

**TRUNG TÂM DẠY TOÁN THẦY TÚ + CÔ MY**  
**CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH – LẦN 2 – 2023 ( CHỀ 4)**

**Câu 1.** Rút gọn biểu thức  $P = x^2 \sqrt[4]{x}$  với  $x > 0$ .

- A.  $x^{\frac{1}{4}}$ .                      B.  $x^{\frac{1}{8}}$ .                      C.  $x^{\frac{3}{8}}$ .                      D.  $x^{\frac{3}{4}}$ .

**Câu 2.** Cho hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên  $(-\infty; 1)$ .  
B. Hàm số đã cho đồng biến trên  $(1; +\infty)$  và nghịch biến trên  $(-\infty; 1)$ .  
C. Hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .  
D. Hàm số đã cho nghịch biến trên  $(1; +\infty)$ .

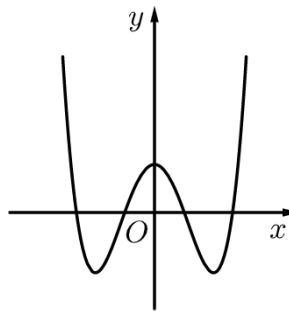
**Câu 3.** Tìm tổng tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đường thẳng  $d : y = 2x + m$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-4}{x-1}$  ( $C$ ) tại hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$  sao cho  $4S_{IAB} = 15$  với  $I$  là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị.

- A. 0.                      B. 15.                      C. 10.                      D. 8.

**Câu 4.** Tìm tất cả các giá trị của  $x$  thỏa mãn  $\left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} \leq \left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x-1}$ .

- A.  $x \leq -2$ .                      B.  $x \geq 4$ .                      C.  $-2 \leq x \leq 4$ .                      D.  $x \leq -2; x \geq 4$ .

**Câu 5.** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A.  $a > 0, b > 0, c < 0$ .                      B.  $a > 0, b < 0, c > 0$ .  
C.  $a > 0, b < 0, c < 0$ .                      D.  $a < 0, b > 0, c < 0$ .

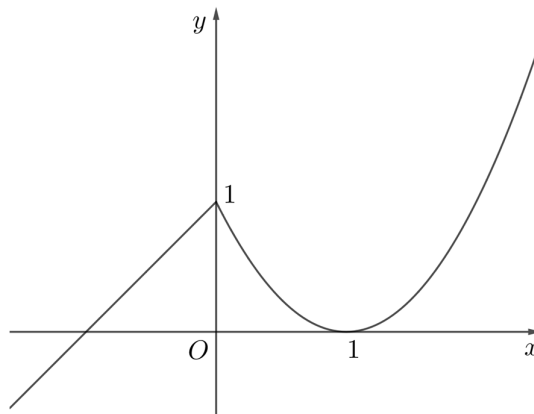
**Câu 6.** Cho  $\int_0^1 f(x) dx = 2$  và  $\int_0^1 g(x) dx = 5$ . Tính  $\int_0^1 (f(x) - 2g(x)) dx$ .

- A. -8.                      B. 12.                      C. 1.                      D. -3.

**Câu 7.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.  
B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.  
C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang  $y = -1$  và tiệm cận đứng  $x = 1$ .

- D.** Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường  $y = -1$  và  $y = 1$ .
- Câu 8.** Cho hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3$  với  $m$  là tham số thực. Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị của  $m$  sao cho đồ thị hàm số có hai điểm cực trị. Biết rằng khi  $m$  thay đổi trong  $S$ , các điểm cực đại của đồ thị hàm số cũng thay đổi nhưng luôn nằm trên một đường thẳng  $(d)$  cố định. Hỏi  $(d)$  song song với đường thẳng nào sau đây?
- A.**  $y = -2x$ .      **B.**  $y = -3x + 5$ .      **C.**  $y = 2x + 4$ .      **D.**  $y = -3x - 1$ .
- Câu 9.** Tìm tất cả các giá trị của  $a$  thỏa mãn  $(a-1)^{\frac{2}{3}} < (a-1)^{\frac{1}{3}}$ .
- A.**  $1 < a < 2$ .      **B.**  $a > 1$ .      **C.**  $a > 2$ .      **D.**  $0 < a < 1$ .
- Câu 10.** Cho hàm số  $y = x.e^{-x}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.**  $xy' = (1+x)y$ .      **B.**  $(1-x)y' = xy$ .  
**C.**  $(1+x)y' = (x-1)y$ .      **D.**  $xy' = (1-x)y$ .
- Câu 11.** Tìm tập nghiệm  $S$  của phương trình  $\log_2(9 - 2^x) = 3 - x$ .
- A.**  $S = \{0; 3\}$ .      **B.**  $S = \{1; 3\}$ .      **C.**  $S = \{-3; 1\}$ .      **D.**  $S = \{-3; 0\}$ .
- Câu 12.** Cho  $a, b$  là các số thực dương và  $a \neq 1$ . Khẳng định nào sau đây đúng?
- A.**  $\log_{\sqrt{a}}(a^2 + ab) = 4 + 2\log_a b$ .      **B.**  $\log_{\sqrt{a}}(a^2 + ab) = 4\log_a(a + b)$ .  
**C.**  $\log_{\sqrt{a}}(a^2 + ab) = 2 + 2\log_a(a + b)$ .      **D.**  $\log_{\sqrt{a}}(a^2 + ab) = 1 + 4\log_a b$ .
- Câu 13.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



- A.** 0.      **B.** 3.      **C.** 1.      **D.** 2.
- Câu 14.** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z = 0$  và điểm  $M(0; 1; 0)$ . Mặt phẳng  $(P)$  đi qua  $M$  và cắt  $S$  theo một đường tròn  $(C)$  có chu vi nhỏ nhất. Gọi  $N(x_0; y_0; z_0)$  là điểm của đường tròn  $(C)$  sao cho  $ON = \sqrt{6}$ . Tính  $y_0$ .
- A.**  $-2$ .      **B.**  $2$ .      **C.**  $-1$ .      **D.**  $3$ .

**Câu 15.** Hàm số nào sau đây không có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trên đoạn  $[-2; 2]$ ?

- A.  $y = x^4 + x^2$ .      B.  $y = x^3 + 2$ .      C.  $y = \frac{x-1}{x+1}$ .      D.  $y = -x + 1$ .

**Câu 16.** Khẳng định nào sau đây là khẳng định *sai*?

- A. Mỗi cạnh của khối đa diện là cạnh chung của đúng 2 mặt của khối đa diện.  
 B. Hai mặt bất kì của khối đa diện luôn có ít nhất một điểm chung.  
 C. Mỗi đỉnh của khối đa diện là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt.  
 D. Mỗi mặt của khối đa diện có ít nhất ba cạnh

**Câu 17.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = (x^4 - 3x^2 - 4)^{\sqrt{2}}$

- A.  $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .      B.  $D = (-\infty; +\infty)$ .  
 C.  $D = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$ .      D.  $D = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ .

**Câu 18.** Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A. 3 mặt phẳng.      B. 4 mặt phẳng.      C. 6 mặt phẳng.      D. 9 mặt phẳng.

**Câu 19.** . Biết rằng hàm số  $y = x^3 + 4x^2 - 3x + 7$  đạt cực tiểu tại  $x_{CT}$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng ?

- A.  $x_{CT} = \frac{1}{3}$ .      B.  $x_{CT} = -\frac{1}{3}$ .      C.  $x_{CT} = 1$ .      D.  $x_{CT} = -3$ .

**Câu 20.** Cho  $a, b, c$  là các số thực dương khác 1 và thỏa mãn  $\log_a b^2 = x; \log_{b^2} \sqrt{c} = y$ .  
 Tính giá trị của biểu thức  $P = \log_c a$

- A.  $P = \frac{xy}{2}$ .      B.  $P = 2xy$ .      C.  $P = \frac{1}{2xy}$ .      D.  $P = \frac{2}{xy}$ .

**Câu 21.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để bất phương trình

$$\left(\frac{2}{e}\right)^{x^2+2mx+1} \leq \left(\frac{e}{2}\right)^{2x-3m} \text{ nghiệm đúng với mọi } x?$$

- A.  $m \in (-\infty; -5] \cup [0; +\infty)$       B.  $m \in [-5; 0]$ .  
 C.  $m \in (-\infty; -5) \cup (0; +\infty)$ .      D.  $m \in (-5; 0)$ .

**Câu 22.** Xét các số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2)$ . Tìm giá trị nhỏ nhất  $P_{\min}$  của biểu thức  $P = x + 3y$ .

- A.  $P_{\min} = 9$ .      B.  $P_{\min} = 8$ .      C.  $P_{\min} = \frac{17}{2}$ .      D.  $P_{\min} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$ .

