**ĐƯỜNG TRUNG BÌNH CỦA TAM GIÁC – HÌNH THANG**

**Bài 1**: Cho tam giác ABC có AB = 5cm, AC = 7cm, BC = 9cm. Kéo dài AB lấy điểm D sao cho BD = BA, kéo dài AC lấy điểm E sao cho CE = CA. Kéo dài đường trung tuyến AM của tam giác ABC lấy MI = MA.   
 1) Tính độ dài các cạnh tam giác ADE.   
 2) Chứng minh: a) DI // BC  
 b) Ba điểm D, I, E thẳng hàng.   
**Bài 2:** Cho tam giác ABC có độ dài BC = a và M là trung điểm của AB.   
Tia Mx // BC cắt AC tại N.   
 1) Chứng minh N là trung điểm của AC.   
 2) Tính độ dài đoạn thẳng MN theo a.   
**Bài 3:** Cho tam giác MNP có MN = 4cm, MP = 6cm, NP = 8cm. Kéo dài MN lấy điểm I sao cho NI = NM, kéo dài MP lấy điểm K sao cho PK = PM, kéo dài trung tuyến MO của tam giác MNP lấy OS = OM.   
 1) Tính độ dài các cạnh của tam giác MIK.   
 2) Chứng minh ba điểm I, S, K thẳng hàng.   
 3) Chứng minh  = 4.   
**Bài 4:** Cho tam giác ABC cân tại A có M là trung điểm của BC. Kẻ Mx // AC cắt AB tại E, kẻ My // AB cắt AC tại F. Chứng minh rằng:   
 1) E, F là trung điểm của AB và AC.   
 2) EF = BC.   
 3) ME = MF, AE = AF   
**Bài 5:** Cho tam giác OPQ cân tại O có I là trung điểm của PQ. Kẻ IM // OQ ( M thuộc OP ), IN // OP ( N thuộc OQ ). Chứng minh rằng :   
1) Tam giác IMN cân tại I.

2) OI là đường trung trực của MN.   
**Bài 6:** Cho tam giác ABC cân tại A có AM là đường cao. N là trung điểm của AC. Kẻ Ax // BC cắt MN tại E. Chứng minh rằng :  
1) M là trung điểm của BC. 2) ME // AB 3) AE = MC   
**Bài 7:** Cho tam giác ABC, trên nửa mặt phẳng bờ là AC không chứa điểm B. Lấy điểm D bất kì. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, AD. Chứng minh:   
 1) MN // PQ và MQ // NP.   
 2) MN + NP + PQ + MQ = AC + BD.   
**Bài 8:** Cho tam giác ABC có đường cao AH. Kẻ HE  AB tại E, kéo dài HE lấy EM = EH. Kẻ HF  AC tại F, kéo dài HF lấy FN = FH. Gọi I là trung điểm của MN. Chứng minh rằng:   
 1) AB là trung trực của MH và AC là trung trục của HN.   
 2) Tam giác AMN cân.

3) EF // MN.

4) AI  EF.  
**Bài 9:** Cho tam giác ABC cân tại A có M là trung điểm của đường cao AH, CM cắt AB tại D, kẻ Hx // CD và cắt AB tại E. Chứng minh rằng:   
 1) DA = DE 2) AB = 3AD 3) CD = 4MD  
**Bài 10:** Cho tam giác ABC có AB : AC : BC = 3 : 4 : 6. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của AB, AC và BC. Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC biết chu vi tam giác MNP bằng 5,2cm.   
**Bài 11:** Cho tam giác ABC có chu vi bằng 36cm. Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của AB, AC và BC. Tính độ dài các cạnh của tam giác MNP biết NP : NM : MP = 4 : 3 : 2.  
**Bài 12:** Cho tam giác ABC vuông tại A có AM là đường trung tuyến. Gọi N là trung điểm của AC  
 1) Chứng minh MN  AC.   
 2) Tam giác AMC là tam giác gì? Vì sao   
 3) Chứng minh 2AM = BC.   
**Bài 13:** Cho tam giác ABC nhọn có hai đường cao BD và CE. Gọi M, N là trung điểm của BC và DE. Chứng minh rằng :   
 1) DM =  BC. 2) Tam giác DME cân. 3) MN  DE.   
