Tiết:

Lớp:

**§3. ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC VỚI MẶT PHẲNG**

**I. Mục đích yêu cầu**

* Giúp học sinh nắm được điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, biết cách chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng và áp dụng vào giải một số bài toán.
* Vận dụng thành thạo mối quan hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng, định lí ba đường vuông góc.
* Nắm được khái niệm và biết cách tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng.

**II. Phương tiện dạy học**

* Sách giáo khoa, thước kẻ, phấn màu,.. ( sử dụng máy chiếu nếu có)

**III. Phương pháp dạy học**

* Gợi mở nêu vấn đề kết hợp vấn đáp.

**IV. Tiến trình dạy học**

1. Ổn định lớp
2. Kiểm tra bài cũ: Hai đường thẳng vuông góc
3. Nội dung bài mới

|  |  |
| --- | --- |
| Hoạt động của thầy và trò | Nội dung |
| Hoạt động 1: 1. Định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng | |
| GV đặt ra một số tình huống.  GV: Hãy xét mối quan hệ của các góc tường thẳng đứng với mặt đất?  HS nêu nhận xét.  GV cho HS thực hiện bài toán 1.  GV: Hãy nêu giả thiết và kết luận của bài toán.  GV gọi một HS lên bảng vẽ hình. Sau đó GV sử dụng hình 97 để thực hiện hoạt động.  Thực hiện hoạt động 1.  GV: Hãy nêu nhận xét về ba vectơ ?  HS nhận xét.  GV: Hãy biểu diễn vectơ thông qua hai vectơ và ? Tính .  HS thực hiện.  GV trình bày chi tiết lời giải.  GV nêu định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.    GV: Làm thế nào để kiểm tra một đường thẳng có vuông góc với một mặt phẳng hay không?  HS trả lời.  GV nêu định lí 1.  GV hướng dẫn HS chứng minh định lí.  GV hướng dẫn HS thực hiện hoạt động 2. | **1. Định nghĩa đường thẳng vuông góc với mặt phẳng**  **Bài toán 1**(SGK/96)  Giải: Vì d là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng cắt nhau b và c nên ta có  Suy ra  Vậy a ⊥ d  **Định nghĩa 1**: Một đường thẳng gọi là vuông góc với một mặt phẳng nếu nó vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong mặt phẳng đó.  Kí hiệu a ⊥ (P) hoặc (P) ⊥ a  **Định lí 1** Nếu đường thẳng d vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau a và b cùng nằm trong mặt phẳng (P) thì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P).  Chứng minh    Gọi O là giao điểm của a và b.  + Nếu c//a hoặc c//b thì do Δ ⊥ a và Δ ⊥ b nên Δ ⊥ c.  + Nếu c không song song với a và b thì từ O kẻ d’//d và kẻ c’//c. Ta chứng minh d’⊥c’  Trên c’ lấy điểm C ≠ O và kẻ qua C đường thẳng cắt a và b lần lượt tại A và B khác O.  Trên d’ về hai phía của O lấy hai điểm M và N sao cho OM = ON  Khi đó a và b đều là trung trực của đoạn MN nên AM = AN và BM = BN  Suy ra ΔMAB = ΔNAB  Do đó  Xét ΔMBC và ΔNBC có  BC chung    MB = NB  Nên ΔMBC = ΔNBC  Suy ra MC = NC  ΔCMN cân tại C nên trung tuyến CO cũng là đường cao.  Vậy d’⊥c’. |
| Hoạt động 2: 2. Các tính chất | |
| GV đặt vấn đề: Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua một điểm và vuông góc với đường thẳng đã cho.  GV nêu tính chất 1.  GV đặt vấn đề: Có bao nhiêu đường thẳng đi qua một điểm và vuông góc với mặt phẳng đã cho.  GV nêu tính chất 2.  GV: Hãy nêu cách xác định mặt phẳng (P) trong tính chất 1.  HS trả lời.  GV: Hãy nêu cách xác định đường thẳng (Δ) trong tính chất 2.  HS trả lời.  GV nêu định nghĩa mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng.  GV: Hãy lấy một ví dụ về mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng.  HS trả lời.  Thực hiện hoạt động 3.  GV cho HS vẽ hình và hướng dẫn HS thực hiện. | **2. Các tính chất**  **Tính chất 1:** Có duy nhất một mặt phẳng (P) đi qua một diểm O cho trước và vuông góc với một đường thẳng a cho trước.    **Tính chất 2:** Có duy nhất một đường thẳng đi qua một điểm O cho trước và vuông góc với một mặt phẳng (P) cho trước.    **Định nghĩa 2**: ***Mặt phẳng trung trực*** của một đoạn thẳng là tập hợp các điểm cách đều hai đầu mút của đoạn thẳng đó. |
| Hoạt động 3: 3.Liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng | |
| GV: Cho a // b, (P) ⊥ a. Hỏi (P) có vuông góc với b hay không?  GV nêu tính chất 3.  GV: Hãy chứng minh tính chất 3.  HS chứng minh.  GV: Cho (P) // (Q), (P) ⊥ a. Hỏi (Q) có vuông góc với a hay không?  GV nêu tóm tắt tính chất 4.  GV: Hãy viết biểu thức và chứng minh tính chất 4.  GV nêu tóm tắt tính chất 5.  GV: Hãy viết biểu thức và chứng minh tính chất 5.  GV đặt vấn đề: Cho a // (P), b ⊥ a. Khi đó b có vuông góc với (P) hay không? | **3.Liên hệ giữa quan hệ song song và quan hệ vuông góc của đường thẳng và mặt phẳng**  **Tính chất 3**(SGK/98)   * ⇒ (P) ⊥ b * ⇒ b     **Tính chất 4**(SGK/99)   * ⇒ a ⊥ (Q) * ⇒     **Tính chất 5**(SGK/99)   * ⇒ b ⊥ a * ⇒ (P) |