**Câu 23.** Gọi  $m_0$  là giá trị nhỏ nhất của tham số  $m$  sao cho phương trình

$$(m-1)\log_{\frac{1}{2}}^2(x-2) - (m-5)\log_{\frac{1}{2}}(x-2) + m-1 = 0 \text{ có nghiệm thuộc khoảng } (2; 4).$$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A.  $m_0 \in \left(2; \frac{10}{3}\right)$ .    B.  $m_0 \in \left(-1; \frac{4}{3}\right)$ .    C. Không tồn tại.    D.  $m_0 \in \left(-5; -\frac{5}{2}\right)$ .

**Câu 24.** Tập tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{mx-2}{x+m-3}$  nghịch biến trên từng khoảng xác định là khoảng  $(a;b)$ . Tính  $P = b - a$ .

A.  $P = -2$ .    B.  $P = -1$ .    C.  $P = -3$ .    D.  $P = 1$ .

**Câu 25.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \log_3[\log_2(x-1)-1]$ .

A.  $D = (-\infty; 3)$ .    B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ .    C.  $D = (3; +\infty)$ .    D.  $D = [3; +\infty)$ .

**Câu 26.** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$  trên đoạn  $\left[-2; -\frac{1}{2}\right]$ . Tính  $P = M - m$ .

A.  $P = 4$ .    B.  $P = -5$ .    C.  $P = 1$ .    D.  $P = 5$ .

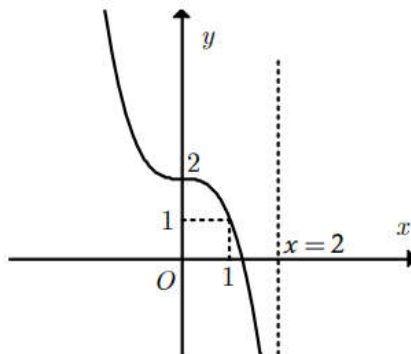
**Câu 27.** Một khối lăng trụ tam giác có cạnh đáy lần lượt là 6cm, 8cm và 10cm, cạnh bên 14cm và góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng  $30^\circ$ . Tính thể tích của khối lăng trụ đó.

A.  $112\sqrt{3} \text{ cm}^3$ .    B.  $168 \text{ cm}^3$ .    C.  $112 \text{ cm}^3$ .    D.  $56\sqrt{3} \text{ cm}^3$ .

**Câu 28.** Tính đạo hàm của hàm số  $y = \log 2x$ .

A.  $y' = \frac{1}{x \ln 2}$ .    B.  $y' = \frac{1}{x \ln 10}$ .    C.  $y' = \frac{1}{2x \ln 10}$ .    D.  $y' = \frac{\ln 10}{x}$ .

**Câu 29.** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A.  $y = -x^3 + 1$ .    B.  $y = -x^3 + 2$ .  
C.  $y = -x^3 + 3x + 2$ .    D.  $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$ .

**Câu 30.** Cho hàm số  $y = 2x^4 - 4x^2$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(1; +\infty)$ .  
B. Trên các khoảng  $(-1; 0)$  và  $(1; +\infty)$ ,  $y' > 0$  nên hàm số đã cho đồng biến.  
C. Trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(0; 1)$ ,  $y' < 0$  nên hàm số đã cho nghịch biến.  
D. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(0; 1)$ .

**Câu 31.** Biết rằng phương trình  $\left[\log_{\frac{1}{3}}(9x)\right]^2 + \log_3 \frac{x^2}{81} - 7 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ . Tính  $P = x_1 x_2$ .

- A.  $P = \frac{1}{9^3}$ .      B.  $P = 3^6$ .      C.  $P = 9^3$ .      D.  $P = 3^8$ .

**Câu 32.** Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BB', CC'$ . Mặt phẳng  $(A'MN)$  chia khối lăng trụ thành hai phần, đặt  $V_1$  là thể tích của phần đa diện chứa điểm  $B$ ,  $V_2$  là phần còn lại. Tính tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$ .

- A.  $\frac{V_1}{V_2} = 2$ .      B.  $\frac{V_1}{V_2} = 3$ .      C.  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{2}$ .      D.  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{2}$ .

**Câu 33.** Số nghiệm của phương trình  $\frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{\ln(x-1)} = 0$  là:

- A. 0.      B. 1.      C. 2.      D. 3.

**Câu 34.** Cho hình trụ có bán kính đáy  $r = 5(cm)$  và khoảng cách giữa hai đáy bằng  $7(cm)$ . Diện tích xung quanh của hình trụ là

- A.  $70\pi(cm^2)$ .      B.  $35\pi(cm^2)$ .      C.  $120(cm^2)$ .      D.  $60\pi(cm^2)$ .

**Câu 35.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  với bảng xét dấu đạo hàm như sau

$x$	$-\infty$	$-3$	$1$	$2$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$

Hỏi hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 3.      B. 1.      C. 0.      D. 2.

**Câu 36.** Có tất cả bao nhiêu số nguyên thoả mãn bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}\left[\log_2(2-x^2)\right] > 0$

- A. 1.      B. 2.      C. 3.      D. 0.

**Câu 37.** Cho hàm số  $y = \frac{m\sqrt{x-1}-9}{\sqrt{x-1}-m}$ . Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số đồng biến trên khoảng  $(2;17)$ ?

- A. 2.      B. 3.      C. 4.      D. 5.

**Câu 38.** Hình nón có đường sinh  $l = 2a$  và bán kính đáy bằng  $a$ . Diện tích xung quanh của hình nón bằng bao nhiêu?

- A.  $\pi a^2$ .      B.  $4\pi a^2$ .      C.  $2\pi a^2$ .      D.  $\pi a^3$ .

**Câu 39.** Cho hình nón tròn xoay có chiều cao  $h = 20(\text{cm})$ , bán kính đáy  $r = 25(\text{cm})$ . Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là  $12(\text{cm})$ . Tính diện tích của thiết diện đó.

**A.**  $S = 406(\text{cm}^2)$ .    **B.**  $S = 400(\text{cm}^2)$ .    **C.**  $S = 300(\text{cm}^2)$ .    **D.**  $S = 500(\text{cm}^2)$ .

**Câu 40.** Cho hình thang  $ABCD$  vuông tại  $A$  và  $D$ ,  $AD = CD = a$ ,  $AB = 2a$ . Quay hình thang  $ABCD$  quanh đường thẳng  $CD$ . Thể tích khối tròn xoay thu được là

**A.**  $\frac{5\pi a^3}{3}$ .    **B.**  $\frac{7\pi a^3}{3}$ .    **C.**  $\frac{4\pi a^3}{3}$ .    **D.**  $\pi a^3$ .

**Câu 41.** Cho hàm số  $f(x) = \frac{x-m^2}{x+8}$  (với  $m$  là tham số thực) thỏa mãn giá trị lớn nhất của  $m$  để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $[0;3]$  bằng  $-2$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  $3 < m \leq 4$ .    **B.**  $m < -1$ .    **C.**  $m > 4$ .    **D.**  $1 \leq m < 3$ .

**Câu 42.** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu tâm  $I(2;-3;1)$  và đi qua điểm  $A(6;1;3)$  có phương trình là

**A.**  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + 2z - 22 = 0$ .    **B.**  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 2z - 22 = 0$ .  
**C.**  $x^2 + y^2 + z^2 + 12x + 2y + 6z - 10 = 0$ .    **D.**  $x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 2y - 6z - 10 = 0$ .

**Câu 43.** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{e^x}{e^x - 1}$ .

**A.**  $D = \mathbb{R}$ .    **B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{e\}$ .    **C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .    **D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

**Câu 44.** Biết rằng mức lương của một kỹ sư ở công ty X trong quý I năm 2017 (3 tháng đầu tiên của năm 2017) là  $S_0$  (triệu đồng), kể từ quý II mức lương sẽ được tăng thêm 0,5 triệu đồng mỗi quý. Tổng lương của kỹ sư đó tính từ quý I năm 2017 đến hết quý IV năm 2022 là 1002 (triệu đồng). Tính tổng lương  $S$  (triệu đồng) của kỹ sư tính từ quý I năm 2017 đến hết quý IV năm 2025.

**A.**  $S = 1911$ .    **B.**  $S = 324$ .    **C.**  $S = 1611$ .    **D.**  $S = 342$ .

**Câu 45.** Một xe ô tô đang chuyển động đều với vận tốc  $16\text{m/s}$  thì người lái xe nhìn thấy 1 chướng ngại vật nên đạp phanh tại thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -2t + 16$  trong đó  $t$  là thời gian (tính bằng giây) kể từ lúc đạp phanh. Quãng đường mà ô tô đi được cho tới khi dừng hẳn là?