**Bài 14 :** Cho tam giác ABC trên AC lấy theo thứ tự điểm D và E sao cho AD = DE = EC. Gọi M là trung điểm của BC, BD cắt AM tại I. Chứng minh rằng :   
 1) ME // BD. 2) I là trung điểm của AM. 3) ID = BD.  
**Bài 15:** Cho tam giác ABC có AM là đường trung tuyến. Lấy D thuộc AC sao cho AD = DC. Kẻ ME // BD ( E thuộc CD ), BD cắt AM tại I. Chứng minh rằng:   
 1) AD = DE = EC. 2) I là trung điểm của AM  
 3)  =  4)  = 2.   
**Bài 16:** Cho tam giác ABC có AM là đường trung tuyến. Gọi D là trung điểm của AM, BD cắt AC tại E. Kẻ MK // BE ( K thuộc EC ). Chứng minh rằng:   
 1) K là trung điểm của CE 2) CE = 2AE  
**Bài 17 :** Cho tam giác ABC có AM là đường trung tuyến. Gọi D là trung điểm của AM, BD cắt AC tại I. Chứng minh AI = CI.   
**Bài 18:**  Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BD và CE cắt nhau tại G. Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của GB và GC. Chứng minh rằng:  
 1) DE // IK và DE = IK. 2) DEK = IKE.   
**Bài 19:** Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BD và CE cắt nhau tại G. Gọi I, K theo thứ tự là trung điểm của GB và GC. Chứng minh rằng:  
 1) IE // DK và IE = DK 2) =   
**Bài 20:** Cho tam giác ABC có H là trực tâm, M là trung điểm của BC. Qua H kẻ đường thẳng vuông góc với HM cắt AB và AC tại E và F, trên tia đối của tia HC lấy HD = HC. Chứng minh rằng:   
 1) HM // BD 2) E là trực tâm của tam giác HBD  
 3) DE // AC 4) EH = HF   
**Bài 21:** Cho hình thang ABCD ( AB // CD; AB < CD ) và AB = BC  
 1) Chứng minh CA là tia phân giác của góc BCD.   
 2) Gọi M, N, E, F lần lượt là trung điểm của AD, BC, AC và BD  
 Chứng minh M, N, E, F thẳng hàng   
**Bài 22:** Cho hình thang ABCD ( AB // CD; AB < CD ). Trên AD lấy AE = EM = MP = PD. Trên BC lấy BF = FN = NQ = QC  
 1) Chứng minh M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC  
 2) Tứ giác EFQP là hình gì? Vì sao?   
 3) Tính MN, EF, PQ biết AB = 8cm và CD = 12cm   
 4) Kẻ AH  CD tại H và AH = 10cm. Tính .  
**Bài 23:** Cho hình thang ABCD ( AB // CD; AB < CD ). Trên AD lấy AE = EF = FG = GD. Từ E, F, G dựng các đường thẳng song song với 2 đáy cắt BC lần lượt tại M, N và P.  
 1) Chứng minh BM = MN = NP = PC   
 2) Tính GP, EM, AB biết CD = 10cm, FN = 6cm  
 3) Chứng minh = 4 và  = 2  
**Bài 24:** Cho tam giác ABC. Trên cạnh AB lấy AD = DE = EB. Từ D, E kẻ các đường thẳng cùng song song với BC cắt cạnh AC lần lượt tại M,N. Chứng minh rằng:   
 1) M là trung điểm của AN 2) AM = MN = NC  
 3) 2EN = DM + BC 4)  = 3  
**Bài 25:** Cho tam giác MNP có MI là đường trung tuyến của tam giác. Trên MP lấy theo thứ tự MK = KH = HP, NK cắt MI tại O.   
 1) Tứ giác OKHI là hình gì? 2) Chứng minh NO = 3OK  
 3) So sánh  và   
**Bài 26:** Cho hình thang ABCD ( AB // CD ) có đường cao AH = 3cm và AB = 5cm, CD = 8cm. Gọi E, F, I lần lượt là trung điểm của AD, BC và AC  
 1) Chứng minh E, I, F thẳng hàng.  
 2) Tính   
 3) So sánh và 2  
**Bài 27:** Cho tứ giác ABCD. Gọi E, F, I lần lượt là trung điểm của AD, BC và AC  
 1) Chứng minh: EI // CD và IF // AB   
 2) Chứng minh: EF    
 3) Tứ giác ABCD phải có điều kiện gì thì EF =   
**Bài 28 :** Cho hình thang ABCD ( AB // CD ). M là trung điểm của AD, N là trung điểm của BC. Gọi I, K theo thứ tự là giao điểm của MN với BD, AC. Cho AB = 6cm, CD = 14cm  
 1) Tính các độ dài MI, IK, KN   
 2) Tính biết đường cao của hình thang ABCD là 8cm.   