| Hoạt động 4: 4. Định lí ba đường vuông góc | |
| GV gọi một HS nhắc lại định nghĩa của phép chiếu song song.  GV: Khi ℓ ⊥ (P) thì ta gọi phép chiếu song song theo phương ℓ lên mặt phẳng (P) là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng (P). Vậy phép chiếu vuông góc là gì?  HS trả lời.  GV nêu lại định nghĩa.  GV: Có những cách nào để chứng minh hai đường thẳng trong không gian vuông góc với nhau?  HS trả lời.  GV kết luận và nêu định lí.  GV hướng dẫn HS chứng minh.  GV cho một ví dụ để HS nắm được kiến thức vừa học.  GV gọi 1 HS lên bảng vẽ hình  GV hướng dẫn HS giải  GV trình bày bài giải chi tiết | **4. Định lí ba đường vuông góc**  **a) Phép chiếu vuông góc**  **Định nghĩa 3:** Phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) theo phương ℓ vuông góc với mặt phẳng (P) gọi là phép chiếu vuông góc lên mặt phẳng (P).  **Định lí ba đường vuông góc**  Cho đường thẳng a không vuông góc với mặt phẳng (P) và đường thẳng b nằm trong (P). Khi đó, điều kiện cần và đủ để b vuông góc với a là b vuông góc với hình chiếu a’ của a trên (P).  Chứng minh    Nếu a nằm trong (P) thì kết quả hiển nhiên.  Nếu a không nằm trong (P) thì ta lấy hai điểm phân biệt A và B thuộc a. Gọi A’ và B’ lần lượt là hình chiếu của A và B trên (P). Khi đó hình chiếu a’ của đường thẳng a trên (P) chính là đường thẳng đi qua A’ và B’.  Vì b ⊂ (P) nên b ⊥AA’  Vậy nếu b ⊥ a thì b ⊥ mp(a,a’).  Do đó b ⊥ a’  Ngược lại, nếu b ⊥ a’ thì b ⊥ mp(a’,a)  Do đó b ⊥ a  Ví dụ Cho tứ diện OABC có OA, OB, OC đôi một vuông góc nhau. Chứng minh rằng   1. Tứ diện OABC có các cặp cạnh đối vuông góc nhau 2. Hình chiếu H của O lên (ABC) trùng với trực tâm ΔABC   Chứng minh    a) Ta có  ⇒ OA ⊥ (OBC)    Tương tự, OB ⊥ AC, OC ⊥ AB  b) AH là hình chiếu của OA lên (ABC)  (vì OH ⊥ (ABC))  BC ⊥OA (vì OA ⊥ (OBC))  Theo định lí ba đường vuông góc, ta có BC ⊥ AH  Tương tự, AB ⊥ CH. Do đó, H là trực tâm ΔABC  c) Gọi A’ = AH BC.  ⇒ OH là đường cao của ΔOAA’  ⇒  OA’ là đường cao của tam giác vuông OBC  ⇒  Suy ra |
| Hoạt động 5: 5.Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng | |
| GV: Hãy nhắc lại định nghĩa góc giữa hai đường thẳng trong không gian.  HS nhắc lại.  GV: Vậy để xác định góc giữa đường thẳng và mặt phẳng ta làm như thế nào?  GV nêu định nghĩa góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. | **5. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng**  Cho đường thẳng a và mặt phẳng (P).    **Định nghĩa 4**   * Nếu đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P) thì ta nói góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P) bằng 900 * Nếu đường thẳng a không vuông góc với mặt phẳng (P) thì góc giữa a và hình chiếu a’ của nó trên (P) gọi là góc giữa đường thẳng a và mặt phẳng (P)   Lưu ý : Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng không quá 900 |
| Hoạt động 6: Củng cố và luyện tập | |
| GV tổng kết lại các kiến thức đã học.  GV đọc đề và hướng dẫn HS vẽ hình.  GV: Em có nhận xét gì về ba đường thẳng AH, SK và BC?  HS trả lời.  GV: Từ đó hãy tìm cách chứng minh AH, SK và BC đồng quy.  GV gọi 1 HS lên bảng làm câu a.    GV hướng dẫn HS làm câu b, c, d.  Một HS lên bảng trình bày lời giải. | **1. Củng cố**  **2. Luyện tập**  Cho hình chóp S.ABC có SA ⊥ (ABC). Các tam giác ABC và SBC không vuông. Gọi H, K lần lượt là trực tâm của các tam giác ABC và SBC. Chứng minh rằng   1. AH, SK, BC đồng quy 2. SC ⊥ mp(BHK) 3. HK ⊥ mp(SBC) 4. Tính góc tạo bởi SA’ và mp(ABC), nếu SA = a, AB = AC = a, BC = 2a   Chứng minh    a) Gọi AA’ là đường cao của ΔABC  Do SA ⊥ (ABC) nên AA’ là hình chiếu của SA’ lên mp(ABC)  Suy ra BC ⊥ SA’  Vì H, K lần lượt là trực tâm ΔABC và ΔSBC nên H ∈ AA’, K ∈ SA’  Hay AH, SK và BC đồng quy.  b) Ta có BK ⊥ SC (1)  Mặt khác  ⇒ HB⊥(SAC)  Mà SC ⊂ (SAC) nên HB ⊥ SC (2)  Từ (1) và (2) suy ra SC ⊥ (BHK)  c) Ta có SC ⊥ (BHK) nên HK ⊥ SC  Vì BC ⊥ (SAA’) nên BC ⊥ HK  Do đó HK ⊥ (SBC)  d) Vì SA ⊥ (ABC), AA’ là hình chiếu của SA’ lên (ABC) nên chính là góc tạo bởi SA’ và (ABC)  Ta có AA’ =  = = 3a  Trong tam giác vuông SAA’, ta có  tan =  ⇒ = 300 |