**A.**  $60\text{m}$ .    **B.**  $64\text{m}$ .    **C.**  $160\text{m}$ .    **D.**  $96\text{m}$ .

**Câu 46.** Từ các chữ số  $1;2;3;4;5;6;7$  có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số và chia hết cho 2?

**A.**  $1149$ .    **B.**  $1029$ .    **C.**  $574$ .    **D.**  $2058$ .

**Câu 47.** Cho nguyên hàm  $I = \int x^2 \sqrt{4-x^2} dx$ . Nếu đặt  $x = 2\sin t$  với  $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  thì

**TRUNG TÂM DẠY TOÁN THẦY TÚ + CÔ MY**

**A.**  $I = 2t + \frac{\cos 4t}{2} + C.$                       **B.**  $I = 2t + \frac{\sin 8t}{4} + C.$                       **C.**

$I = 2t - \frac{\cos 4t}{2} + C.$     **D.**  $I = 2t - \frac{\sin 4t}{2} + C.$

**Câu 48.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh  $SA = a$  và vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABCD)$  bằng

- A.**  $90^\circ.$                       **B.**  $30^\circ.$                       **C.**  $60^\circ.$                       **D.**  $45^\circ.$

**Câu 49.** Cho hàm số  $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2 + 2(m-1)x + m^2}}$  với  $m$  là tham số thực và  $m > \frac{1}{2}$ . Hỏi đồ

thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A.** 3.                      **B.** 1.                      **C.** 4.                      **D.** 2.

**Câu 50.** Tính  $P$  là tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình  $2^{x-1} + 2^{2-x} = 3.$

- A.**  $P = 1.$                       **B.**  $P = 3.$                       **C.**  $P = 5.$                       **D.**  $P = 9.$

-----Hết-----

**Thầy Tú  
Cô My**

**0988928463 - 0949743363  
0979584642 - 0836271886**





**BẢNG ĐÁP ÁN**

1.D	2.C	3.A	4.D	5.B	6.A	7.C	8.B	9.C	10.D
11.A	12.C	13.D	14.B	15.C	16.B	17.A	18.A	19.A	20.C
21.B	22.A	23.D	24.D	25.C	26.D	27.B	28.B	29.B	30.A
31.A	32.A	33.B	34.A	35.D	36.D	37.C	38.C	39.D	40.A
41.A	42.B	43.D	44.C	45.B	46.B	47.D	48.D	49.D	50.C

**Câu 1.** [Mức độ 1] Rút gọn biểu thức  $P = x^{\frac{1}{2}} \sqrt[4]{x}$  với  $x > 0$ .

A.  $x^{\frac{1}{4}}$ .

B.  $x^{\frac{1}{8}}$ .

C.  $x^{\frac{3}{8}}$ .

**D.  $x^{\frac{3}{4}}$ .**

**Lời giải**

Ta có:  $P = x^{\frac{1}{2}} \sqrt[4]{x} = x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}} = x^{\frac{3}{4}}$ .

**Câu 2.** [Mức độ 1] Cho hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên  $(-\infty; 1)$ .

B. Hàm số đã cho đồng biến trên  $(1; +\infty)$  và nghịch biến trên  $(-\infty; 1)$ .

**C. Hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .**

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên  $(1; +\infty)$ .

**Lời giải**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

$y' = x^2 - 2x + 1$ .

$y' = (x-1)^2 \Rightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ .

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ .

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên  $\mathbb{R}$ .

**Câu 3.** [Mức độ 3] Tìm tổng tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để đường thẳng  $d: y = 2x + m$  cắt đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-4}{x-1}$  (C) tại hai điểm phân biệt  $A$  và  $B$  sao cho  $4S_{IAB} = 15$  với  $I$  là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị.

**A. 0.**

B. 15.

C. 10.

D. 8.

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-4}{x-1} = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-4}{x-1} = +\infty$  nên đồ thị (C) nhận đường thẳng  $x=1$  làm tiệm cận đứng.

Ta lại có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-4}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{4}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = 2; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-4}{x-1} = 2$  nên đồ thị (C) nhận đường thẳng  $y=2$  làm tiệm cận ngang. Suy ra  $I(1; 2)$ .

Hoành độ giao điểm của (d) và (C) là nghiệm của phương trình

$$\frac{2x-4}{x-1} = 2x+m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ 2x-4 = (x-1)(2x+m) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ 2x^2 + (m-4)x + 4 - m = 0 \end{cases} \quad (1)$$

**TRUNG TÂM DẠY TOÁN THẦY TÚ + CÔ MY**

(d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $x \neq 1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 16 > 0 \\ 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 4 \\ m < -4 \end{cases} (*)$$

Với  $m$  thỏa mãn điều kiện (\*) thì (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt  $A(x_1; 2x_1 + m); B(x_2; 2x_2 + m)$

với  $x_1, x_2$  là hai nghiệm của phương trình (1). Theo Viet  $x_1 + x_2 = \frac{4-m}{2}; x_1 \cdot x_2 = \frac{4-m}{2}$ .

$$\Rightarrow AB = \sqrt{5(x_2 - x_1)^2} = \sqrt{5(x_2 + x_1)^2 - 20x_1x_2} = \sqrt{\frac{5(m^2 - 16)}{4}}$$

$$\text{Ta có } S_{IAB} = \frac{1}{2} AB \cdot d(I, AB) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{5(m^2 - 16)}{4}} \cdot \frac{|m|}{\sqrt{5}} = \frac{1}{4} \sqrt{m^2(m^2 - 16)}$$

$$S_{IAB} = \frac{15}{4} \Leftrightarrow \sqrt{m^2(m^2 - 16)} = 15 \Leftrightarrow m^4 - 16m^2 = 225 \Leftrightarrow (m^2 - 25)(m^2 + 9) = 0 \Leftrightarrow m = \pm 5$$

Kết hợp với điều kiện (\*) ta được hai giá trị thỏa mãn là  $m = 5; m = -5$  nên tổng là 0.

**Câu 4. [Mức độ 1]** Tìm tất cả các giá trị của  $x$  thỏa mãn  $\left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} \leq \left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x-1}$ .

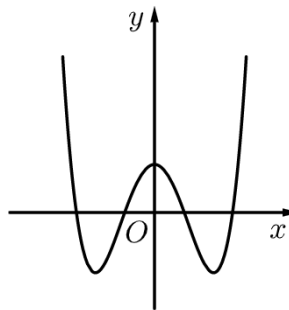
- A.  $x \leq -2$ .                      B.  $x \geq 4$ .                      C.  $-2 \leq x \leq 4$ .                      **D.  $x \leq -2; x \geq 4$ .**

**Lời giải**

Vì  $0 < \tan \frac{\pi}{7} < 1$  nên

$$\left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} \leq \left(\tan \frac{\pi}{7}\right)^{x-1} \Leftrightarrow x^2 - x - 9 \geq x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 4 \end{cases}$$

**Câu 5. [Mức độ 2]** Cho hàm số  $y = ax^4 + bx^2 + c$  có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A.  $a > 0, b > 0, c < 0$ .                      **B.  $a > 0, b < 0, c > 0$ .**                      C.  $a > 0, b < 0, c < 0$ .                      D.  $a < 0, b > 0, c < 0$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a > 0$ .

Hàm số có 3 điểm cực trị  $\Leftrightarrow ab < 0 \Leftrightarrow b < 0$ .

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương  $\Rightarrow c > 0$ .

**Câu 6. [Mức độ 2]** Cho  $\int_0^1 f(x) dx = 2$  và  $\int_0^1 g(x) dx = 5$ . Tính  $\int_0^1 (f(x) - 2g(x)) dx$ .

- A. -8.**                      B. 12.                      C. 1.                      D. -3.

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } \int_0^1 (f(x) - 2g(x)) dx = \int_0^1 f(x) dx - 2 \int_0^1 g(x) dx = 2 - 2 \cdot 5 = 2 - 10 = -8.$$

**Câu 7.** [Mức độ 1] Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$  và  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.  
 B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.  
**C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang  $y = -1$  và tiệm cận đứng  $x = 1$ .**  
 D. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường  $y = -1$  và  $y = 1$ .

**Lời giải**

Ta có  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \Rightarrow$  Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng  $y = -1$ .

Lại có  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty \Rightarrow$  Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng  $x = 1$ .

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang  $y = -1$  và tiệm cận đứng  $x = 1$ .

**Câu 8.** [Mức độ 3] Cho hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3$  với  $m$  là tham số thực. Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị của  $m$  sao cho đồ thị hàm số có hai điểm cực trị. Biết rằng khi  $m$  thay đổi trong  $S$ , các điểm cực đại của đồ thị hàm số cũng thay đổi nhưng luôn nằm trên một đường thẳng  $(d)$  cố định. Hỏi  $(d)$  song song với đường thẳng nào sau đây?

- A.  $y = -2x$ .      **B.  $y = -3x + 5$ .**      C.  $y = 2x + 4$ .      D.  $y = -3x - 1$ .

**Lời giải**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

$$y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1).$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m - 1 \\ x = m + 1 \end{cases}$$

Hàm số luôn có hai điểm cực trị với  $\forall m \in \mathbb{R}$ , hay  $S = \mathbb{R}$ .