**Bài 29:** Cho tam giác ABC có 2 đường trung tuyến BD và CE. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BE và CD. Gọi I, K là giao điểm của MN với BD và CE. Chứng minh rằng:   
 1) EDCB là hình thang   
 2) I là trung điểm của BD và K là trung điểm của CE  
 3) MI = IK = KN   
**Bài 30:** Cho hình thang ABCD ( AB // CD ). Gọi M, I , K, N lần lượt là trung điểm của AD, BD, AC, BC. Chứng minh rằng:   
 1) M, I , K thẳng hàng 2) MK = CD và MI = AB  
 3) IK =   
**Bài 31:** Cho hình thang ABCD có AB // CD ( AB < CD), AB = a, BC = b, CD = c, AD = d. Các đường phân giác của các góc ngoài đỉnh A và D cắt nhau tại M, các đường phân giác của các góc ngoài đỉnh B và C cắt nhau tại N. AM và BN lần lượt cắt đường thẳng CD tại P và Q   
 1) Chứng minh tam giác AMD và tam giác BNC vuông   
 2) Chứng minh tam giác ADP và tam giác BCQ cân  
 3) Chứng minh MN // CD   
 4) Tính độ dài MN theo a,b,c,d ( có cùng đơn vị đo )   
**Bài 32:** Cho hình thang MNPQ ( MN // PQ ). Các đường phân giác của các góc ngoài đỉnh M và Q cắt nhau tại I. Các đường phân giác của các góc ngoài đỉnh N và P cắt nhau tại K. Chứng minh rằng :   
 1) MI  IQ và NK  PK 2) IK // PQ   
**Bài 33:** Cho tứ giác ABCD có P, I, Q lần lượt là trung điểm của AD, BD, BC.   
 1) Chứng minh PI + IQ = ( AB + CD ). PQ  
 2) Giả sử có PQ = . Chứng minh rằng P, I , Q thẳng hàng  
**Bài 34:** Cho tứ giác ABCD có P, I và Q lần lượt là trung điểm của AD, BD và BC.   
 1) So sánh PI + IQ với AB + CD  
 2) Giả sử có PQ = . Chứng minh AB // CD.   
**Bài 35:** Vẽ ra phía ngoài tam giác nhọn ABC các tam giác vuông cân ABD và ACE ở B và C. Gọi M là trung điểm của DE, kẻ DN, AH, MI, EK cùng vuông góc với BC tại N, H, I, K. Chứng minh rằng:   
 1) I là trung điểm của NK   
 2) DNB =BHA và EKC = CHA  
 3) I là trung điểm của BC   
 4) CMB vuông cân ở M  
**Bài 36:** Cho tam giác ABC có G là trọng râm. Qua G vẽ đường thẳng d cắt 2 cạnh AB và AC. Gọi I, M là trung điểm của AG và BC. Gọi A’, B’, C’, I’, M’ lần lượt là hình chiếu của A, B, C, I, M trên d  
 1) Chứng minh : GI = GM và II’ = AA’   
 2) Tìm hệ thức liên hệ giữa các độ dài AA’, BB’, CC’   
**Bài 37:** Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Trên nửa mặt phẳng bờ BC không chứa A vẽ đường thẳng d không song song với BC. Gọi I là trung điểm của AB, K là trung điểm của CG. Gọi A’, B’, C’, I’, K’, G’ lần lượt là hình chiếu của A, B, C, I, K, G trên d  
 1) Chứng minh: CK = KG = GI   
 2) Chứng minh: C’K’ = K’G’ = G’T’ và I’ là trung điểm của A’B’  
 3) Tìm hệ thức liên hệ giữa các độ dài AA’, BB’, CC’với GG’  
**Bài 38:** Cho tam giác ABC vuông tại A ( AB < AC) có AH là đường cao. Trên tia HC lấy điểm D sao cho HD = HB. Kẻ DE  AC ở E, HK  AC ở K.  
 1) So sánh KA và KE.  
 2) Chứng minh AHE cân ở H.   
 3) Gọi M là trung điểm của DC. Chứng minh 