**V. Hệ thống bài tập**

1. **Dạng 1: Chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng**

**a. Phương pháp**

Cách 1 Để chứng minh đường thẳng a vuông góc với mặt phẳng (P), ta chứng minh a vuông góc với 2 đường thẳng cắt nhau b,c nằm trong (P).

Cách 2 ⇒ (P) ⊥ b

Cách 3 ⇒ a ⊥ (Q)

**b.Một số ví dụ**

**Ví dụ 1** Cho tứ diện SABC có ΔABC vuông tại B, SA ⊥ (ABC)

1. Chứng minh BC ⊥ (SAB)
2. Gọi AH là đường cao của ΔSAB. Chứng minh AH ⊥ SC

Hướng dẫn:

⇒ BC ⊥ (SAB)

1. ⇒ AH ⊥ (SBC)

**Ví dụ 2** Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình thoi tâm O, SA = SC, SB = SD.

1. Chứng minh SO ⊥ (ABCD)
2. Gọi I, J là trung điểm các cạnh AB, BC. Chứng minh IJ ⊥ (SBD)

Hướng dẫn



1. SO ⊥ AC vì ΔSAC cân tại S

SO ⊥ BD vì ΔSBD cân tại S

1. ⇒ IJ ⊥ (SBD)

**Ví dụ 3** Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O, SA ⊥ (ABCD), SA = a. Gọi M là điểm di động trên CD. Đặt CM = x, gọi K là hình chiếu của S lên BM.