Ta có bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$m - 1$	$m + 1$	$+\infty$		
$y'$		+	0	-	0	+
$y$	$-\infty$	$y(m-1)$		$y(m+1)$		$+\infty$

Suy ra điểm cực đại của hàm số là  $x = m - 1$ .

$$\text{Ta có } y(m-1) = (m-1)^3 - 3m(m-1)^2 + 3(m^2-1)(m-1) - m^3 = -3m + 2.$$

Tọa độ các điểm cực đại của đồ thị hàm số là  $A(m-1; -3m+2)$ .

Nhận thấy  $3x_A + y_A = -1$ . Do đó điểm  $A$  luôn thuộc đường thẳng  $d: y = -3x - 1$  khi  $m$  thay đổi trong  $S$ .

Như vậy đường thẳng này song song với đường thẳng  $y = -3x + 5$ .

**Câu 9.** [Mức độ 1] Tìm tất cả các giá trị của  $a$  thỏa mãn  $(a-1)^{\frac{2}{3}} < (a-1)^{\frac{1}{3}}$ .

- A.  $1 < a < 2$ .      B.  $a > 1$ .      **C.  $a > 2$ .**      D.  $0 < a < 1$ .

**Lời giải**

$$\text{Điều kiện: } a - 1 > 0 \Leftrightarrow a > 1. \quad (1)$$

TRUNG TÂM DẠY TOÁN THẦY TÚ + CÔ MY

Ta có  $-\frac{2}{3} < -\frac{1}{3}$  mà  $(a-1)^{-\frac{2}{3}} < (a-1)^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow a-1 > 1 \Leftrightarrow a > 2$ . (2)

Từ (1) và (2), ta có  $a > 2$  thỏa mãn đề bài.

**Câu 10.** [Mức độ 2] Cho hàm số  $y = x.e^{-x}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $xy' = (1+x)y$ .      B.  $(1-x)y' = xy$ .      C.  $(1+x)y' = (x-1)y$ .      **D.  $xy' = (1-x)y$ .**

Lời giải

Ta có  $y' = (x.e^{-x})' = (x)' . e^{-x} + (e^{-x})' . x = e^{-x} - x.e^{-x} = e^{-x}(1-x)$ .

Suy ra:  $xy' = x.e^{-x}(1-x) = (1-x)y$ .

**Câu 11.** [Mức độ 2] Tìm tập nghiệm  $S$  của phương trình  $\log_2(9-2^x) = 3-x$ .

- A.  $S = \{0; 3\}$ .**      B.  $S = \{1; 3\}$ .      C.  $S = \{-3; 1\}$ .      D.  $S = \{-3; 0\}$ .

Lời giải

+) Điều kiện:  $9-2^x > 0 \Leftrightarrow x < \log_2 9$  (\*).

$$+) \log_2(9-2^x) = 3-x \Leftrightarrow 9-2^x = 2^{3-x} \Leftrightarrow 9-2^x = \frac{2^3}{2^x}$$

$$\Leftrightarrow (2^x)^2 - 9.2^x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 1 \\ 2^x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

+) Đối chiếu với điều kiện (\*) phương trình đã cho có hai nghiệm là  $x = 0; x = 3$ .

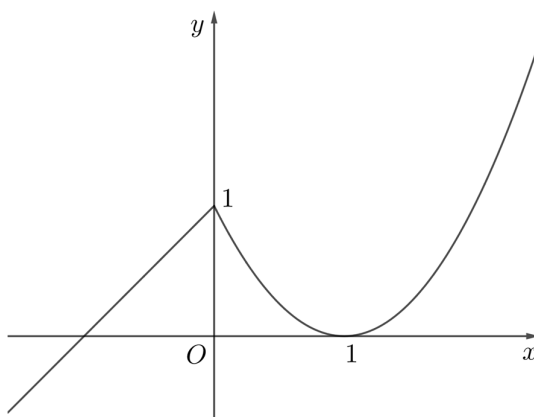
**Câu 12.** [Mức độ 2] Cho  $a, b$  là các số thực dương và  $a \neq 1$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $\log_{\sqrt{a}}(a^2 + ab) = 4 + 2\log_a b$ .      B.  $\log_{\sqrt{a}}(a^2 + ab) = 4\log_a(a+b)$ .  
**C.  $\log_{\sqrt{a}}(a^2 + ab) = 2 + 2\log_a(a+b)$ .**      D.  $\log_{\sqrt{a}}(a^2 + ab) = 1 + 4\log_a b$ .

Lời giải

$$\begin{aligned} +) \log_{\sqrt{a}}(a^2 + ab) &= 2\log_a[a(a+b)] = 2[\log_a a + \log_a(a+b)] \\ &= 2[1 + \log_a(a+b)] = 2 + 2\log_a(a+b). \end{aligned}$$

**Câu 13.** [Mức độ 1] Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình bên. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 0.      B. 3.      C. 1.      **D. 2.**

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số  $y = f(x)$  ta thấy hàm số có hai điểm cực trị tại  $x = 0$  và  $x = 1$ .

**Câu 14.** [Mức độ 3] Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu

(S):  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z = 0$  và điểm  $M(0; 1; 0)$ . Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt S

theo một đường tròn ( $C$ ) có chu vi nhỏ nhất. Gọi  $N(x_0; y_0; z_0)$  là điểm của đường tròn ( $C$ ) sao cho  $ON = \sqrt{6}$ . Tính  $y_0$ .

A. -2.

**B. 2.**

C. -1.

D. 3.

**Lời giải**

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 6$$

$\Rightarrow$  mặt cầu ( $S$ ) có tâm  $I(-1; 2; 1)$ , bán kính  $R = \sqrt{6}$ .

Ta thấy điểm  $M(0; 1; 0)$  nằm trong mặt cầu ( $S$ ) nên mặt phẳng ( $P$ ) đi qua  $M$  và cắt  $S$  theo một đường tròn ( $C$ ) có chu vi nhỏ nhất khi và chỉ khi mặt phẳng ( $P$ ) vuông góc với  $IM$ . Do đó, mặt phẳng ( $P$ ) qua  $M$  và có một vectơ pháp tuyến là  $\overline{IM} = (1; -1; -1) \Rightarrow$  phương trình mặt phẳng ( $P$ ):  $1 \cdot x - 1(y-1) - z = 0 \Leftrightarrow x - y - z + 1 = 0$ .

Điểm  $N(x_0; y_0; z_0)$  thuộc mặt cầu ( $C$ ) thỏa mãn  $ON = \sqrt{6}$  nên tọa độ điểm  $N$  là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 6 \\ x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 + 2x_0 - 4y_0 - 2z_0 = 0 \\ x_0 - y_0 - z_0 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 6 \\ x_0 - 2y_0 - z_0 + 3 = 0 \\ x_0 - y_0 - z_0 + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 6 \\ y_0 = 2 \\ x_0 - y_0 - z_0 + 1 = 0 \end{cases}$$

Vậy  $y_0 = 2$ .

**Câu 15. [Mức độ 1]** Hàm số nào sau đây không có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất trên đoạn  $[-2; 2]$ ?

A.  $y = x^4 + x^2$ .

B.  $y = x^3 + 2$ .

**C.  $y = \frac{x-1}{x+1}$ .**

D.  $y = -x + 1$ .

**Lời giải**

Các hàm số  $y = x^4 + x^2$ ,  $y = x^3 + 2$ ,  $y = -x + 1$  liên tục trên đoạn  $[-2; 2]$  nên có giá trị lớn nhất, nhỏ nhất trên đoạn đó.

Hàm số  $y = \frac{x-1}{x+1}$  không liên tục trên  $[-2; 2]$  và có  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x-1}{x+1} = +\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x-1}{x+1} = -\infty$  nên

không có giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trên  $[-2; 2]$ .

**Câu 16. [Mức độ 1]** Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. Mỗi cạnh của khối đa diện là cạnh chung của đúng 2 mặt của khối đa diện.

**B. Hai mặt bất kì của khối đa diện luôn có ít nhất một điểm chung.**

C. Mỗi đỉnh của khối đa diện là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt.

D. Mỗi mặt của khối đa diện có ít nhất ba cạnh

**Lời giải**

Đáp án B là sai vì hai mặt của hình hộp có thể song song nên không có điểm chung.

**Câu 17. [Mức độ 1]** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = (x^4 - 3x^2 - 4)^{\sqrt{2}}$

**A.  $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .**

B.  $D = (-\infty; +\infty)$ .

C.  $D = (-\infty; -1) \cup (4; +\infty)$ .

D.  $D = (-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ .

**Lời giải**

Hàm số xác định  $\Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow (x^2 + 1)(x^2 - 4) > 0$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases}$$

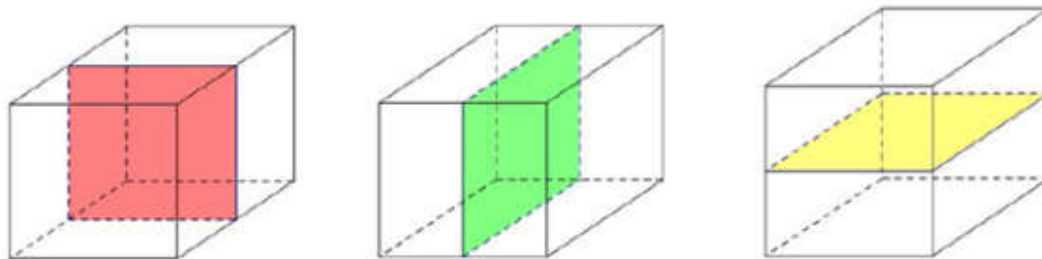
Vậy tập xác định của hàm số là  $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$ .

