|  |  |
| --- | --- |
|  **BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI** | **CỘNG HÒA XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM****Độc lập – Tự do – Hạnh phúc** **ĐỀ CHÍNH THỨC**  |

**Bài 1. (2,0 điểm)**

Cho 

1. Rút gọn 
2. Chứng minh rằng 

**Bài 2. (3,0 điểm)**

1. Chứng minh rằng : với mọi giá trị của ít nhất một trong hai phương trình sau có nghiệm: 
2.



Một tấm biển quảng cáo có dạng hình tròn tâm O, bán kính bằng . Giả sử hình chữ nhật nội tiếp đường tròn tâm bán kính bằng sao cho (như hình vẽ). Người ta cần sơn màu toàn bộ tấm biển quảng cáo và chỉ sơn một mặt như hình ở bên. Biết mức chi phí sơn phần hình tô đậm là nghìn đồngvà phần còn lại là nghin đồng/m. Hỏi số tiền (làm tròn đến đơn vị nghìn đồng) để sơn toàn bộ biển quảng cáo bằng bao nhiêu ? Cho 

**Bài 3. (3,0 điểm)** Cho ba điểm cố định sao cho thẳng hàng, nằm giữa A và C. Gọi là đường thẳng đi qua C và vuông góc với Lấy điểm tùy ý trên . Đường thẳng đi qua và vuông góc với cắt các đường thẳng lần lượt tại . Đường thẳng cắt tại K

1. Chứng minh rằng tứ giác nội tiếp
2. Chứng minh rằng 
3. Gọi là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác Vẽ hình bình hành . Gọi là trung điểm của đoạn thẳng Chứng minh rằng vuông góc với đường thẳng và 

**Bài 4. (2,0 điểm)**

1. Giải hệ phương trình sau : 
2. Cho và là hai số hữu tỉ. Chứng minh rằng cũng là số hữu tỉ

**ĐÁP ÁN ĐỀ THI VÀO LỚP 10 CHUYÊN SƯ PHẠM**

**MÔN TOÁN CHUNG 2021**

**Bài 1.**

1. **Rút gọn **

****

Vậy với 

1. **Chứng minh rằng **

Ta có : 

Do đó Mà 

Suy ra với (đpcm)

**Bài 2.**

1. **Chứng minh rằng : với mọi giá trị của ít nhất một trong hai phương trình sau có nghiệm: **

Đặt và 

Giả sử cả 2 phương trình đều vô nghiệm Giả sử sai

Vậy trong 2 phương trình đã cho có ít nhất 1 phương trình có nghiệm (đpcm)

**b) Một tấm biển quảng cáo có dạng hình tròn tâm O, bán kính bằng . Giả sử hình chữ nhật nội tiếp đường tròn tâm bán kính bằng sao cho (như hình vẽ). Người ta cần sơn màu toàn bộ tấm biển quảng cáo và chỉ sơn một mặt như hình ở bên. Biết mức chi phí sơn phần hình tô đậm là nghìn đồngvà phần còn lại là nghin đồng/m. Hỏi số tiền (làm tròn đến đơn vị nghìn đồng) để sơn toàn bộ biển quảng cáo bằng bao nhiêu ? Cho **

****

Diện tích hình tròn là 

Gọi H là trung điểm của 

Vì là hình vuông nên cân tại O(đường trung tuyến đồng thời là đường cao trong tam giác vuông)

Xét tam giác có: 

Xét tam giác vuông có :



Diện tích phần hình tô đậm là 

Vậy chi phí để sơn toàn bộ biển quảng cáo là :

(đồng)

**Bài 3.**

****

1. **Chứng minh rằng : tứ giác nội tiếp**

Tam giác có : là trực tâm tam giác 



Xét tứ giác có 

Suy ra tứ giác nội tiếp (Tứ giác có 2 đỉnh kề cùng 1 cạnh dưới các góc bằng nhau)

1. **Chứng minh **

Xét tam giác và tam giác có :

(cùng phụ với 



1. **Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác Vẽ hình bình hành Gọi là trung điểm của đoạn Chứng minh rằng vuông góc với đường thẳng và **

Tứ giác là hình bình hành có là trung điểm BE nên đồng thời là trung điểm của (tính chất hình bình hành)

Ta có : cân tại O

Lại có là trung điểm của suy ra hay (trong tam giác cân, đường trung tuyến đồng thời là đường cao)

Gọi là giao điểm giữa với đường tròn là đường kính của (O)

Ta có tam giác có 

Suy ra là đường trung bình của tam giác (tính chất đường trung bình của tam giác)

Ta có : (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Mà (từ vuông góc đến song song)

Chứng minh tương tự ta có 

Suy ra tứ giác là hình bình hành (dhnb)

Từ (1), (2) suy ra 

**Bài 4.**

1. **Giải hệ phương trình** 

**+**Nếu thì Hệ phương trình vô nghiệm

+Nếu Hệ phương trình vô nghiệm

+Nếu 

Khi đó ta có : 

Hệ phương trình vô nghiệm

+Nếu (thỏa mãn (2), thay vào (1) ta có :

+Nếu (thỏa mãn (2), thay vào (1) , ta có :



Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm



1. **Cho và là hai số hữu tỉ. Chứng minh rằng cũng là số hữu tỉ thì **

Ta có : 

Vì 

Mà 



Vậy với nếu cũng là số hữu tỉ thì 