1. Tính SK
2. Tìm quỹ tích điểm K khi M thay đổi trên CD

Hướng dẫn



1. SK2 = SA2 + AK2

ΔAKB ΔBCM

1. Theo định lí ba đương vuông góc, AK ⊥ BM ⇒ 900

Qũy tích điểm K là cung tròn BO của đường tròn đường kính AB nằm trong mặt phẳng (ABCD).

**Ví dụ 4** Cho hình chóp SABCD có đáy ABCD là hình vuông tâm O, SA ⊥ (ABCD). Gọi H, I, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A lên SB, SC, SD.

1. Chứng minh BC ⊥ (SAB), CD ⊥ (SAD), BD ⊥ (SAC)
2. Chứng minh SC ⊥ (AHK), I ∈ (AHK)

Hướng dẫn

b. Ta có

⇒ AH ⊥ (SBC)

và ⇒ AH ⊥ (SCD)

Mặt khác, ta có

⇒ AI ⊂ (AHK)

1. **Dạng 2: Tìm thiết diện của hình không gian với một mặt phẳng đi qua một điểm và vuông góc với một đường thẳng**

**a. Phương pháp**

Dựng mặt phẳng (P) qua điểm M và một đường thẳng d, ta thực hiện như sau

* Dựng hai đường thẳng cắt nhau cùng vuông góc với d, trong đó có ít nhất một đường thẳng đi qua M. Mặt phẳng xác định bởi hai đường thẳng nói trên chính là (P).
* Nếu có sẵn hai đường thẳng cắt nhau hay chéo nhau a và b cung vuông góc với d thì ta chọn (P) song song với a ( hoặc chứa a) và (P) song song với b ( hoặc chứa b)

Sau khi dựng (P), ta tìm giao tuyến với các mặt của hình không gian

**b. Một số ví dụ**

**Ví dụ 1** Cho tứ diện SABC với ΔABC là tam giác đều cạnh a, SA ⊥ (ABC), SA = 2a. Gọi (P) là mặt phẳng qua B và vuông góc với SC. Tìm thiết diện do (P) cắt tứ diện và tính diện tích thiết diện.

 Hướng dẫn:

Trong (SBC), dựng BH ⊥ SC ( H ∈ SC)

Gọi I là trung điểm của AC. Cần chứng minh SC ⊥ (BIH)

và BI ⊥ IH.

Khi đó, ΔBIH là thiết diện cần tìm.

**Ví dụ 2** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B, với

AB = BC = a, AD = SA = 2a, SA ⊥ (ABCD). Gọi M ∈AB, AM = x ( 0 < x < a) và (P) là mặt phẳng qua M và vuông góc với AB.

1. Tìm thiết diện của hình chóp cắt bởi (P). Thiết diện đó là hình gi?
2. Tính diện tích thiết diện theo a và x.

Hướng dẫn:



Nhận xét: ⇒ SA(P)

và ⇒ AD(P)

Nhận xét: SA và AD thuộc mặt phẳng (SAD). Do đó (P) (SAD)

(P) chính là mặt phẳng qua M và song song với (SAD).

Thiết diện là hình thang vuông MNPQ.

**Ví dụ 3** Cho tứ diện SABC có ΔABC vuông cân tại B, AB = a, SA ⊥ (ABC), SA = a. Gọi M là điểm tùy ý trên AB, AM = x ( 0 < x < a), (P) là mặt phẳng qua M và vuông góc với AB

1. Tìm thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng (P).
2. Tính diện tích thiết diện theo a và x. Tìm giá trị của x để diện tích thiết diện đó là lớn nhất.

Hướng dẫn:

Tương tự như ví dụ 2, ở ví dụ này (P) qua M và song song với SA và BC.

Nhận xét SA và BC chéo nhau. Khi đó, thiết diện là hình chữ nhật MNPQ.

**VI. Tổng kết rút kinh nghiệm**