**Câu 18.** [Mức độ 1] Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A.** 3 mặt phẳng.      **B.** 4 mặt phẳng.      **C.** 6 mặt phẳng.      **D.** 9 mặt phẳng.

**Lời giải**

Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có 3 mặt phẳng đối xứng như hình vẽ



**Câu 19.** [Mức độ 2]. Biết rằng hàm số  $y = x^3 + 4x^2 - 3x + 7$  đạt cực tiểu tại  $x_{CT}$ . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.**  $x_{CT} = \frac{1}{3}$ .      **B.**  $x_{CT} = -\frac{1}{3}$ .      **C.**  $x_{CT} = 1$ .      **D.**  $x_{CT} = -3$ .

**Lời giải**

+ Tập xác định :  $D = \mathbb{R}$ .

$$+ y' = 3x^2 + 8x - 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Bảng biến thiên :

$x$	$-\infty$	$-3$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$y'$		$+$	$0$	$-$	$0$	$+$
$y$			$25$		$\frac{175}{27}$	$+\infty$

$-\infty$        $-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có  $x_{CT} = \frac{1}{3}$ .

**Câu 20.** [Mức độ 2] Cho  $a, b, c$  là các số thực dương khác 1 và thỏa mãn  $\log_a b^2 = x; \log_{b^2} \sqrt{c} = y$ .

Tính giá trị của biểu thức  $P = \log_c a$

- A.**  $P = \frac{xy}{2}$ .      **B.**  $P = 2xy$ .      **C.**  $P = \frac{1}{2xy}$ .      **D.**  $P = \frac{2}{xy}$ .

**Lời giải**

Từ giả thiết  $\log_a b^2 = x \Leftrightarrow 2 \log_a b = x \Leftrightarrow \log_b a = \frac{2}{x}$ .

$\log_{b^2} \sqrt{c} = y \Leftrightarrow \frac{1}{4} \log_b c = y \Leftrightarrow \log_b c = 4y$ .

Vậy  $P = \log_c a = \frac{\log_b a}{\log_b c} = \frac{2}{4xy} = \frac{1}{2xy}$ .

**Câu 21.** [Mức độ 3] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để bất phương trình

$$\left(\frac{2}{e}\right)^{x^2+2mx+1} \leq \left(\frac{e}{2}\right)^{2x-3m} \text{ nghiệm đúng với mọi } x?$$

A.  $m \in (-\infty; -5] \cup [0; +\infty)$

**B.  $m \in [-5; 0]$ .**

C.  $m \in (-\infty; -5) \cup (0; +\infty)$ .

D.  $m \in (-5; 0)$ .

**Lời giải**

Ta có:  $\left(\frac{2}{e}\right)^{x^2+2mx+1} \leq \left(\frac{e}{2}\right)^{2x-3m} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{e}\right)^{x^2+2mx+1} \leq \left(\frac{2}{e}\right)^{-2x+3m}$

$\Leftrightarrow x^2 + 2mx + 1 \geq -2x + 3m \Leftrightarrow x^2 + 2(m+1)x + 1 - 3m \geq 0$ .

Để bất phương trình nghiệm đúng với mọi  $x$  thì  $\Delta' = (m+1)^2 - (1-3m) \leq 0 \Leftrightarrow m^2 + 5m \leq 0$

$\Leftrightarrow m \in [-5; 0]$ .

**Câu 22. [Mức độ 3]** Xét các số thực dương  $x, y$  thỏa mãn  $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2)$ . Tìm giá trị nhỏ

nhất  $P_{\min}$  của biểu thức  $P = x + 3y$ .

**A.  $P_{\min} = 9$ .**

B.  $P_{\min} = 8$ .

C.  $P_{\min} = \frac{17}{2}$ .

D.  $P_{\min} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$ .

**Lời giải**

Điều kiện:  $x, y > 0$ .

$\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2) \Leftrightarrow xy \geq x + y^2 \Leftrightarrow (y-1)x \geq y^2 \Rightarrow \begin{cases} y > 1 \\ x \geq \frac{y^2}{y-1} \end{cases}$

$P = x + 3y \geq \frac{y^2}{y-1} + 3y = 4y + 1 + \frac{1}{y-1} = \left(4(y-1) + \frac{1}{y-1}\right) + 5 \geq 2\sqrt{4(y-1) \cdot \frac{1}{y-1}} + 5 = 9$

Dấu bằng xảy ra khi  $4(y-1) = \frac{1}{y-1} \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}, x = \frac{9}{2}$ .

Vậy  $P_{\min} = 9$ .

**Câu 23. [Mức độ 3]** Gọi  $m_0$  là giá trị nhỏ nhất của tham số  $m$  sao cho phương trình

$(m-1)\log_{\frac{1}{2}}^2(x-2) - (m-5)\log_{\frac{1}{2}}(x-2) + m - 1 = 0$  có nghiệm thuộc khoảng  $(2; 4)$ . Mệnh đề

nào sau đây là đúng?

A.  $m_0 \in \left(2; \frac{10}{3}\right)$ .

B.  $m_0 \in \left(-1; \frac{4}{3}\right)$ .

C. Không tồn tại.

**D.  $m_0 \in \left(-5; -\frac{5}{2}\right)$ .**

**Lời giải**

Điều kiện:  $x > 2$ .

Đặt  $t = \log_{\frac{1}{2}}(x-2)$ , do  $x \in (2; 4) \Rightarrow t \in (-1; +\infty)$ .

Phương trình trở thành:  $(m-1)t^2 - (m-5)t + m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{t^2 - 5t + 1}{t^2 - t + 1}$  (1).

Giả thiết tương đương phương trình (1) có nghiệm thuộc khoảng  $(-1; +\infty)$ .

Xét  $f(t) = \frac{t^2 - 5t + 1}{t^2 - t + 1}$ ,  $t \in (-1; +\infty)$ .

Có  $f'(t) = \frac{4t^2 - 4}{(t^2 - t + 1)^2}$ ;  $f'(t) = 0 \Leftrightarrow 4t^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1(TM) \\ t = -1(L) \end{cases}$ .



TRUNG TÂM DẠY TOÁN THẦY TÚ + CÔ MY

BBT

$t$	-1	1	$+\infty$
$f'(t)$		-	0 +
$f(t)$	$\frac{7}{3}$	-3	1

Dựa vào BBT ta có phương trình (1) có nghiệm thuộc khoảng  $(-1; +\infty)$  khi và chỉ khi

$$-3 \leq m < \frac{7}{3}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của tham số  $m$  là  $m_0 = -3$ .

**Câu 24. [Mức độ 2]** Tập tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{mx-2}{x+m-3}$  nghịch biến trên từng

khoảng xác định là khoảng  $(a; b)$ . Tính  $P = b - a$ .

- A.  $P = -2$ .                      B.  $P = -1$ .                      C.  $P = -3$ .                      **D.  $P = 1$ .**

Lời giải

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{3 - m\}$ .

$$\text{Ta có } y' = \frac{m^2 - 3m + 2}{(x + m - 3)^2}.$$

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi  $y' < 0, \forall x \neq 3 - m$

$$\Leftrightarrow m^2 - 3m + 2 < 0 \Leftrightarrow m \in (1; 2).$$

$$\text{Vậy } a = 1; b = 2 \Rightarrow P = b - a = 1.$$

**Câu 25. [Mức độ 2]** Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \log_3[\log_2(x-1)-1]$ .

- A.  $D = (-\infty; 3)$ .                      B.  $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$ .                      **C.  $D = (3; +\infty)$ .**                      D.  $D = [3; +\infty)$ .

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số đã cho là

$$\begin{cases} x-1 > 0 \\ \log_2(x-1)-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 > 2 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3.$$

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là  $D = (3; +\infty)$ .

**Câu 26. [Mức độ 2]** Gọi  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 1$

trên đoạn  $\left[-2; -\frac{1}{2}\right]$ . Tính  $P = M - m$ .

- A.  $P = 4$ .                      B.  $P = -5$ .                      C.  $P = 1$ .                      **D.  $P = 5$ .**

Lời giải

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn  $\left[-2; -\frac{1}{2}\right]$ , ta có:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin \left[-2; -\frac{1}{2}\right] \\ x = -1 \in \left[-2; -\frac{1}{2}\right] \end{cases}.$$

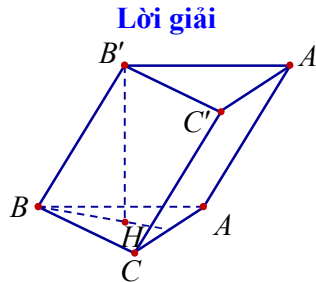
$$f(-2) = -5; f(-1) = 0; f\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}.$$

Suy ra  $M = \max_{x \in [-2; -\frac{1}{2}]} f(x) = 0$ ,  $m = \min_{x \in [-2; -\frac{1}{2}]} f(x) = -5$ .

