trực tâm H, trên đoạn BH lấy điểm M và trên đoạn CH lấy điểm N sao cho . Chứng minh rằng 

**Câu 5 (1 điểm)**

a) Cho 

CMR: 

b) Cho đa giác đều gồm 1999 cạnh. Người ta sơn các đỉnh của đa giác bằng hai màu xanh và đỏ. Chứng minh rằng tồn tại ba đỉnh được sơn cùng một màu tạo thành một tam giác cân

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1**

1. ĐKXĐ: 
2. Ta có: 

Để thì 

Vậy thì không nhận những giá trị từ đến 

1. Ta có 

P có giá trị nguyên Ư

Từ đó tính được (Chú ý loại 

**Câu 2**

**2a)**

Vì là độ dài ba cạnh của tam giác nên và



Đặt 

Ta cần chứng minh : hay 

Ta có:



Suy ra



(đúng)

Từ đó suy ra đúng vì a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác hay 

**Câu 2b**



Ta xét ba trường hợp:

TH1: Nếu thì



Suy ra 

TH2: Nếu thì



TH3: Nếu  thì



Suy ra 

Như vậy trường hợp nào cũng có hai trong ba phân thức A, B, C bằng 1, phân thức còn lại bằng 

**Câu 3**

**3a)** Đặt với 

Khi đó là tổng của hai số chính phương.

**3b)**

Giả sử 

Cho thì từ ta có: 

Cho thì từ ta có: 

Do đó : 

**Câu 4**

**4a)**



Gọi P là trung điểm của AH là đường trung bình của tam giác 



Mà nên  và là trực tâm 

Từ đó ta có tứ giác là hình bình hành

Mà nên 

**Câu 4b**

****

Gọi lần lượt là chân các dường cao kẻ từ B và C.

Tam giác vuông có đường cao 

Tam giác vuông có đường cao 

Xét tam giác vuông và có:

chung; 



**Câu 5**

**5a)**

Sử dụng bất đẳng thức AM-GM với ta có



Áp dụng BĐT Cauchy Schwarz 

Ta có: 

Suy ra : 

Tương tự:





Cộng vế với vế các BĐT trên ta có:



**5b)**

Ta có đa giác 1999 cạnh nên có 1999 đỉnh. Do đó phải tồn tại 2 đỉnh kề nhau là P và Q được sơn bởi cùng một màu – màu đỏ (Theo nguyên lý Dirichle)

Vì đa giác đã cho là đa giác đều có số đỉnh lẻ, nên phải tồn tại một đỉnh nào đó nằm trên đường trung trực của đoạn thẳng Giả sử đỉnh đó là 

Nếu A tô màu đỏ thì ta có tam giác là tam giác cân có 3 đỉnh được tô cùng màu đỏ.

Nếu A tô màu xanh, lúc đó gọi B và C là các đỉnh khác của đa giác kề với P và Q.

Nếu cả hai đỉnh B và C được tô màu xanh thì tam giác ABC cân và có 3 đỉnh cùng tô màu xanh.

Nếu ngược lại, một trong hai đỉnh B và C mà tô màu đỏ thì tam giác BPQ hoặc tam giác CPQ là tam giác cân có 3 đỉnh được tô màu đỏ