Vậy  $P = M - m = 0 - (-5) = 5$ .

**Câu 27.** [Mức độ 2] Một khối lăng trụ tam giác có cạnh đáy lần lượt là 6 cm, 8 cm và 10 cm, cạnh bên 14 cm và góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng  $30^\circ$ . Tính thể tích của khối lăng trụ đó.

- A.  $112\sqrt{3} \text{ cm}^3$ .      **B.  $168 \text{ cm}^3$ .**      C.  $112 \text{ cm}^3$ .      D.  $56\sqrt{3} \text{ cm}^3$ .



\* Xét hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  như hình vẽ, trong đó  $AB = 6 \text{ cm}$ ,  $BC = 8 \text{ cm}$ ,  $AC = 10 \text{ cm}$ ,  $BB' = 14 \text{ cm}$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $B'$  trên mặt phẳng  $(ABC)$ . Góc giữa cạnh bên  $BB'$  và mặt đáy là góc  $\widehat{B'BH} = 30^\circ$ .

\* Ta có  $AB^2 + BC^2 = 6^2 + 8^2 = 100 = AC^2$  nên đáy là tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$  có diện tích là  $S = \frac{1}{2}.AB.BC = 24 \text{ cm}^2$ .

\* Tam giác  $B'BH$  vuông tại  $H$  nên  $h = B'H = BB'.\sin 30^\circ = 14.\frac{1}{2} = 7 \text{ cm}$ .

\* Thể tích khối lăng trụ  $V = Sh = 168 \text{ cm}^3$ .

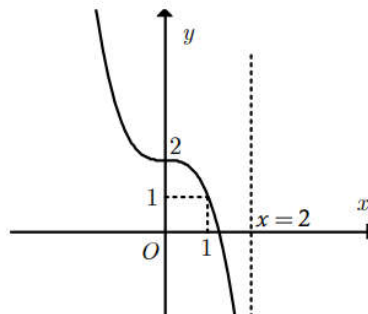
**Câu 28.** [Mức độ 1] Tính đạo hàm của hàm số  $y = \log 2x$ .

- A.  $y' = \frac{1}{x \ln 2}$ .      **B.  $y' = \frac{1}{x \ln 10}$ .**      C.  $y' = \frac{1}{2x \ln 10}$ .      D.  $y' = \frac{\ln 10}{x}$ .

**Lời giải**

\* Ta có  $y' = \frac{1}{2x \ln 10} \cdot (2x)' = \frac{1}{x \ln 10}$ .

**Câu 29.** [Mức độ 2] Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A.  $y = -x^3 + 1$ .      **B.  $y = -x^3 + 2$ .**      C.  $y = -x^3 + 3x + 2$ .      D.  $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$ .

**Lời giải**

+) Ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm  $(1;1)$  nên loại đáp án C.

**TRUNG TÂM DẠY TOÁN THẦY TÚ + CÔ MY**

+) Đồ thị hàm số cắt trục  $Oy$  tại điểm  $(0;2)$  nên loại đáp án A.

+) Đồ thị hàm số cắt đường thẳng  $x=2$  tại điểm có tung độ âm nên loại đáp án D.

Vậy chọn đáp án B.

**Câu 30.** [Mức độ 2] Cho hàm số  $y = 2x^4 - 4x^2$ . Mệnh đề nào sau đây sai?

**A.** Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(1; +\infty)$ .

**B.** Trên các khoảng  $(-1; 0)$  và  $(1; +\infty)$ ,  $y' > 0$  nên hàm số đã cho đồng biến.

**C.** Trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(0; 1)$ ,  $y' < 0$  nên hàm số đã cho nghịch biến.

**D.** Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(0; 1)$ .

**Lời giải**

$$\text{Hàm số } y = 2x^4 - 4x^2 \text{ có } y' = 8x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$1$	$+\infty$
$y'$	$-$	$0$	$+$	$0$	$+$
$y$	$+\infty$	$-2$	$0$	$-2$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra chọn đáp án A.

**Câu 31.** [Mức độ 2] Biết rằng phương trình  $\left[ \log_{\frac{1}{3}}(9x) \right]^2 + \log_3 \frac{x^2}{81} - 7 = 0$  có hai nghiệm phân biệt

$x_1, x_2$ . Tính  $P = x_1 x_2$ .

**A.**  $P = \frac{1}{9^3}$ .

**B.**  $P = 3^6$ .

**C.**  $P = 9^3$ .

**D.**  $P = 3^8$ .

**Lời giải**

Điều kiện xác định của phương trình:  $x > 0$ .

$$\left[ \log_{\frac{1}{3}}(9x) \right]^2 + \log_3 \frac{x^2}{81} - 7 = 0 \Leftrightarrow \left[ -(2 + \log_3 x) \right]^2 + 2 \log_3 x - 4 - 7 = 0 \Leftrightarrow \log_3^2 x + 6 \log_3 x - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 1 \\ \log_3 x = -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \text{ (TM)} \\ x = \frac{1}{3^7} \text{ (TM)} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P = x_1 x_2 = \frac{1}{3^6} = \frac{1}{9^3}.$$

**Câu 32.** [Mức độ 2] Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $BB', CC'$ . Mặt phẳng  $(A'MN)$  chia khối lăng trụ thành hai phần, đặt  $V_1$  là thể tích của phần đa

diện chứa điểm  $B$ ,  $V_2$  là phần còn lại. Tính tỉ số  $\frac{V_1}{V_2}$ .

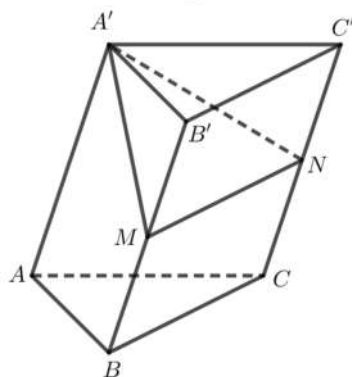
**A.**  $\frac{V_1}{V_2} = 2$ .

**B.**  $\frac{V_1}{V_2} = 3$ .

**C.**  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{2}$ .

**D.**  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{5}{2}$ .

**Lời giải**



Gọi  $V$  là thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ .

Đặt  $b = \frac{B'M}{B'B} = \frac{1}{2}; c = \frac{C'N}{C'C} = \frac{1}{2}$ . Áp dụng công thức tỉ số thể tích trong lăng trụ, ta có

$$\frac{V_2}{V} = \frac{b+c}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_2 = \frac{1}{3}V.$$

Mà  $V_1 = V - V_2 = V - \frac{1}{3}V = \frac{2}{3}V$ . Vậy  $\frac{V_1}{V_2} = 2$ .

**Câu 33.** [Mức độ 2] Số nghiệm của phương trình  $\frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{\ln(x-1)} = 0$  là:

A. 0.

**B. 1.**

C. 2.

D. 3.

**Lời giải**

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x-1 > 0 \\ \ln(x-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x \neq 2 \end{cases}.$$

Khi

đó

$$\frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{\ln(x-1)} = 0 \Leftrightarrow x^3 - 5x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow x(x^2 - 5x + 6) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Kết hợp điều kiện ta được phương trình đã cho có một nghiệm  $x = 3$ .

**Câu 34.** [Mức độ 1] Cho hình trụ có bán kính đáy  $r = 5(cm)$  và khoảng cách giữa hai đáy bằng  $7(cm)$ .

Diện tích xung quanh của hình trụ là

**A.  $70\pi(cm^2)$ .**

B.  $35\pi(cm^2)$ .

C.  $120(cm^2)$ .

D.  $60\pi(cm^2)$ .

**Lời giải**

Diện tích xung quanh của hình trụ là:  $S = 2\pi rh = 2\pi \cdot 5 \cdot 7 = 70\pi(cm^2)$ .

**Câu 35.** [Mức độ 1] Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  với bảng xét dấu đạo hàm như sau

$x$	$-\infty$	$-3$	$1$	$2$	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$

Hỏi hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.

B. 1.

C. 0.

**D. 2.**

**Lời giải**

**TRUNG TÂM DẠY TOÁN THẦY TÚ + CÔ MY**

Dựa vào bảng xét dấu, đạo hàm  $f'(x)$  có 2 lần đổi dấu tại  $x = -3$  và  $x = 2$  nên hàm số  $y = f(x)$  có 2 điểm cực trị.

- Câu 36.** [Mức độ 2] Có tất cả bao nhiêu số nguyên thỏa mãn bất phương trình  $\log_{\frac{1}{2}}\left[\log_2(2-x^2)\right] > 0$
- A. 1.                                    B. 2.                                    C. 3.                                    **D. 0.**

**Lời giải**

$$\begin{aligned} +) \log_{\frac{1}{2}}\left[\log_2(2-x^2)\right] > 0 &\Leftrightarrow 0 < \log_2(2-x^2) < 1 \Leftrightarrow 1 < 2-x^2 < 2 \Leftrightarrow 0 < x^2 < 1 \\ &\Leftrightarrow x \in (-1; 1) \setminus \{0\}. \end{aligned}$$

Do đó không có số nguyên nào thỏa mãn bất phương trình đã cho.

- Câu 37.** [Mức độ 3] Cho hàm số  $y = \frac{m\sqrt{x-1}-9}{\sqrt{x-1}-m}$ . Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số đồng biến trên khoảng (2;17)?
- A. 2.                                    B. 3.                                    **C. 4.**                                    D. 5.

**Lời giải**

Đặt  $t = \sqrt{x-1}$ .

Với điều kiện  $x \in (2;17) \Rightarrow t \in (1;4)$ .

Xét hàm số  $g(u) = \sqrt{u-1}$  trên (1;4).

$$g'(u) = \frac{1}{2\sqrt{u-1}} > 0 \quad \forall u \in (1;4) \Rightarrow \text{hàm số } g(u) \text{ đồng biến trên } (1;4).$$

Yêu cầu bài toán trở thành tìm  $m$  để hàm số  $y = \frac{mt-9}{t-m}$  đồng biến trên (1;4).

Ta có  $y' = \frac{-m^2+9}{(t-m)^2}$ .

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định điều kiện là  $y' > 0 \quad \forall t \neq m \Leftrightarrow -m^2+9 > 0 \Leftrightarrow m \in (-3;3)$ .

Mặt khác, để hàm số  $y = \frac{mt-9}{t-m}$  đồng biến trên (1;4) thì  $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 4 \end{cases}$ .

Kết hợp với điều kiện  $m \in (-3;3)$  và  $m$  nguyên ta có  $m \in \{-2; -1; 0; 1\}$ .

Vậy chọn đáp án C.

- Câu 38.** [Mức độ 1] Hình nón có đường sinh  $l = 2a$  và bán kính đáy bằng  $a$ . Diện tích xung quanh của hình nón bằng bao nhiêu?
- A.  $\pi a^2$ .                                    B.  $4\pi a^2$ .                                    **C.  $2\pi a^2$ .**                                    D.  $\pi a^3$ .

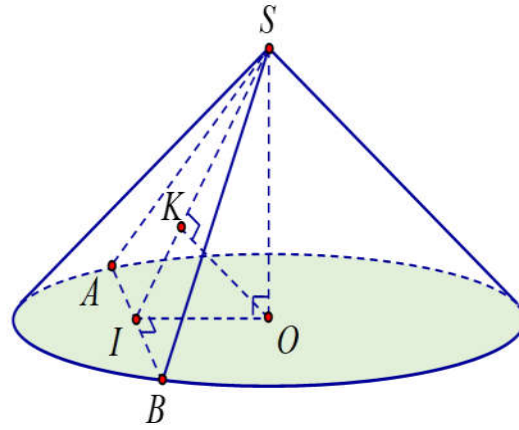
**Lời giải**

Diện tích xung quanh của hình nón là  $\pi.r.l = \pi.a.(2a) = 2\pi a^2$ .

Vậy chọn đáp án C.

- Câu 39.** [Mức độ 3] Cho hình nón tròn xoay có chiều cao  $h = 20(\text{cm})$ , bán kính đáy  $r = 25(\text{cm})$ . Một thiết diện đi qua đỉnh của hình nón có khoảng cách từ tâm đáy đến mặt phẳng chứa thiết diện là  $12(\text{cm})$ . Tính diện tích của thiết diện đó.
- A.  $S = 406(\text{cm}^2)$ .                                    B.  $S = 400(\text{cm}^2)$ .                                    C.  $S = 300(\text{cm}^2)$ .                                    **D.  $S = 500(\text{cm}^2)$ .**

**Lời giải**



Gọi  $S, O$  lần lượt là đỉnh và tâm đường tròn đáy của khối nón ( $N$ ).

Ta có mặt phẳng ( $\alpha$ ) cắt đường tròn đáy tâm  $O$  tại 2 điểm  $A, B$ .

Vậy mặt phẳng ( $\alpha$ ) cắt khối nón theo một thiết diện là  $\Delta SAB$ .

Kẻ  $OI \perp AB$  tại  $I$ ,  $OK \perp SI$  tại  $K$ .

$$\text{Ta có } \begin{cases} OI \perp AB \\ SO \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOI) \Rightarrow AB \perp OK.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} AB \perp OK \\ SI \perp OK \end{cases} \Rightarrow OK \perp (SAB) \Rightarrow d[O, (SAB)] = OK = 12 \text{ (cm)}.$$

Áp dụng hệ thức lượng cho  $\Delta SOI$  vuông tại  $O$  có đường cao  $OK$

$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OI^2} + \frac{1}{SO^2} \Rightarrow OI = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{OK^2} - \frac{1}{SO^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{12^2} - \frac{1}{20^2}}} = 15 \text{ (cm)}.$$

$$\text{Xét } \Delta AOI \text{ vuông tại } I \text{ có: } IA^2 + OI^2 = AO^2 \Rightarrow IA = \sqrt{AO^2 - OI^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20 \text{ (cm)}.$$

$$\text{Xét } \Delta SOI \text{ vuông tại } O \text{ có: } SO^2 + IO^2 = SI^2 \Rightarrow SI = \sqrt{SO^2 + IO^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25 \text{ (cm)}.$$

$$\text{Vậy } S_{\Delta SAB} = \frac{1}{2} SI \cdot AB = SI \cdot IA = 25 \cdot 20 = 500 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

**Câu 40.** [Mức độ 2] Cho hình thang  $ABCD$  vuông tại  $A$  và  $D$ ,  $AD = CD = a$ ,  $AB = 2a$ . Quay hình thang  $ABCD$  quanh đường thẳng  $CD$ . Thể tích khối tròn xoay thu được là

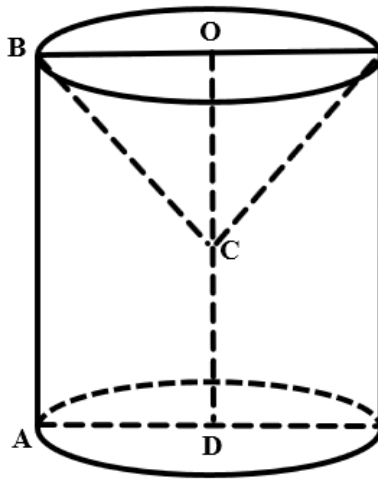
**A.**  $\frac{5\pi a^3}{3}$ .

**B.**  $\frac{7\pi a^3}{3}$ .

**C.**  $\frac{4\pi a^3}{3}$ .

**D.**  $\pi a^3$ .

**Lời giải**



Gọi  $V$  là thể tích khối tròn xoay cần tính.

Gọi  $V_1$  là thể tích khối trụ có đường cao  $h_1 = AB = 2a$ , bán kính đáy  $r = AD = a$ ,

$$\text{Suy ra } V_1 = h_1 \pi r^2 = 2a \cdot \pi \cdot a^2 = 2\pi a^3.$$

Gọi  $V_2$  là thể tích khối nón có đường cao  $h_2 = CO = a$ , bán kính đáy  $r = AD = a$ .

$$V_2 = \frac{1}{3} h_2 \pi r^2 = \frac{1}{3} \cdot a \cdot \pi \cdot a^2 = \frac{1}{3} \pi a^3.$$

$$\text{Vậy } V = V_1 - V_2 = 2\pi a^3 - \frac{1}{3} \pi a^3 = \frac{5\pi a^3}{3}.$$

**Câu 41.** [Mức độ 2] Cho hàm số  $f(x) = \frac{x - m^2}{x + 8}$  ( với  $m$  là tham số thực ) thỏa mãn giá trị lớn nhất của

$m$  để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên đoạn  $[0; 3]$  bằng  $-2$  Mệnh đề nào sau đây đúng?

**A.**  $3 < m \leq 4$ .

**B.**  $m < -1$ .

**C.**  $m > 4$ .

**D.**  $1 \leq m < 3$ .

**Lời giải**

Ta có:  $f'(x) = \frac{8 + m^2}{(x + 8)^2} > 0, \forall x \in [0; 3]$ , suy ra hàm số  $f(x)$  đồng biến trên đoạn  $[0; 3]$ .

Do đó:  $\min_{[0;3]} f(x) = f(0) = \frac{-m^2}{8}$ . Theo giả thiết  $\min_{[0;3]} f(x) = -2 \Leftrightarrow \frac{-m^2}{8} = -2 \Leftrightarrow m^2 = 16$

$$\Leftrightarrow m = \pm 4.$$

Do  $m$  lớn nhất nên  $m = 4$ .

**Câu 42.** [Mức độ 2] Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu tâm  $I(2; -3; 1)$  và đi qua điểm  $A(6; 1; 3)$  có phương trình là

**A.**  $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + 2z - 22 = 0$ .

**B.**  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 2z - 22 = 0$ .

**C.**  $x^2 + y^2 + z^2 + 12x + 2y + 6z - 10 = 0$ .

**D.**  $x^2 + y^2 + z^2 - 12x - 2y - 6z - 10 = 0$ .

**Lời giải**

Do mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I(2; -3; 1)$  và đi qua điểm  $A(6; 1; 3)$  nên bán kính

$$R = IA = \sqrt{4^2 + 4^2 + 2^2} = 6. \text{ Do đó } (S) \text{ có phương trình là: } (x - 2)^2 + (y + 3)^2 + (z - 1)^2 = 6^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 2z - 22 = 0.$$

**Câu 43.** [Mức độ 1] Tìm tập xác định  $D$  của hàm số  $y = \frac{e^x}{e^x - 1}$ .

**A.**  $D = \mathbb{R}$ .

**B.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{e\}$ .

**C.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

**D.**  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

**Lời giải**

Điều kiện xác định:  $e^x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow e^x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 0$ .

Tập xác định:  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .

**Câu 44.** [Mức độ 3] Biết rằng mức lương của một kỹ sư ở công ty X trong quý I năm 2017 (3 tháng đầu tiên của năm 2017) là  $S_0$  (triệu đồng), kể từ quý II mức lương sẽ được tăng thêm 0,5 triệu đồng mỗi quý. Tổng lương của kỹ sư đó tính từ quý I năm 2017 đến hết quý IV năm 2022 là 1002 (triệu đồng). Tính tổng lương  $S$  (triệu đồng) của kỹ sư tính từ quý I năm 2017 đến hết quý IV năm 2025.

- A.  $S = 1911$ .                      B.  $S = 324$ .                      C.  $S = 1611$ .                      D.  $S = 342$ .

**Lời giải**

Mức lương của một kỹ sư ở công ty X trong quý I năm 2017 (3 tháng đầu tiên của năm 2017) là  $S_0$  (triệu đồng), kể từ quý II mức lương sẽ được tăng thêm 0,5 triệu đồng mỗi quý. Vì vậy mức lương sẽ lập thành cấp số cộng với số hạng đầu là  $S_0$  và công sai  $d = 0,5$ .

Từ quý I năm 2017 đến hết quý IV năm 2022 ta có 6 năm là 24 quý. Như vậy tổng lương của kỹ sư đó trong 24 quý là  $24S_0 + \frac{24 \cdot 23}{2} \cdot 0,5 = 1002 \Leftrightarrow S_0 = \frac{1002 - 12 \cdot 23 \cdot 0,5}{24} = 36$  (triệu đồng).

Từ quý I năm 2017 đến hết quý IV năm 2025 có 9 năm bằng 36 quý. Như vậy tổng lương của kỹ sư đó trong 36 quý là:  $36S_0 + \frac{36 \cdot 35}{2} \cdot 0,5 = 1611$  (triệu đồng).

**Câu 45.** [Mức độ 2] Một xe ô tô đang chuyển động đều với vận tốc 16 m/s thì người lái xe nhìn thấy 1 chướng ngại vật nên đạp phanh tại thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -2t + 16$  trong đó  $t$  là thời gian (tính bằng giây) kể từ lúc đạp phanh. Quãng đường mà ô tô đi được cho tới khi dừng hẳn là?

- A. 60 m.                      B. 64 m.                      C. 160 m.                      D. 96 m.

**Lời giải**

+ Ta có  $v(t) = 0 \Leftrightarrow -2t + 16 = 0 \Leftrightarrow t = 8$ . Suy ra kể từ lúc đạp phanh, sau 8 giây ô tô sẽ dừng lại.

+ Quãng đường mà ô tô đi được cho tới khi dừng hẳn là:  $S = \int_0^8 (-2t + 16) dt = 64$  (m).

**Câu 46.** [Mức độ 2] Từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số và chia hết cho 2?

- A. 1149.                      B. 1029.                      C. 574.                      D. 2058.

**Lời giải**

Số có bốn chữ số và chia hết cho 2 có dạng  $\overline{abcd}$ ,  $a \neq 0; a, b, c, d \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ ,  $d$  là số chẵn.

+ Có 7 cách chọn  $a$ .

+ Mỗi cách chọn  $a$  có 7 cách chọn  $b$ .

+ Mỗi cách chọn  $a; b$  có 7 cách chọn  $c$ .

+ Mỗi cách chọn  $a; b; c$  có 3 cách chọn  $d$ .

Theo quy tắc nhân có  $7^3 \cdot 3 = 1029$  số thỏa mãn bài toán.

**Câu 47.** [Mức độ 3] Cho nguyên hàm  $I = \int x^2 \sqrt{4 - x^2} dx$ . Nếu đặt  $x = 2 \sin t$  với  $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$  thì

- A.  $I = 2t + \frac{\cos 4t}{2} + C$ .    B.  $I = 2t + \frac{\sin 8t}{4} + C$ .    C.  $I = 2t - \frac{\cos 4t}{2} + C$ .    D.  $I = 2t - \frac{\sin 4t}{2} + C$ .

**Lời giải**



$$I = \int x^2 \sqrt{4-x^2} dx$$

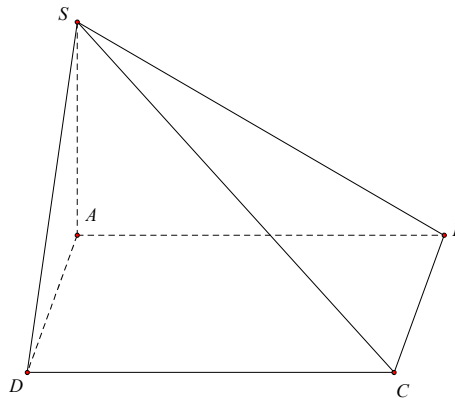
$$\text{Đặt } x = 2 \sin t, t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = 2 \cos t dt.$$

$$\begin{aligned} \text{Lúc đó } I &= \int 4 \sin^2 t \sqrt{4-4 \sin^2 t} \cdot 2 \cos t dt = \int 16 \sin^2 t \cos^2 t dt = \int 4 \sin^2 2t dt = \int 2(1-\cos 4t) dt \\ &= 2t - \frac{\sin 4t}{4} + C. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } I = 2t - \frac{\sin 4t}{4} + C.$$

- Câu 48.** [Mức độ 3] Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ , cạnh  $SA = a$  và vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(ABCD)$  bằng
- A.  $90^\circ$ .                      B.  $30^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      **D.  $45^\circ$ .**

Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ BC \perp AB \\ BC \perp SB \text{ (do } BC \perp (SAB)) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \widehat{((SBC), (ABCD))} = \widehat{(AB, SB)} = \widehat{ABS}.$$

Và có  $\triangle SAB$  vuông cân tại  $A$ , nên  $\widehat{ABS} = 45^\circ$ .

- Câu 49.** [Mức độ 3] Cho hàm số  $y = \frac{x-1}{\sqrt{x^2+2(m-1)x+m^2}}$  với  $m$  là tham số thực và  $m > \frac{1}{2}$ . Hỏi đồ thị hàm số có bao nhiêu đường tiệm cận?
- A. 3.                      B. 1.                      C. 4.                      **D. 2.**

Lời giải

\* Ta có :

$$+ \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{\sqrt{x^2+2(m-1)x+m^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x \sqrt{1+\frac{2(m-1)}{x}+\frac{m^2}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{2(m-1)}{x}+\frac{m^2}{x^2}}} = 1$$

$\Rightarrow y = 1$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\begin{aligned} + \lim_{x \rightarrow -\infty} y &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{\sqrt{x^2 + 2(m-1)x + m^2}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{-x\sqrt{1 + \frac{2(m-1)}{x} + \frac{m^2}{x^2}}} \\ &= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \frac{1}{x}}{-\sqrt{1 + \frac{2(m-1)}{x} + \frac{m^2}{x^2}}} = -1. \end{aligned}$$

$\Rightarrow y = -1$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

\* Với  $m > \frac{1}{2}$  thì  $x^2 + 2(m-1)x + m^2 > 0; \forall x \in \mathbb{R}$ .

$\Rightarrow$  Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

**Câu 50.** [Mức độ 2] Tính  $P$  là tổng bình phương tất cả các nghiệm của phương trình  $2^{x-1} + 2^{2-x} = 3$ .

A.  $P = 1$ .

B.  $P = 3$ .

C.  $P = 5$ .

D.  $P = 9$ .

**Lời giải**

$$\text{Ta có: } 2^{x-1} + 2^{2-x} = 3 \Leftrightarrow \frac{2^x}{2} + \frac{2^2}{2^x} = 3 \Leftrightarrow 2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \\ 2^x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Khi đó:  $P = 2^2 + 1^2 = 5$ .

